快 速 计 算 法

史 丰 收

安徽科学技术出版社

快速计算法

史丰收

*

安徽科学技术出版社

安徽省新华书店发行

安徽新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 2 字数 42,000

1979年3月第1版 1979年3月第1次印刷

印数 1—1,000,000

统一书号 13200·2 定价 0.17元

前　言

在日常生活、生产和各种工作中，我们经常要与数字计算打交道，笔算比较缓慢，计算工具携带又不方便。因此，长期以来一直有许多人在研究速算的方法。速算法，主要是口算或心算，它根据有关计算的辩证关系，简化运算过程，在很大程度上是用脑子进行的快速计算。

中国科学技术大学78级学生史丰收同学，从十一岁开始学习和研究速算法，经过数年努力，创立了一种不用计算工具的“快速计算法”，它能直接从高位数算起(从左到右)，一次写出答案，把繁琐的中间过程一概省去了。用这种速算法，他可以计算二十六位数以内的加、减、乘、除、乘方、开方，得数准确。任意两个八位数相乘，他只要三、四秒钟就能从容不迫地得出答案。在科大介绍快速计算法的一次报告会上，连续多次试验，都是如此迅速准确，听众为之惊叹！

史丰收同学是陕西省大荔县一个下中农家庭出身的高中毕业生。他在小学学习算术期间，就考虑如何在数学计算中找出速算的规律性，当他创立这一“快速计算法”时，很快就被陕西省有关领导发现，并及时得到有关方面的重视与支持。据《人民日报》今年九月二十一日报导：“一九七二年，史丰收来北京，受到了周培源、吴有训、华罗庚等著名科学家的热情接待和鼓励。今年一月，中国科学院计算所、数学所、应用数学推广办公室等单位，对史丰收进行了考核，一

致认为，史丰收的快速计算法，方法巧妙，是国内外罕见的，在这方面有培养前途。”为了培养人才，中国科学技术大学破格录取了史丰收为一九七八级新生入数学系学习。

史丰收同学学习研究速算法，是以唯物辩证法为指导，通过反复实践，运用口诀的形式归纳总结出这一套“快速计算法”，使读、写、看、算得到了统一。这种科学的快速计算法，能随口报出计算结果，因此它具有计算速度快，答数准确性高的优点。这种速算法的关键，在于揭示了计算中“进位”和“相加”的规律性，从而使运算快速起来，答案自然也就很快地得到了。实际验证，这种快速计算法的计算之速，明显地超过了袖珍电子计算器。人们通过学习和练习，并不难掌握，所以很受广大群众的欢迎。

当前，我国正在实现四个现代化，工业、农业、商业、科研，直至国防建设等各行各业都在大干快上，无疑需要这种快速计算法，它对提高工作效率和计算准确性，将会起到积极作用；如能在小学里就开始试行推广，对我国的教育改革也将是一个很大的推进。因此，推广它是很有意义的。

史丰收同学正在学校忙于学习，加上他理论水平的限制，他的快速计算法还处于初级阶段，同时限于时间，定稿较为仓促，其中错误之处，在所难免，希望读者给以指正。

北京师范大学数学系教授　赵慈庚

中国科学技术大学数学系教授　李宝光

1978.10.5

目　录

1 概述

乘法是快速计算法的基础。可是，两个多位数相乘，古今中外一直都是从个位数算起，再到十位，百位……。乘数有几位，就得列几排数，然后再从个位加起，最后得出乘积数，中间过程繁多，进位也容易出错。长期以来，有不少人曾考虑着如何能找出新的规律，以便提高计算效率。我带着这个问题，经过多年的学习与摸索，终于形成这一《快速计算法》。我认为，老算法之所以“慢”，关键在于两个问题没有解决，一是“进位”，二是“相加”。我的快速计算法，就是针对“进位”和“相加”的问题，试图有新的突破，从而提高了运算速度。

为了便于了解“快速计算法”的具体内容，首先谈谈与研究建立快速计算法有关的几个问题。

一、乘法和加法的关系

大家知道，十进制普通加法的运算法则是：数位对齐，逐位相加，满十进位。乘法的运算法则是：逐位相乘，同位数相加，满十进位。从表面上看，两者只有“满十进位”是相同的。其实，乘法里的“逐位相乘”，就表示着加法里的数位对齐相加，乘法里的“同位数相加”，就表示着加法里的逐位相加。两个法则叙述形式虽然不同，但运算实质是一致的，都是遵循十进制“同位数相加、满十进位”的规律，

这是加、乘的共性。但是，乘法与加法相比有着不同特点，即其个性。从普通加法看，相加数，每个同一数位上的数变化无常，是异数连加，而乘法所表示的数都是相同加数，每个同一数位上的数都相同，即“同数”连加，这是乘法的特性，是乘法不同于一般加法的地方，它说明了加、乘之间的关系，更反映出乘法规律性强之所在，是乘法简便于加法的根据。“快速计算法”就是抓住了乘法这一特点，研究建立起新的简捷算法。

二、速算乘法运算程序的建立

普通加法与乘法的运算，有交换律、结合律、分配律。它们的运算与其相加或相乘数的“运算顺序”无关，也就是说，可以从低位算起，也可以从高位算起，还可以从中间任一位算起。

