

# 岩土和混凝土力学

[美国]Z.P.巴赞特 编著

张庙康 邱贤德 等译

肖长富 校

重庆大学出版社

建议和热情的支持。在此，向他们表示深切地谢意。

该书出版发行，是对会议作出贡献的人们最好的评价。我为此感到高兴。

会议主席 Z.P. 巴赞特

1983.12.27 美国伊凡斯顿

## 内 容 简 介

本书汇集了近年来岩土和混凝土力学方面的最新研究成果，包括岩土和混凝土等非线性材料在剪切、断层、摩擦滑移、断裂、蠕变、压缩、老化等方面力学特性，以及流体对透进而力学性能。它是多学科的综合，其重点是力学的基本理论问题和应用问题。本书着重阐明了非线性材料的三轴行为本构关系，强调了实验观察的重要性，使用了现代的多种数值模拟计算方法，提出了非线性材料力学今后的研究方向和应用前景。

本书可供从事矿山、地质、土工、水利、水电、建筑、铁道、交通、石油、地震、海洋及国防工程方面的科研人员、现场工程技术人员及高等院校有关专业教师、研究生和高年级学生阅读参考。

编著：Z.P. 巴贊特 等

译者：张庙康 邱贤德 等

## 岩土和混凝土力学

[美国]Z.P. 巴贊特 编著

张庙康 邱贤德 等译

肖长富 校

责任编辑 周元 李长惠

重庆大学出版社出版发行  
新华书店经 销  
重庆大学出版社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：20.75 字数：518千

1991年5月第1版 1991年5月第1次印刷

印数：1—2000

标准书号：ISBN 7-5624-0279-5 定价：5.38元

## 译 者 的 话

1983年国际理论及应用力学协会(IUTAM)举行了一次国际学术会议，以纪念对非弹性连续介质力学作出了卓越贡献的科学家——威廉·普腊格(William Prager)教授，本书是精选会议学术论文编辑而成的。每一章均由国际上知名学者撰写，内容十分丰富，观点新颖，汇集近年来的最新研究成果。它包括岩土、混凝土及钢筋混凝土等非线性材料在剪切、断层、摩擦滑移、断裂、蠕变、收缩、老化等方面力学特性，以及有流体渗透时的力学性能，从弹塑性理论的应用及推广——岩土和混凝土等材料的本构关系、数值模拟方法、具体问题的分析求解和土工力学问题，以及土工材料力学当前的趋势，新的研究动向等，都作了全面的阐述。该书是一本对教学、科研和生产均有实用价值的参考书。

参加本书翻译的人员有：张庙康译第五、十五、十六、十七、十八章；邱贤德译第六、七、八章；吴刚译第十一、十二、十三、十四章；肖长富译第九、十、二十四章；曹树刚译前言和第二、二十一、二十二、二十三章；陈晓勤译第一、三、四章；魏荣森和任洪浪合译第十九、二十章。全书经重庆大学矿山工程物理研究所肖长富教授审校，邱贤德副研究员负责全书翻译中的组织及出版工作。

由于水平所限，译稿中难免有错，恳请读者指正。

译者

1988年于重庆大学

## 前　　言

近几年来，人们对岩土和混凝土力学愈来愈感兴趣。人类在土工技术和结构工程、矿山和石油开发工程、地下挖掘、核电站安全、地震预报、海洋工程及天体等方面实践活动中充满了各种力学问题，要求更真实可靠的解答。

根据以上的需要，国际理论及应用力学协会（IUTAM）在1980年8月的多伦多会议上决定在美国西北大学举行一个与土工材料力学有关的学术会议，并以此纪念威廉·普腊格（William Prager）——他对连续介质力学和非弹性介质的特性作出了许多贡献。这些贡献使目前对岩土和混凝土材料的理解产生了意义深远的影响。这个领域的工作基本上已分别由不同专业团体进行，虽然土木工程师、地球物理专家、采矿工程师和理论力学专家之间的信息交往受到很大的限制，但是从力学的观点来看他们的问题是类似的。因此，纪念威廉·普腊格会议的主要目的是汇集不同专业团体和学科的专家，增进各学科之间的合作。

关于“岩石、土壤、混凝土等土工材料力学”，威廉·普腊格会议是在国际理论及应用力学协会资助下组织起来的，于1983年9月11～15日在美国伊利诺斯州伊凡斯顿城（Evanston, Illinois）的西北大学举行。本书是该会议的论文集。

许多应邀的著名专家在讨论会上作了一系列重要的学术演讲，其主题是在国际科学委员会的帮助下于会前认真选定的。由于从会上讨论中受益，主要的演讲者和应邀讨论者在会后修订和充实了他们的报告，均收集在本卷中。本书对岩石、土壤和混凝土力学提出了最新的解释，对这个领域的综合概括和重要的争论问题的分析也是独一无二的。此外，会上邀请了不同学科著名的专家对会议讨论的内容进行总结，这些有用的讨论性总结也收集在本书附录中。

在此，深深感谢美国国家科学基金组织对会议提供的资助（资助号CEE—8208208，由C.A.贝本特雷和M.P.高斯分别指导的土工技术工程计划和结构力学计划共同提供）。没有这个重要的支持，该会议就不能召开。IUTAM提供了外国代表的旅费。

感谢国际科学委员会的委员们给予的支持，他们是：

J.R.里兹（委员会主席），美国哈佛大学；M.P.克利勒，美国麻萨诸塞理工学院；A.德勒舍，波兰基础技术研究所；P.海比布，法国巴黎综合工科学院；H.利普曼，西德慕尼黑工业大学；G.梅伊尔，意大利米兰工艺科学院；V.N.尼古拉夫斯基，苏联地球物理研究所；H.冈村，日本东京大学。

