

凝聚态物理学丛书

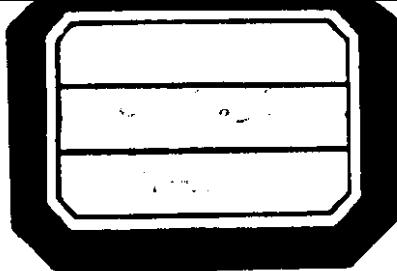
# 铁磁学

(下册)

廖绍彬 著



科学出版社



1765071

凝聚态物理学丛书

# 铁 磁 学

下 册

廖绍彬 著

JY1167109



科学出版社

1998



北师大图书 B1385772

## 内 容 简 介

本书基于理论和实践相结合的思想，比较系统地介绍了铁磁学的物理图象和基本理论。全书分上、中、下三册出版。上册专门讨论物质磁性的起源及随温度的变化；中册介绍磁化理论与磁路设计原理；下册论述交流磁化理论和磁共振理论。本书为下册，共分五章（即第十二章至第十六章），主要介绍铁磁物质在交变场中的性质、磁化机制和理论分析方法；亚铁磁共振和反铁磁共振理论以及在雷达技术中广泛应用的微波铁氧体器件工作原理等。本书各章末尾附有参考文献，书末还附有附录和内容索引。

本书可作为大专院校“铁磁学”课程的教材，也可供从事磁性材料研究、开发和应用及其他有关专业的科技人员和技术工人参考。

凝聚态物理学丛书

铁 磁 学

下 册

廖绍彬 著

责任编辑 李义发

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1988 年 3 月第 一 版 开本：850×1168 1/32

1998 年 5 月第二次印刷 印张：11 7/8

印数：2 861—4 360 字数：309 000

ISBN 7-03-000231-8/O · 66

定价：24.00 元

## 《凝聚态物理学丛书》出版说明

以固体物理学为主干的凝聚态物理学，通过半个世纪以来的迅速发展，已经成为当今物理学中内容最丰富、应用最广泛、集中人力最多的分支学科。从历史的发展来看，凝聚态物理学无非是固体物理学的向外延拓，由于近年来固体物理学的基本概念和实验技术在许多非固体材料中的应用也卓有成效，所以人们乐于采用范围更加广泛的“凝聚态物理学”这一名称。

凝聚物理学是研究凝聚态物质的微观结构、运动状态、物理性质及其相互关系的科学。诸如晶体学、金属物理学、半导体物理学、磁学、电介质物理学、低温物理学、高压物理学、发光学以及近期发展起来的表面物理学、非晶态物理学、液晶物理学、高分子物理学及低维固体物理学等都是属于它的分支学科，而且新的分支尚在不断进发。还有，凝聚态物理学的概念、方法和技术还在向相邻的学科渗透，有力地促进了材料科学、化学物理学、生物物理学和地球物理学等广义学科的发展。

研究凝聚态物质本身的性质和它在各种外界条件（如力、热、光、气、电、磁、各种微观粒子束的辐照乃至各种极端条件）下发生的变化，常常可以发现多种多样的物理现象和效应，揭示出新的规律，形成新的概念，彼此层出不穷，内容丰富多彩，这些既体现了多粒子体系的复杂性，又反映了物质结构概念上的统一性。所有这一切不仅对人们的智力提出了强有力地挑战，更重要的是，这些规律往往和生产实践有着密切的联系，在应用、开发上富有潜力，有可能开辟出新的技术领域，为新材料、元件、器件的研制和发展，提供牢固的物理基础。凝聚态物理学的发展，导致了一系列重要的技术突破和变革，对社会和科学技术的发展将发生深远的影响。

为了适应世界正在兴起的新技术革命的需要，促进凝聚态物

理学的发展，并为这一领域的科技人员提供必要的参考书，我们特组织了这套《凝聚态物理学丛书》，希望它的出版将有助于推动我国凝聚态物理学的发展，为我国的四化建设做出贡献。

主 编：葛庭燧

副主编：冯 端

## 前　　言

我们在 1976 年编写出版了《铁磁学》，目的是使中专以上水平的、有实践经验的读者通过学习该书，能对一些与生产实践有密切联系的基本理论有一个初步的、全面的了解，并用来指导实践。所以重点讨论了磁化的基本机制及其物理概念，略去了复杂的数学推导部分。由于铁磁学是研究物质磁性的来源及其在外磁场作用下变化的基本规律的学科，因此，《铁磁学》一书应以阐述铁磁体磁性的实验规律、基本理论和磁化机制为主，并应在物理图象和概念上，以及主要理论分析上给予简明的叙述和数学推导。考虑到近几年来教学、科研和生产的提高，以及社会上对本学科的要求，我们在多次教学实践的基础上，对 1976 年版《铁磁学》一书进行了全面的修改。在修改时注意保留了原书的一些特点，同时加深和增补了较大的篇幅，希望做到在内容上能反映出近代比较成熟的理论和实验结果。

修改后的内容可以看成是三部分的有机组合，即自发磁化基本现象和理论，技术磁化机制和理论，交流磁化和磁共振基本现象和理论。因三部分内容又具有相对独立性和各自具有相当大的篇幅，所以分为上、中、下三册出版。

上册专门讨论物质磁性的起源及随温度的变化（由戴道生和钱昆明著），分别从经典和量子力学原理、由浅入深地讨论了铁磁物质自发磁化的原因，详细地分析了局域电子模型和巡游电子模型的物理基础，并给出了各种理论结果的具体推导，最后介绍了格林函数方法对铁磁性的讨论。

中册主要介绍技术磁化理论与磁路设计原理（由钟文定著）。

前者主要是在磁畴理论<sup>\*</sup>的框架内论述磁性材料的静态磁化和反磁化过程，即从唯象理论的角度对磁性材料的技术特性给予阐述；后者是磁性材料的应用问题。将磁性材料技术性能的理论阐述与材料的使用设计放在铁磁学内，这是一种尝试，也是希望促使研制与设计的人员更好地结合。此外，磁晶各向异性的微观理论、矫顽力新理论、低温下的特异磁性和非晶态磁性等磁学和磁性材料方面的一些新进展，在书中亦有章节加以介绍。

下册为交流磁化理论和磁共振理论（由廖绍彬著）。交流磁化部分主要阐述铁磁物质在交变电磁场中的性质、磁化机制和理论分析方法。磁共振部分主要对以磁矩一致进动为基础的铁磁共振理论，以磁矩非一致进动为基础的自旋波激发和共振理论，以及亚铁磁共振和反铁磁共振理论等均有详细讨论。最后阐述了在雷达技术中广泛应用的主要器件的工作原理。

书中采用国际通用的米、千克、秒、安培（SI）单位制。为了便于对 C. G. S. 电磁单位制比较熟悉的读者使用，附有两种单位制中一些磁学量的数值关系表，磁学公式对照表和常用物理常数表，以便查对。

郭贻诚教授对全书进行了认真、全面的审阅，并提出了许多宝贵意见。

此外，我们还感谢天津磁性材料总厂对本书第二次印刷的大力支持。

著者

---

\* 早先技术磁化理论只有磁畴理论，现在却有另一分支，叫微磁学（Micromagnetism）。后者在原则上比前者进了一步，但对许多实际问题仍无法处理，因此，就目前情况来说，它们是相互补充的。

# 目 录

## 上 册

### 绪论

- 第一章 物质的抗磁性和顺磁性
- 第二章 自发磁化的唯象理论
- 第三章 自发磁化的交换作用理论
- 第四章 自旋波理论
- 第五章 金属磁性的能带模型理论
- 第六章 格林函数方法