尤其感谢J.R.里兹对选择讲座题目、演讲人和与会代表所提供的巨大的帮助。西北大学工学院土木工程系和混凝土及土工材料研究中心对会议的具体组织作了大量的工作。许多人为此尽力，包括J.R.里兹（会议副主席）、M.希尔（会议秘书）、T.P.张（会议主持人）、J.D.阿琴伯克、T.B.伯利席哥、R.J.克利泽克、J.勒德尼基、S.P.肖和J.威特曼等组委会的所有成员，协助我组织了这次会议。尤其是M.黑尔的丰富经验和实干精神促进了会议的圆满召开。西北大学工学院院长B.A.布利和土木工程系主任R.J.克利泽克提供了许多有益的

# 目 录

## 第一部分 威廉·普腊格及其贡献

- 第一章 威廉·普腊格对非弹性连续介质力学发展的影响 ..... ( 1 )  
第二章 回忆威廉·普腊格 ..... ( 4 )

## 第二部分 非线性三轴行为的本构关系

- 第三章 混凝土和岩石的本构关系：弹塑性理论的应用和推广 ..... ( 8 )  
第四章 上的本构关系要求 ..... ( 23 )  
第五章 混凝土和岩石的本构关系：讨论者的报告 ..... ( 34 )

## 第三部分 具有裂隙系统固体的性能

- 第六章 具有随机裂缝固体的非弹性特性 ..... ( 48 )  
第七章 高应力率加载的断裂力学 ..... ( 71 )  
第八章 具有裂缝系统固体的特性：讨论者的报告 ..... ( 87 )

## 第四部分 剪切局部化、断层及摩擦滑移

- 第九章 摩擦滑动本构关系 ..... ( 94 )  
第十章 构造变形在岩石中引起剪切局部定域 ..... ( 106 )  
第十一章 剪切局部化、断层作用和摩擦滑动：讨论者的报告 ..... ( 117 )

## 第五部分 断裂传播及断裂能

- 第十二章 岩石中的断裂扩展 ..... ( 121 )  
第十三章 混凝土和钢筋混凝土的断裂 ..... ( 142 )  
第十四章 断裂扩展和断裂能：讨论者的报告 ..... ( 170 )

## 第六部分 流体渗透的地质材料

- 第十五章 孔隙流体扩散对岩石变形和破坏的影响 ..... ( 176 )  
第十六章 混凝土内孔隙水及其扩散的影响 ..... ( 195 )  
第十七章 流体饱和的岩土力学：讨论者的报告 ..... ( 211 )

## 第七部分 蠕变、收缩及老化

- 第十八章 固体老化的蠕变和热效应 ..... ( 226 )  
第十九章 不同含水量混凝土的变形 ..... ( 239 )  
第二十章 混凝土和岩土材料本构关系的一些评论：讨论者的报告 ..... ( 257 )

## **第八部分 数 值 模 拟**

- |       |                           |         |
|-------|---------------------------|---------|
| 第二十一章 | 数值模拟和岩土力学(土壤-岩石-混凝土)..... | ( 263 ) |
| 第二十二章 | 动载荷的数值模型.....             | ( 281 ) |
| 第二十三章 | 非弹性材料模拟的数值方法: 讨论者的报告..... | ( 298 ) |

## **第九部分 目前趋势及新研究方向**

- |       |                      |         |
|-------|----------------------|---------|
| 第二十四章 | 土工材料力学当前的问题和新方向..... | ( 304 ) |
|-------|----------------------|---------|

# 第一部分 威廉·普腊格及其贡献

## 第一章 威廉·普腊格对非弹性连续介质力学发展的影响

D.C.德朗克 ( Drucker )

要想了解包括威廉·普腊格教授对全世界理论和应用力学发展许多方面的重大影响的范围几乎是不可能的，而且只限于美国或只考虑固体力学的非弹性行为，也是远远不够的。作为一个教师、一个研究者和一个多产著者以及能十分清楚地使用英、法、德、土耳其语的演讲家，他已在世界各地成为并继续是现代力学的化身。他在美国发挥的特殊作用，还远非以上这些。普腊格教授直接和通过其学生，与许多其他有幸受他思想影响的学者，开创了土木和机械工程师教育的革命。1941年初，当他刚到美国时，工程教育者较重视数学，要求学生选修正规的微积分和简单常微分方程。虽然教育者与实践家们具有共同的看法，以为这种文化教育在毕业后很少有用。工程研究与工程教育脱节。只有少数工程教育者从事基础研究。而这些学者会被认为是沉迷于不体面的嗜好，即使这种研究并不影响每学期四门课程的正常教学，他们也不大为人们所接受。在整个40年代，大多数工程学院保持了这种盛行的看法。直到50年代中期，具有博士学位的土木和机械工程教授还很稀少。而到1950年，做研究工作已为人们所接受。到1955年时，科研已能在年薪、职位的保证和提升的考虑中起到一定的作用了。第二次世界大战的需要和教训推动了电力工程的发展。化学工程也早已受到了第一次世界大战的推动。土木工程和机械工程受普腊格教授在布朗大学树立起来的显著榜样的推动，几乎紧接第二次世界大战之后也得到了进展。在国家科学基金会（NSF）设立以前的海军研究局（ONR）和不同的陆军部门资助下，到40年代末期，普腊格小组卓有成效和充分协作性的研究模式，已在土木和机械工程中产生了深刻的心理影响。这种影响在整个50～60年代时间内迅速不断地扩大。当越来越多的工程师开始相信其研究的正确性和实用价值时，最基本的变化是在法则和规范中考虑非弹性性能。对大量一般性研究方法和定理感兴趣的该领域的工程教育者，也对利用多维空间和函数空间来考虑问题十分感兴趣。把研究生当作合作者，科研和教学互相结合开始成为一种确立的教学方法，它使各水平的学生都获益，也使土木和机械工程设计不断地得到重大的发展。