## 中 册

### 绪论

- 第七章 铁磁性的基本特点和基本现象
- 第八章 磁畴结构
- 第九章 磁性材料的磁化过程
- 第十章 磁性材料的反磁化过程
- 第十一章 永磁体磁路设计原理

## 下 册

第十二章 各向同性的铁磁物质在交变电磁场作用下的电磁性质	1
§ 12.1 引言	1
§ 12.2 复数磁导率及其相关物理量	1

12.2.1 复数磁导率.....	1
12.2.2 铁磁体的磁损耗和储能 .....	3
12.2.3 铁磁体的 $\Omega$ 值和损耗角正切 $\operatorname{tg}\delta_\mu$ .....	4
<b>§ 12.3 低频弱场区的复数磁导率 .....</b>	<b>6</b>
12.3.1 磁滞效应.....	6
12.3.2 涡流效应.....	11
12.3.3 磁后效.....	22
12.3.4 尺寸共振和磁力共振.....	40
<b>§ 12.4 高频弱场区的复数磁导率 .....</b>	<b>40</b>
12.4.1 自然共振.....	41
12.4.2 瞬壁共振.....	48
<b>§ 12.5 弱场区的复数磁导率与频率的关系——磁谱 ...</b>	<b>62</b>
12.5.1 磁谱曲线的一般形状和几个典型的例子 .....	62
12.5.2 低频弱场区的磁谱曲线与磁损耗的列格公式 .....	67
12.5.3 高频弱场区的磁谱曲线与截止使用频率 .....	71
<b>§ 12.6 低频中等磁场区的磁损耗 .....</b>	<b>73</b>
<b>§ 12.7 铁磁介电体的介电性质 .....</b>	<b>75</b>
12.7.1 复数介电常数.....	75
12.7.2 多晶铁磁介电体的复数介电常数频谱 .....	76
12.7.3 多晶铁磁介电体的极化机制.....	77
<b>第十三章 磁化强度的一致进动和铁磁共振.....</b>	<b>89</b>
<b>§ 13.1 磁化强度的运动方程 .....</b>	<b>89</b>
13.1.1 无阻尼情况下,磁化强度的运动方程 .....	89
13.1.2 有阻尼情况下,磁化强度的运动方程 .....	94
<b>§ 13.2 磁化强度的一致进动(I); 均匀、各向同性的无穷大样品.....</b>	<b>98</b>
13.2.1 磁化强度的自由进动频率.....	98
13.2.2 无阻尼情况下的张量磁化率 $\chi$ 和张量磁导率 $\mu$ .....	100
13.2.3 有阻尼情况下的张量磁化率 $\chi$ 和张量磁导率 $\mu$ .....	103
13.2.4 张量磁化率和张量磁导率的坐标变换.....	106
13.2.5 在正、负圆偏振场 $\mathbf{h}_\pm$ 作用下的磁化率 $\chi_\pm$ 和磁导率 $\mu_\pm$ .....	113

13.2.6 铁磁共振线宽.....	116
<b>§ 13.3 磁化强度 <math>\mathbf{M}</math> 的一致进动(II); 均匀的小椭球样品 .....</b>	<b>118</b>
13.3.1 小椭球样品磁化强度的自由进动频率.....	118
13.3.2 无阻尼时,小椭球样品的内(外)张量磁化率 .....	124
13.3.3 有阻尼时小椭球样品的外张量磁化(导)率.....	127
13.3.4 小椭球样品的铁磁共振线宽 $\Delta H_s$ .....	129
<b>§ 13.4 磁化强度的一致进动 (III); 单晶小椭球 .....</b>	<b>133</b>
13.4.1 磁晶各向异性及其等效场.....	133
13.4.2 磁晶各向异性对单晶小椭球样品磁化强度的自由进动圆频率的影响.....	141
13.4.3 应力各向异性.....	152
13.4.4 磁晶各向异性和应力各向异性对单晶小球样品磁化强度的自由进动圆频率的影响.....	152
<b>§ 13.5 未饱和磁化的多晶铁氧体的低场磁损耗 .....</b>	<b>158</b>
13.5.1 未饱和磁化的多晶铁氧体的自然共振损耗.....	158
13.5.2 $\gamma M_s / \omega < 1$ 时多晶铁氧体的低场磁损耗 .....	163
13.5.3 有效线宽 $\Delta H_{\text{eff}}$ 和有效场移 $s$ .....	164
<b>第十四章 磁化强度的非一致进动.....</b>	<b>171</b>
<b>§ 14.1 自旋波 .....</b>	<b>171</b>
14.1.1 自旋波概念.....	171
14.1.2 交换作用等效场 $\mathbf{H}_{ex}$ .....	174
14.1.3 偶极作用等效场(体退磁场) $\mathbf{H}_{\text{dip}}$ .....	177
14.1.4 旋转椭球样品内的本征自旋波和自旋波频谱 .....	179
14.1.5 自旋波线宽 $\Delta H_k$ .....	183
14.1.6 自旋波在铁氧体磁损耗中的作用 .....	185
<b>§ 14.2 自旋波的线性激发和自旋波共振 .....</b>	<b>188</b>
14.2.1 垂直磁化薄膜中的自旋驻波 (I) (体均匀、表面钉扎模型) .....	188
14.2.2 垂直磁化薄膜中的自旋驻波 (II) (体不均匀、表面自由模型) .....	200
<b>§ 14.3 自旋波的非线性激发和高功率问题 .....</b>	<b>213</b>

14.3.1 高功率现象.....	213
14.3.2 平行泵情况下的临界场 $b_{0c}^{\parallel}$ .....	215
14.3.3 垂直泵情况下的临界场 $b_{0c}^{\perp}$ .....	222
§ 14.4 静磁模 .....	234
14.4.1 静磁模存在的一些实验事实.....	234
14.4.2 静磁模理论概述.....	237
14.4.3 球形样品的静磁模.....	238
<b>第十五章 亚铁磁共振和反铁磁共振.....</b>	<b>261</b>
§ 15.1 亚铁磁共振 .....	261
15.1.1 亚铁磁物质和亚铁磁性.....	261
15.1.2 亚铁磁体在外场中的平衡态.....	262
15.1.3 磁性次格子的磁化强度运动方程.....	268
15.1.4 磁化强度的一致进动(I); 无穷大的亚铁磁体 .....	269
15.1.5 磁化强度的一致进动(II); 各向异性的小椭球亚铁 磁体.....	281
§ 15.2 反铁磁共振 .....	286
15.2.1 反铁磁体及其在外场中的平衡态.....	286
15.2.2 磁性次格子的磁化强度运动方程.....	296
15.2.3 磁性次格子磁化强度的一致进动.....	299
<b>第十六章 微波铁氧体线性器件原理.....</b>	<b>306</b>
§ 16.1 微波铁氧体器件分类 .....	306
§ 16.2 线性器件原理的定性分析 .....	307
16.2.1 矩形波导中的电磁场分布.....	307
16.2.2 圆柱形波导中的电磁场分布.....	311
16.2.3 铁氧体的正、负圆偏振磁导率 $\mu_{\pm}$ .....	314
16.2.4 法拉第旋转效应.....	315
16.2.5 场移效应.....	317
16.2.6 共振效应.....	319
16.2.7 差相移效应.....	319
§ 16.3 线性器件原理的一些理论分析 .....	320
16.3.1 微扰论法.....	320
16.3.2 严格解法.....	326

<b>附录 I 行列式</b>	335
<b>附录 II 矩阵</b>	339
<b>附录 III 正交曲线坐标系</b>	344
<b>附录 IV 电磁学的一些基本公式</b>	355
<b>参考文献</b>	364
<b>内容索引</b>	366

## 第十二章 各向同性的铁磁物质在 交变电磁场作用下的电磁性质

### § 12.1 引言

在交变磁场作用下，各向同性的铁磁物质的磁性质与它在静磁场作用下的磁性质有很大的不同。首先，在静磁场中，它的磁导率是一实数。但在交变磁场中，由于存在磁滞效应、涡流效应、磁后效、畴壁共振、自然共振等，它在交变磁场中的磁感应强度比外加的交变磁场落后一相位，因而其磁导率为一复数。其次，各向同性的铁磁物质在交变磁场中的复数磁导率，不仅随外加磁场的幅值和外加磁场的频率变化，而且在不同的频段，决定复数磁导率的物理机制也是很不相同的。再次，各向同性的铁磁物质在交变场中(特别是在高频的交变场中)往往处于交变磁场和交变电场的同时作用下，而铁磁物质又往往也是电介质(例如铁氧体)，因而处在交变场中的铁磁物质往往同时显示其铁磁性和介电性。

本章重点在于讨论磁滞效应、涡流效应、磁后效、畴壁共振、自然共振等对复数磁导率的影响以及计算它们所引起的损耗功率，以及讨论复数磁导率随频率的变化，即磁谱问题，并介绍各向同性的铁磁物质在交变电场中的介电性质。

### § 12.2 复数磁导率及其相关物理量

#### 12.2.1 复数磁导率<sup>[17]</sup>

在静态和准静态的情况下，各向异性的线性铁磁物质的磁导率是一张量  $\mu$ ，即  $B = \mu \cdot H$ ，如写成分量形式，即为

$$B_1 = \mu_{11}H_1 + \mu_{12}H_2 + \mu_{13}H_3,$$

$$B_2 = \mu_{21}H_1 + \mu_{22}H_2 + \mu_{23}H_3,$$

$$B_3 = \mu_{31}H_1 + \mu_{32}H_2 + \mu_{33}H_3,$$

其中  $B_i$ ,  $H_j$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) 分别为磁感应强度和外加恒磁场的分量,  $\mu_{ij}$  为磁导率张量的分量, 且为实数。如果铁磁物质是各向同性的和均匀的, 其磁导率为一标量和实数。

在动态(即在交变磁场)的情况下, 磁导率将不再是实数而是复数了。如果还有恒定磁场的同时作用, 则各向同性铁磁物质的磁导率也是张量。

对于各向同性的铁磁物质, 在从静态或准静态过渡到动态时, 磁导率为什么从实数变成复数呢?