受比尔·普腊格讲学和著作的推动，几乎所有的工程教育者都从相当前级的阶段向前进了一大步，即由初级一维材料强度模式的思想进步到真正的三维几何形态和把应力及应变看作张量的思想。许多学者进一步采用了更复杂的概念，用位移和应变的多维量以及力和应力的相应量来类似于一维材料强度。在基本的材料强度研究方法中引入了场方程和本构关系的明显区分。于是，线弹性作为一种重要性能而被置于适当的位置。这为学生在固体力学高层次的工作奠定了适当的基础。

全世界活跃于固体力学的研究团体和能应用这些研究成果的团体迅猛扩大。由实验家、应用数学家及临时的工程师构成的一个小集团，由于大批从事教育和实际工作的土木和机械工程师的加入而大大地扩大。现在每年有几千篇论文发表在工程技术文献中，而以前则只有几十篇。为了解决岩土力学问题和金属变形过程，以及结构与机械工程师们感兴趣的一般弹性问题，需要发展对本构关系的理解。现在，金属、聚合材料、土、岩石和混凝土的非弹性性能已经编入计算机程序中，在工程实践中得到了广泛的应用。

在我继续提及比尔·普腊格更多的特殊贡献之前，或许能让我谈谈他对我个人的影响。1947年夏，由比尔·普腊格教授提供的一个机会，我有幸置身于“布朗气氛”之中，成为一个兼职应用数学家。当时，由于要建立一些实验设施，即需要应用数学学科的毕业生，也需要工程学科的毕业生。几乎是一当我置身于比尔的指导以及他与众多学生和职员的良好合作精神之下，我就在智力上跃进了一步，这为我打开了一个崭新的天地，就象已在那里和以后到来的职员和学生所感受到的那样。我们花大量的时间，尽最大的努力互相帮助。我们头天晚上相互阅读别人的论文稿，第二天尽自己最大的努力来提出书面或口头上的建设性批评意见。我们都不希望成为合作者，实际上，除非做了重大的贡献，我们大多数人常常连在致谢中也未提到，这对我们每一个人都是一样的。这就是比尔·普腊格的方法，从各方面通过行为榜样，而不是用言词建立起来的方法。比尔是许多重要期刊的主编，他是《应用数学季刊》(Quarterly of Applied Mathematics)的创刊主编。当然，他在力学界做出了更多的贡献。

在总是欣慰地把全部功劳归于那些思想和方法的创造发明者之后，他从世界各地获得的非弹性行为中寻找和总结出重要的结论，并使它们受到美国研究者的注意。同时，他也将美国的成就介绍到国外去。世界各国的访问学者被吸引到布朗大学来做短期或长期访问，到处安排讨论会，鼓励布朗的学者到海外去。组织的塑性专题讨论会没有发表，但提出了当前思想和讨论澄清当前感兴趣的重要争议，在国际间通信交流。在以比尔·普腊格为中心的这个较大的研究团体中，智力激发导致了巨大的进步，这个进步在50年代的10年中加速，并从此稳步地发展起来。

这里，我将提出40年代末到50年代初从国外来的学生、职员、访问学者和出访人员的少数代表人物，他们可以表明早年仅在塑性领域中，广泛的非正式联系的程度。J.F.贝克，L.芬希，H.福特，J.海曼，H.G.霍普金斯，W.科依脱，C.马森里特，J.L.M.莫里森，F.K.G.奥德克夫斯特，W.奥尔沙克，Y.N.雷伯特洛夫，V.V.索科洛夫斯基，H.热吉勒，B.布迪恩斯基，G.F.卡里尔，H.J.格林堡，G.H.汉德尔曼，R.M.海星热夫特，P.G.霍杰，J.小克斯顿斯，E.H.索，C.C.林，L.E.马尔文，F.里沃德森，E.T.奥纳特，J.L.桑德斯，F.F.肖，R.T.谢尔德，P.S.西蒙兹，B.热里曼，A.J.王任，H.J.韦斯，A.温热。另外在美国的其他地方，几乎每个对塑性有兴趣和希望交流思想的学者都曾成为这个大家庭的一员。

比尔的研究主题范围总是很广泛的，即使是在对塑性理论做出重大贡献的时期，他也把研究扩展到了流体力学和固体力学的其他领域。他对规划、运输、管理问题的兴趣也是由这个时期开始的。

他作为国际上激进知识分子领袖和伟大解说者所起到的作用足以使他得到广泛地承认。他是国家工程科学院和国家科学院的院士，也是波兰和法国科学院院士。他在欧洲和美国的一些大学里获得了各种荣誉学位，拥有世界各国的学会团体和组织颁发的许多奖金、奖

然而，如果有时他不同学生和同事在一起，独自默默地做那些不出门的工作，他单在文献上的贡献就将超出他所拥有的全部荣誉。30岁时，他已经是在卡尔斯拉赫（Karlsruhe）的一个卓有成就的教授了。他出版了一本书，发表了30篇以上的论文，在包括钢筋混凝土、弹性和塑性范围内的扭曲、流体流动、动力学和平面与空间结构振动等专题上都有所建树。他与霍赫勒斯在1933年由斯普林格（Springer）出版的《结构动力学》（Dynamik der Stabwerk）和有关论文，在方法的一般化、达到的理解程度以及对工程师具有的特殊应用上都有很高的水平。

罗德尼·希尔在1950年由牛津的克拉伦登出版社（Clarendon Press, Oxford）出版的专题论文《塑性数学理论》中，常常提到比尔·普腊格在30和40年代期间对塑性理论所做的工作。这些工作是：相容性和应力集中性变化（在应力空间中横跨屈服面）的概念；通过从弹性到塑性响应逐步转换进行简化计算的一种方法（或如我们现在所说的具有或不具有极限面的零直径屈服面）、极值和变分原理；塑性扭曲的翘曲和应力函数；平面应变滑移线场的几何特性和首次对应力间断的系统研究。

他对钢的塑性变形实验结果的分析，包括了许多关于塑性的几何或运动模拟和描述的早期工作，这使其他各地的研究者很感兴趣，并受到启发。采用塑性问题平面应变的速率曲线图和运动硬化图是他以后提议的世界通用的两种方法，到处被引用于著作和论文中。他的易懂的几何结构具有很强的逻辑性并深受欢迎，因为它们对许多人来说，所具有的物理现实意义远比那些有用的简化描述更为清楚。在应变空间中具有一个极限面的理想闭锁材料与应力空间中具有固定屈服面或极限面的理想或完善塑性有极其相似的特性，它是比尔·普腊格多产和有价值的又一发明。他阐明了在土力学和固体力学所有其它分支中对本构关系的需要，并恰当地讨论了土、聚合材料和生物组织行为的理想化的解释。弹性和塑性响应的变分和极值原理主要出现在他和辛格的研究成果中，它们使美国的固体力学界在函数空间中的研究占有很大的优势。弹性稳定性、塑性极限分析和设计、变形硬化、增量原理、最小重量设计以及在许多领域中的各种优化都能显示出这种一般性的思路。在准静态和动态加载下的时间及温度效应也是他多年注意的课题。

当他向研究界介绍其思想时，比尔总是立足于对那些不熟悉新概念的人们来说是简单、清楚和易懂的。作为一种策略，只要有可能，他第一次发表的论文总是描述一堆或相当简单实际问题的解法，让新思想被接受消化一段时间后，再进入两维或下一步更为复杂的问题。即使在后一阶段，他同样是只介绍包含着特殊情形的一般方法，几乎所有微小的实例都要做精心准备，从而使读者能接受和运用新的概念或方法。在他的著作中，同样也表现出这种由浅入深的方法。他与菲尔·霍奇合著，于1951年由怀利出版的《完善塑性固体理论》，就是一个极好的例子。另外，如1975年由伯克萨斯出版的《塑性理论问题》一书也是一样。其达到的水平通常接近于他发展的最一般研究方法和他所解决的最困难问题的技巧，以免把学生和该领域的初学者搞糊涂，使他们失去信心。他在这点上带动研究界和应用界取得了巨大的成功。

由于对几何学、分析和与实验相关的理论有很强的意识，比尔·普腊格满腔热忱地接受计算机并将其应用于教学和科研工作中。正如他在1972年4月刊载于《应用数学季刊》中，关于应用数学未来讨论会的“绪言”结束语中所表述的那样：“至于你们所感兴趣的问题，我

愿就我个人的意见作出推论。在我的学生时代，画法几何学、图解静力学和运动几何学仍然是应用数学的必修课程，微分几何和投影几何也不认为是深奥难懂的选修课。我曾对这些课程逐渐地从今天的课程表中消失而感到遗憾，但我可以高兴地预言，通过我们的倡议，采用计算机作图这个十分强有力的工具，几何方法将再次成为时兴的学问，因为我相信笛卡尔的“没有比几何图象更容易使人理解和记忆的了”。（摘引征得布朗大学允许）。他为布朗大学带来了计算机的时代，在1960年成为该校计算机实验室的首任主任。他在晚年的几年中对计算机应用日益增长的关注又一次证明了他的机动灵活性和在整个一生中都对未来所具有的英明洞察力。

他是一个对许多工程师和应用数学家有着重大的直接和间接影响的师长、研究者、管理者、主编和具有全面才能的人。在此，我们理应表达对他崇高的敬意。

## 第二章 回忆威廉·普腊格

P.G.霍杰 ( Hodge )

收到巴赞特教授寄来请我作“关于普腊格的报告”友好邀请的同时，也得到J.贝里1982年出版的书《Elms中的先生们》。该书以随笔形式介绍了布朗大学11位著名的教授。当然，也包括威廉·普腊格先生。啊，我认为这样讲话更自然些。

我已经收集了许多关于普腊格先生的资料，包括两本美国机械工程学会 ( ASME ) 文件：1966年他从ASME接受铁木辛柯奖章的演说（波尔和霍杰，1963年）和1970年他的荣誉会员证书的复印件。从1968年布朗校友月刊上得到普腊格在苏黎世的国际商用机器公司 ( IBM ) 和圣地亚哥的加利福尼亚大学“流亡”5年之后欣喜地返回布朗大学的报导，及我通过他获得铁木辛柯奖章对他的介绍，从H.G.霍布金斯处得到曼彻斯特大学授予他荣誉博士仪式的复印件，还可提供两张生日纪念卡：一张是他70岁生日时由D.德朗克 ( 1973年 ) 书写的，另一张是他75岁时由J.里兹 ( 1979年 ) 书写的。还有两叠30年以上的私人互通信件。这些，都纳入我的讲话内容之中。