设振幅为  $H_m$ 、圆频率为  $\omega$  的交变磁场为

$$\mathbf{H} = H_m \cos \omega t, \quad (12.1)$$

写成复数表示形式为

$$\mathbf{H} = H_m e^{i\omega t}. \quad (12.2)$$

将这磁场加在各向同性的铁磁物质上, 由于存在阻碍磁矩运动的各种阻尼作用, 磁感应强度  $\mathbf{B}$  将落后于外加磁场  $\mathbf{H}$  某一相位角  $\delta$  (称为损耗角)。一般  $\mathbf{B}$  可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{B}_m \cos(\omega t - \delta) \\ &= \mathbf{B}_m \cos \delta \cos \omega t + \mathbf{B}_m \sin \delta \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned} \quad (12.3)$$

或写成复数形式

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m e^{i(\omega t - \delta)}. \quad (12.4)$$

由式 (12.2) 和式 (12.4) 可得该铁磁物质在交变磁场中的复数磁导率为\*

\* 我们定义磁导率:  $\mu = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}}$ , 其中  $\mu_0$  为真空磁导率。这样定义的  $\mu$

人们常称它为相对磁导率, 而将按  $\mu = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}}$  定义的磁导率称为磁导率。但为简单起见, 也将相对磁导率简称为磁导率, 本书正是这样做的, 注意不要混淆。另外, 当磁场  $\mathbf{H}$  的幅值趋于零时, 由式 (12.5) 所定义的磁导率称为起始磁导率, 并以  $\mu_s$  表示。

$$\tilde{\mu} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}} = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} e^{-i\delta} = \mu' - i\mu'', \quad (12.5)$$

其中

$$\mu' = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} \cos \delta, \quad (12.6)$$

$$\mu'' = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} \sin \delta. \quad (12.7)$$

从式(12.1), (12.3), (12.6), (12.7)中可知, 复数磁导率  $\tilde{\mu}$  的实数部分  $\mu'$  是与外加磁场  $\mathbf{H}$  同相位的磁感应强度  $\mathbf{B}$  的幅值对  $\mathbf{H}$  幅值的比值, 虚数部分  $\mu''$  是比外加磁场  $\mathbf{H}$  落后  $90^\circ$  的  $\mathbf{B}$  的幅值对  $\mathbf{H}$  的幅值的比值。也就是说

$$\mu' = \frac{\text{与外加磁场同相位的磁感应强度的幅值}}{\text{外加磁场的幅值}}, \quad (12.8)$$

$$\mu'' = \frac{\text{比外加磁场落后 } 90^\circ \text{ 相位角的磁感应强度的幅值}}{\text{外加磁场的幅值}}. \quad (12.9)$$

## 12.2.2 铁磁体的磁损耗和储能

由于复数磁导率虚部  $\mu''$  的存在, 使得磁感应强度  $\mathbf{B}$  落后于外加磁场  $\mathbf{H}$ , 这将引起铁磁物质在交变磁化的过程中不断消耗外加能量。处于均匀交变磁场中的单位体积的铁磁体, 单位时间的平均能量损耗(称为磁损耗功率密度)为

$$P_{耗} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}.$$

将式(12.3)代入上式, 得到

$$\begin{aligned} P_{耗} &= -\frac{1}{T} \int_0^T H_m \cos \omega t B_m \sin(\omega t - \delta) d(\omega t) \\ &= \frac{1}{2} \omega H_m B_m \sin \delta. \end{aligned}$$

考虑到式(12.7), 得到

$$P_{耗} = \pi f \mu_0 \mu'' H_m^2, \quad (12.10)$$

其中  $f$  为外加交变磁场的频率。从式(12.10)中可知, 单位体积

的铁磁体内的磁损耗功率与复数磁导率的虚部成正比，而与其实部无关。此外，它跟外加交变场的频率和幅值平方成正比。

我们知道，处在外加交变磁场  $\mathbf{H} = H_m \cos \omega t$  中的铁磁体，其内部储藏的能量密度为

$$w_{\text{储藏}} = \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}. \quad (12.11)$$