在作发言准备时，我仔细阅读了贝里的文章，发现我想说的每一件事都详细写在里面。如普腊格在哥廷根 ( Goettingen ) 怎样同普朗特尔 ( Prandtl ) 一起工作，1933年怎样在卡尔斯鲁厄 ( 已被希特勒烧掉 ) 获得教授职位，怎样到达伊斯坦布尔和在那里的八年他做了什么工作，H.赖斯顿在1941年怎样把他带到布朗大学和第二次世界大战期间及以后所做的工作。这里的统计资料是：他出版了约20本书，发表了200多篇论文，获奖目录，精通四种语言和担任杂志编委等。当然，许多人如D.德朗克，H.考尔斯基，P.麦德，J.里兹，P.塞门兹和普腊格的秘书E.艾迪生和F.格道夫斯基等的观点和提供的关于普腊格的轶事也包含在文章里面。

很明显，若在文字上遵守出版者所列的标题“威廉·普腊格——科学家和人”，将花75分钟时间宣读该书的第五章。从而使大家的耐心和我的嗓音负担沉重，也可能侵犯贝里的版权。

因此，让我向您们提供一些已发表的资料，介绍威廉·普腊格伟大的经历。举出几个众

所周知的事实，但大部分是我以他作为导师、长者和朋友的见解。

人生获得成功的基本条件是具有适当的时间和地点。就我而言，这种条件是在第二次世界大战结束时在布朗大学应用力学研究生部(GDAM)和早上7时——任何一天的早上7时。

我是一名成功的研究生。学习和研究中，希望每周至少工作60小时。与一般人不一样，我喜欢在太阳升起以前开始工作，而避免晚上熬夜。

依据贝里的书(1982, p.92)，普腊格的作息时间是严格而有规律的：晚上10:30到早晨4:30是睡觉时间，最迟不超过早晨6:30开始工作。因此，清晨在研究生部约一个小时只有我们两人。我们通常在各自的办公室里工作，偶尔也在一起讨论我的工作。仅有几次，他不想工作，来到我的办公室，坐在桌子边上对我回忆他的往事。

因此，在许多有关的文章报导之前，我就知道先生在40年代后期的一些经历，并与这些报导没有什么差别。

例如，贝里讲(1982, p.59)由于普腊格先生强烈的反纳粹观点，希特勒把他赶出了卡尔斯鲁厄。正象我在一天清晨听先生讲的一样。普腊格先生受到这种迫害全在于他是德国最年青的正教授和某些人的嫉妒。由于希特勒的独裁，许多大学对此没能提出强烈的抗议。

在许多场合可以找到普腊格和他妻子、12岁的儿子从土耳其经巴格达、卡拉奇和开普敦于1941年到达美国的艰难经历。当他对我谈到渡过两个多月完全隐秘的生活，以便躲开昼夜24小时的监视时，当时的情景好象就在眼前。

先生有时也谈到普朗特。常提到的事是一个学生用获得的许多数据描曲线，并断定这些数据均在一椭圆上。普朗特看了一下并说：“椭圆是对称的，这个问题不是可以用摆线来试一试。”这个学生反过来用方程证明了摆线是正确的答案。

直感与严谨之间的协调，用爱因斯坦的话“尽可能简单，而不是较简单”是先生的座右铭。作为他的助手，普腊格教授要求我详细描述在塑性力学课堂上已经提出的一个定理为一篇论文。他凭直觉几分钟就写出来了，为验证它，我却花了几周时间，但最后当我要在三维情况下证明它时，先生建议我把此法应用于简支梁问题。在此过程中，我发现了我证明中的数学错误。用一般三维张量表示是相当细微的，但用一个单标量表示，这种错误就相当明显。这使我理解到简单化的价值，永远无法忘记。

一个八月的早晨，我穿着短裤和T恤衫正在工作，先生穿着整齐的便裤和短袖开领衬衫，看来很拘形式，向我说明他认识上的改变。一次，普朗特埋怨他的一个研究生在一个热天未穿西装背心就闯入他的办公室。他认为只穿带领带的便领衬衫和背心是不拘礼节。普腊格讲此事并非责备，先生有自己的穿着和品行标准。他对这种显著差异感到惊奇。

已有许多关于普腊格先生严守礼节的报导，虽然是间接的，但据此也反映他和蔼待人的品德。一天下午，一个结实的投递员带着一个邮件来到研究生部要签章，大声喊道，“这儿有叫普腊格的家伙吗？”（将普腊格说成“普莱一格”）我们这些学生和秘书都惊恐得很，感到侵犯了教授的尊严。但先生很沉静，走出办公室，按要求签上名，并感谢这位邮递员。

得到严守礼节，正式的拜访在1948年还没完全摆脱格式。一个春天的星期日，我和妻子带着满周岁的女儿着盛装到普腊格教授家作客。由于担心迟到，比约定的时间早到15分钟。这时，教授正在作准备，他的太太也在厨房忙着（此事告诉我们，社交拜访不要提前去）。

现在，许多人也讲到威廉·普腊格教授对闲聊不感兴趣，而喜欢一人在安静的环境里呆很长时间。然而，当时他立即意识到我妻子试图打开话题毫无希望，为此他抱着我的女儿休，说她是一个非常漂亮的孩子。当先生的太太进来时，才打破这种尴尬的场面。

显然，这件事给我女儿休很深的印象。三十几年后，教授到美国圣·路易斯市的华盛顿大学作报告，休当时是那儿的研究生。报告后，她向教授作自我介绍。先生显得非常高兴，回忆起当时抱着她的情景。

1949年8月我离开布朗后，我们就合作的著作做了长时间的通信。他的第一封信以“亲爱的霍杰”开头，并签上“W.普腊格”。我的回信也就以“亲爱的普腊格教授”开头，并签上“菲尔”。在9月21日和10月3日的信中，他立即改为“亲爱的菲尔”，签名“比尔”。从此以后，我们就以“菲尔”和“比尔”通信。

让我向您们介绍一下我们合作的著作（普腊格和霍杰，1951）。对于力学界，该书反应了大量塑性力学的内容；但对我来讲，该书反映了许多关于威廉·普腊格的事。

1948年，海军研究所办公室请求教授准备一个关于塑性理论现状的调研报告。教授将此任务交给我。这是一个教授—学生之间关系的典型事件。他简要地讲了一下由我起草的某一篇应写什么，并用红笔写出来。最后，我们再汇总。

第九章以一个典型的历史故事开头。在我交出第一稿后，先生作了大量的补充和修改，并重写了引言段。当我领悟他的想法，觉得手稿很潦草，我只好全部重抄我的手稿，包括他写的引言。作了反复修改后，我交上第二稿。在第一页，教授仅写上“第一段极好。”这以后，我重读了这一段，认为确实如此。

数月后，有396页共11章的资料“纯塑性体的数学理论导引”作为研究生部的A11-S<sub>2</sub>报告印出来，著者为P.G.霍杰。因教授坚持在封面上只署我的名字，也不要写致谢。

当我们接近写最后几章时，普腊格，海军研究所办公室和J.威利出版社决定把该材料出版并广泛发行。教授完全重写了我写过的部分，并征求我的意见。我这个刚取得哲学博士学位证书的人竟然告诉先生怎样修改他写的文章！提了一些建议，包括该书应阐明的一、二点数学观点和几处明显的印刷错误。我准备了思考题和附录。夸大讲，定稿后该书的10%是我写的。但教授坚持我们平等拥有本来很少的版权费。事实上，他送的稿子署名是“霍杰和普腊格”，是在威利出版社指出教授的名字在前面销路就更好才改过来！

即使1949年我离开布朗大学到路易斯阿拉莫斯加利福尼亚大学（UCLA）以后，我们间的关系仍在发展。他总是对我的工作善意地提出建议，还以其它方式帮助我。确实，威廉·普腊格既是我的长者，又是我的楷模。

加利福尼亚州有一条法令，要求所有政府雇用的教授不参加任何颠覆性的组织。现在，即使我曾为N.托马斯（Norman Thomas）选举过，但我从未参加任何比童子军（Boy Scouts）更有颠覆性的组织。因此我敢宣誓。当然，我由于一些牵连是不幸的。在处境仍然很糟时我访问了布朗大学。普腊格不仅与我作了长时间的谈话，还安排我同布朗大学校长H.威斯顿见面，以听取他的意见。

威廉·普腊格不仅在美国而且在欧洲也是有名的。我一生的憾事之一是未能参加1952年在伊斯坦布尔召开的理论及应用力学国际会议。比尔为此事问我：谁更有资格参加？但我年薪只有4600美元，有三个孩子，又没有资助，没能去。本来是应该去的。

终究，我还是出席了1956年布鲁塞尔会议，并提交了一篇论文。发言后我坐在先生旁

边，一位法国人站起来，从他的手势和很快的法语判断，好象对某个问题发牢骚。实质上是对我发言的补充。先生俯身向我解释，这个法国人没有批评我的论文，而是埋怨对我的排名顺序太低。当论文评审委员会成员比尔（即普腊格教授）问我是否让他作答复时，我真诚地说：“谢谢您！”

一周前，也是在布鲁塞尔，我和先生一起出席了航空研究和发展顾问会议（AGARD），主席是V.卡门。会议通用语言是英语和法语，并同时播送为其它语言作的翻译。当然，普腊格先生非常精通地讲包括法语和英语的四种语言。另外，V.卡门讲多种语言，包括以他自己独特方式讲的法语和英语。V.卡门作的导引论述都分别译成这两种语言。但先生始终戴着耳机。他悄悄对我讲：“我让翻译有事做。”

60岁时，先生和几个其他人员离开了布朗大学。两年后，他收到加利福尼亚大学圣地亚哥分校的邀请，并保证给予他很大支持。许多保证在后来并没实现。1966年我拜访了他。先生承认受到一些挫折。他讲，“人们建议老年人行动更慢些，更有耐心些。我发现我自己缺乏信心，因为我认识到已没有多少时间来做应做的事情了。”

1976年10月26日，威廉·普腊格先生访问了明尼苏达波利斯城，以后不到6个月就去世了。那天下午，他的谈话具有典型的普腊格风格：一个用最小加权设计的深奥的思想，无需用困惑的数学叙述而清晰地表示出来。为了显示其本质，应运用到普通的事例中。晚上，教授和他的儿子斯蒂芬，我和妻子及我系里的一对年青夫妇6人共进晚餐。与家人，新老朋友在一起，教授整个晚上都很高兴。这次聚会，体现出一种完美和谐和持续的感觉。

然而，想不到这是我最后一次见到他。留给我的却是一个伟大人物和最好朋友的最后回忆。

## 第二部分 非线性三轴行为的本构关系

### 第三章 混凝土和岩石的本构关系： 弹塑性理论的应用和推广

J.W.道吉耳 (Dougill)

#### 3.1 引言

人们已经采用了种种方法来描述如岩石和混凝土材料的性能。在一种极端情况下，企图不依靠任何一般的力学原理来找出重现试验结果的一些规律，由此获得的方程式是极有用的。然而，在基于这些数据的规律所涉及的性能范围以外，则不能保证能普遍地适用。在另一种极端情况，人们的注意力集中在由一些基本假设所定义的一类理想材料上，由此充分地提出一种普遍的力学行为理论。当然，这种普遍性仅涉及理想行为，因而仍然存在着使这种理想行为与相应的任何特定物理材料性能如何接近的问题。上述的这两种研究方法是相互补充的。在特定的场合下，两者对人们都具有吸引力。实验工作者的见解能在较狭窄的范围内达到一定的精度。而力学家的工作在更为广泛的范围内，对特定材料性能的精确详叙不大可靠，但其潜力在于应用中具有更为重大的普遍意义。