将式(12.3)代入式(12.11)，并对时间  $t$  求平均便得到

$$\begin{aligned} w_{\text{储藏}} &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} H_m \cos \omega t B_m \cos(\omega t - \delta) dt \\ &= \frac{1}{2} H_m B_m \cos \delta. \end{aligned}$$

考虑到式(12.6)得到

$$w_{\text{储藏}} = \frac{1}{2} \mu_0 \mu' H_m^2. \quad (12.12)$$

从式(12.12)中可知，在交变磁场中，铁磁体内储藏的磁能密度与复数磁导率的实部成正比，而与虚部无关，它也与外加交变场的幅值平方成正比。

综上所述，铁磁体的复数磁导率的实部与它在交变磁场中的储能密度是有关的，而虚部则与它在单位时间内损耗的能量有关。

### 12.2.3 铁磁体的 $Q$ 值和损耗角正切 $\operatorname{tg} \delta_{\mu}^{[1]}$

铁磁体的  $Q$  值定义为

$$Q = 2\pi f \frac{\text{铁磁体内的储能密度}}{\text{单位体积的损耗功率}}. \quad (12.13)$$

将式(12.12)和式(12.10)代入式(12.13)，得到

$$Q = \mu' / \mu''. \quad (12.14)$$

对于铁磁物质来说， $Q$  值是反映铁磁物质内禀性质的物理量，这是常用的一个物理量。

$Q$  值的倒数称之为磁损耗系数或损耗角正切，并以  $\operatorname{tg} \delta_{\mu}$  来表示，即

$$\operatorname{tg} \delta_{\mu} = \mu'' / \mu'. \quad (12.15)$$

这里需要指出的是,含铁磁物质的谐振回路以及电抗元件,也存在  $Q$  值(或称为品质因数)这一物理量。但它们是反映谐振回路和电抗元件性质的物理量,而不是反映铁磁物质内禀性质的物理量。

例如,对于如图 12.1(a) 和图 12.1(b) 所示的并联和串联谐振回路,其  $Q$  值定义为

$$Q = 2\pi \frac{\text{谐振回路中的储存能量}}{\text{每个周期内消耗的能量}}. \quad (12.16)$$

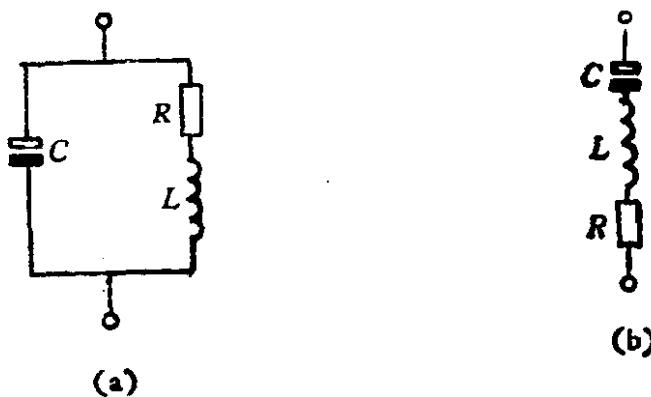


图 12.1 (a)  $RLC$  并联谐振回路; (b)  $RLC$  串联谐振回路。

根据式 (12.16) 可以证明,对于这两个谐振回路,其  $Q$  值为

$$Q = \omega_0 L / R = 1 / \omega_0 C R, \quad (12.17)$$

其中  $\omega_0$  为谐振圆频率。对于并联式谐振回路,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2};$$

对于串联式谐振回路,  $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC}$ 。

又如,对于如图 12.2(a) 和图 12.2(b) 所示的串联式和并联式等效电路的电抗元件,其  $Q$  值定义为

$$Q = \frac{P_{\text{无功}}}{P_{\text{有功}}} = \frac{x}{r}, \quad (12.18)$$

其中  $P_{\text{无功}}$  和  $P_{\text{有功}}$  分别为电抗元件等效电路的无功功率和有功功率; $r$  和  $x$  分别为电抗元件等效电路阻抗的电阻部分和电抗部分。由式 (12.18) 很容易得出,对于串联式等效电路的电抗元件,其  $Q$