实际上，这两种极端情况相辅相成。在设计和说明实验时，由于采用的力学自变量反映了估计为各向同性、线性和弹性等的效果，变量的范围可能会受到限制。与此相类似，初始假设的选择，作为更普遍的理论研究发展的核心，将会以从真材料上进行的试验中获得的物理现象的知识为条件。

下面，先简要地回顾岩石和混凝土的本构关系所描述的一些现象。接着，讨论材料分类的各种方法，并将着重讨论关于与时间无关的行为。然后，从依赖于路径和把退化与塑性变形结合的观点出发，讨论一些特定为岩石和混凝土而发展的理论。这里，并不试图综合一切。在由陈和萨利布 (Chen and Saleeb, 1982) 及陈 (1982) 所著的书中，对各种特殊的理论都作了详细的评述，在此将不再赘述。

#### 3.2 结构特征

##### 3.2.1 物理行为

混凝土是一种复合材料。骨料颗粒包含在连续的灰浆基质里，灰浆由水泥和更小的骨料颗粒组成。水泥浆性质随时间进展的方式和复合材料本身的结构，大体上确定了混凝土的物理性能。

水泥浆的水合作用和固化过程将在基质中产生不相容的应变。这种应变，即使在无外载

的条件下，也会以微裂隙形式引起破裂（Hsu et al., 1962）。在所施加的载荷下，作为一个整体，材料将产生变形，但是，在骨料与基质间存在较大的不相容性，这将进一步促使破损。在宏观级别上，这种破损将造成刚度下降，也会引起不可恢复变形的累积，而在结构级别上，这种破损表现为微观的破裂和骨料与水泥浆界面上的滑移。虽然，这也能在更小的因次级别上描述为胶结物的断裂。

较大骨料颗粒的尺寸是重要的，它比得上局部性质结构问题中所感兴趣区域的尺寸。例如，在材料剥落时，剥落层的深度与最大骨料的尺寸具有相同的数量级。同样，钢筋棒的直径通常也与骨料的直径差不多。这两种情况，局部性能最终将以材料的详细结构为其条件。更为普遍地认为，发展材料性能的理论中，应该在什么程度上来考虑材料的结构和颗粒的尺寸，仍然是一个未解决的问题。最近的研究已把骨料的尺寸与在破坏变成局部化时用于分析的破裂带宽度联系起来（Hillerborg et al., 1976; Bazant, 1982）。在另一方面，从结构观点上发展起来的混凝土性能理论并未包含任何颗粒尺寸或结构的影响（Brandtzaeg, 1927; Ortiz and Popov, 1982）。这是需要进一步研究的一个领域。

然而，几乎总是不顾材料的结构和性能，准则是对一无形态结构连续体发展产生的，虽然这里所注意到的是直接出现于混凝土中的性质，但相似的情形也适用于岩石，由于对混凝土习惯上假设材料初始期为各向同性的。

微破裂和滑移的出现导致了在应力—应变响应中的非线性和软化，及其对平均正应力较显著的依赖性，见图3.1。混凝土和岩石都是膨胀性材料。在单轴压缩中，试件首先在体积上减小，但随应变增加，该趋势将颠倒过来。为了在不同的应力组合下比较强度，大多数早期的研究都采用了比例加载和以应力的最大值或峰值作为材料的强度。在图3.2中表示了在双轴应力状态下，所获得的典型强度包络线。在低应变区，其行为是十分接近弹性的，但仅在有了较大量退化和破坏之后，才能达到应力的峰值。由于这个原因，大量的研究都致力于确定使破坏变得值得注意的时候，人们采用了不同的方法监测破裂的影响范围。但是，各种方法给出了不一样的结果。目前，人们正在注意体积应变和轴应变在图中偏离线性的起点，同时，也注意到了体积应变为最小的那一点。这些点将给出首次出现破坏。

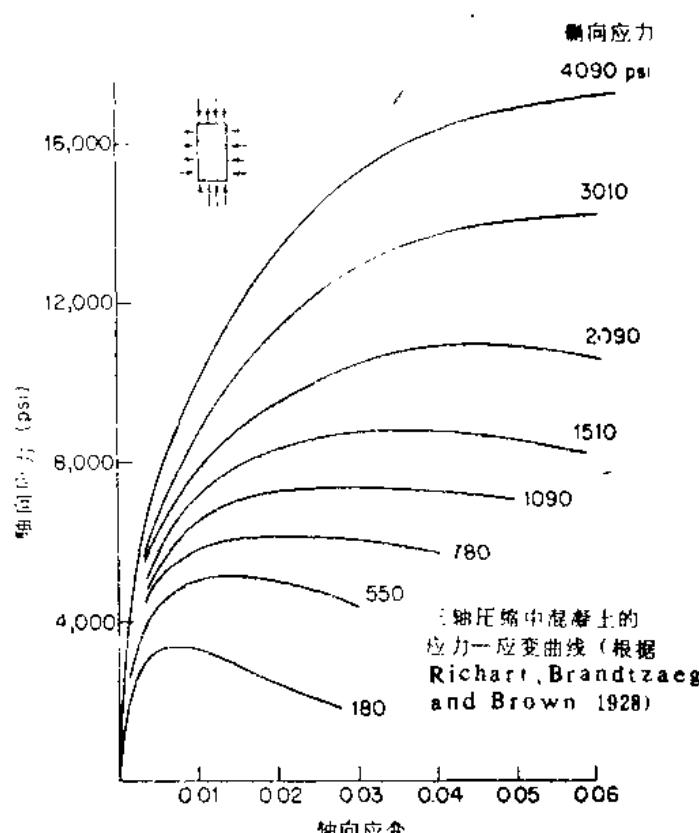


图3.1 三轴压缩试验中混凝土的应力—应变特性  
(据里查特等 (Richart et al., 1928))

值得注意的(山克特索伏斯和纽曼(Kotekos and Newman, 1970)，作为缓慢破裂传播的开

始提及)和材料刚好要开始膨胀的中间状态的包络线。这些不同包络线之间的相似性使某些研究工作把它们作为基于硬化塑性性能理论的加载面(例如雷德(Reid, 1970), 默里等(Auriay et al., 1979))。这种较为普遍的方法, 如果能把破坏的某些定量的数据与不同的包络线联系起来的话, 将会是很有帮助的, 而且, 由此也可更精确地定义出材料的状态。

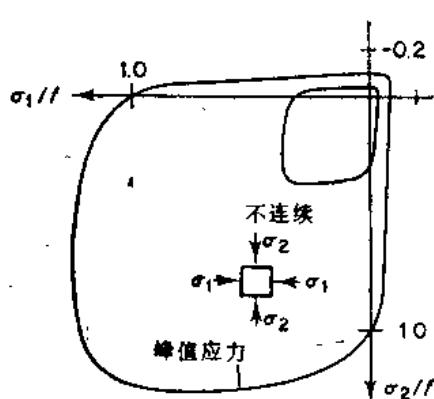


图3.2 在比例加载和双轴应力状态下, 混凝土试验获得的强度包络线(据卡甫夫尔等(Kupfer et al., 1969))

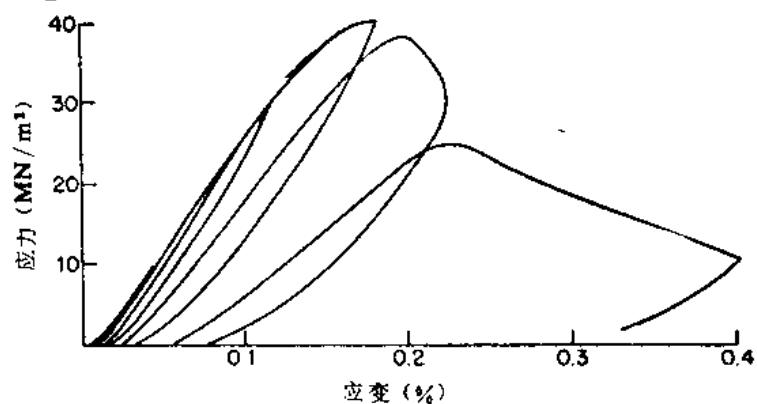


图3.3 试验应力一应变曲线由斯普伦和道吉耳(1975)

至今为止, 几乎还没有用术语来定义混凝土或岩石破坏的定量量度, 它在联系实验和理论上是很有用的。在研究单轴压缩下混凝土的行为时, 斯普伦和道吉耳(Spooner and Dougill, 1975)采用了这种有限的见解。在他们的试验中, 对混凝土试件施以一系列的加载和卸载循环, 各循环中的载荷总是降低至零, 然而在每个循环中, 应变范围却有所增加, 见图3.3所示。有趣的是我们只能从第一次加载的试件上记录到一定的声发射, 而在任何给定的应变范围内, 在后续的卸载或重复加载期间都不能获得这种声发射。这意味着至少存在两个不同的机理使试件中的能量消耗掉。其中之一限于第一次加载, 可能是造成微破裂和刚度削弱的原因; 而另一个机理作用于所有的时间, 它导致迟滞和衰减。这种能量消耗过程的见解把加载到给定应变时所做的功分成各种分量:  $W_1$  为由第一种机理破坏所消耗的能量,  $W_2$  为第一次循环后, 在重复加载中能量的消耗,  $W_3$  为在卸载中恢复的能量。

在图3.4和3.5中给出了这种能量分量的典型结果。这些结果确实取决于由斯普伦和道吉耳(1975)所采用的能量消耗的特定见解, 但还应该认识到, 可以设计出不同的准则来确定出每一个能量分量。不过以上结果的形式更适合于混凝土和岩石中观察到的性能曲线。 $W_1$

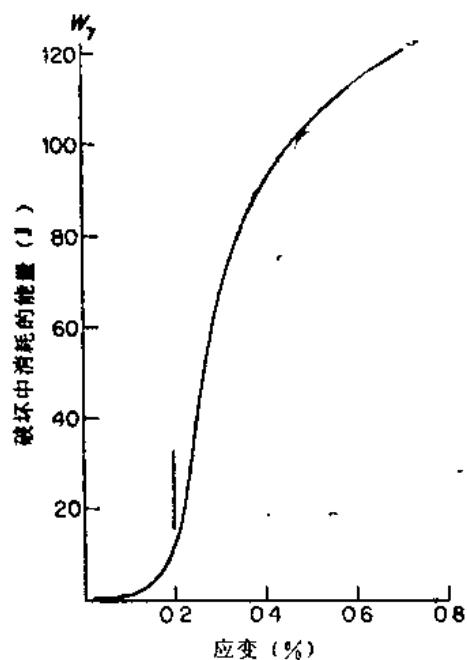


图3.4 单轴压缩破坏中消耗的能量  $W$ , 据斯普伦和道吉耳(1975)