例如：7462×2

$=7000\times 2+400\times 2+60\times 2+2\times 2$（高位算起）

$=2\times 2+60\times 2+400\times 2+7000\times 2$（低位算起）

$=400\times 2+60\times 2+2\times 2+7000\times 2$（中间任一位算起）

按这个特点，结合数的读、写、看、算都是由左到右（由高位到低位）进行，唯独一般加、减、乘运算是由低位到高位进行，读、写、看、算四者不统一。而日常生活中却又是先算大数后算小数。考虑到这种脱节、因此产生了乘法也从高位算起的想法，欲把四者统一起来，在实际应用中就方便了。

乘法运算的实质，都是“同位数相加，满十进位”，而本位的个位数与它后位的进位数是同位数，要进行相加，就

提出了这样的问题：本位的个位数有无规律？后位的进位数有无规律？能否在运算中把后位的进位数提前找到，提前加到本位中来，即“提前进位”呢？使之达到高位算起，边算边清位，边算边定得数，计算速度就必然大大加快了。但是，实现“提前进位”，取决于相乘数的个位规律(简称个律)和进位规律(简称进律)的掌握，这是从高位算起要解决的主要问题。

在加法里，每位数相加的和有进、个，所得和的个位数与乘法里每位相乘所得积的个位数是相同的。所得和的进位数与所得积的十位数是一致的，都表示着进位数。所不同的，加法的进位数是用进位点“·”表示，运算中把它写在横线上，前位的右下角；而在乘法里，进位数则用数字表示，写在横线下，同前位对齐。深入研究这种形式上的不同，从中找出共同性规律性的东西。低位算起的加法，用进位点暂记进位数比较方便，乘法中进位数用数字表示比较方便，现在，我们从这一方便出发，将加、乘书写形式的不同变得统一起来，都用数字来表示。这样做，并不影响运算的正确性，相反，更符合实际，更有利于寻找其中的规律性。我们把连加运算的这种书写方式，称为分裂进、个。因为，原来的运算是把进位数与前位的个位数完全当成一回事，按前位的个位数来对待，这样便造成错觉，掩盖了加法运算的实质，因此，现在把这样的书写方式改变过来是很有必要的。

后位的进位数简称“后进”，本位的个位数简称“本个”。

普通加法

```
  8 3 4 4
    2 9 6
    5 4 3
    7 8 9
+ 2 0 0 4
---------
1 1 9 7 6
```

分裂进、个加法

```
  8 3 4 4
    2 9 6
    5 4 3
    7 8 9
+ 2 0 0 4
---------
1 1 2 2      →(后进)
+ 0 7 5 6    →(本个)
---------
1 1 9 7 6    →(和＝后进＋本个)
(和的每位数)
```

从"分裂进、个"算式中，我们竖看和的每位数是：首位数为"后进"，尾位数为"本个"，中间各位数都是"本个加后进"。因为相加数的最高位前位是0，最低位的后位也是0。所以和的每位数就可以统一为"本个加后进"。

加法的特例：同数连加—→乘法

```
  8 3 4 2
  8 3 4 2
  8 3 4 2
+ 8 3 4 2
---------
3 1 1 0      →(后进)
  2 2 6 8    →(本个)
---------
3 3 3 6 8    →(和)
(和的每位数)
```

```
  8 3 4 2
×       4
---------
3 1 1 0      →(后进)
  2 2 6 8    →(本个)
---------
3 3 3 6 8    →(积)
(积的每位数)
```

同加法一样，竖看，积的每位数是：首位数为"后进"，尾位数为"本个"，中间各位数都是"本个加后进"。同样可以看出：相乘数的最高位前位没有数，是0；最低位的后位也没有数，是0，因此，也可以说，积的每位数可以统一为"本个加后进"。

由此看来，乘法问题，实质上还是相乘中"本个加后进"的重复运算，即积的每位数都可由高到低，按"本个加后进"逐位推移的方法运算得到。而除法则是乘法的逆运算，在相乘除的过程中要用到加减法，所以说乘法是快速计算法的基础。

2 一位数乘多位数

我们知道，算术四则就是加、减、乘、除的算法。我们按照由易到难的原则，先介绍“一位数乘多位数”的速算法。这就是乘数为一位数，而被乘数为多位数。

任何一个 n 位数乘以一位数，其结果将是一个 n 位数或 $n+1$ 位数。例如：$2345\times3=7035$，这里是四位数($n=4$) 2345 乘以一位数 3，得数是四位数7035。又如：$9999\times9=89991$，这里是四位数($n=4$)乘以一位数，结果是五位数($5=n+1$)。为了说起来统一起见，我们约定把 n 位数乘以一位数的得数仍是 n 位数的情形也说成是 $n+1$ 位，而其第一位是 0。比如前一例中得数7035是四位数，我们也可以把它说成五位数07035。作这样的约定后，我们就可以统一地说：一个 n 位数乘以一位数，其得数是 $n+1$ 位数。(注1)

作了上述约定后，我们根据一般乘法规律，还可以得出一个结论：多位数乘以一位数时，得数中的第 m 位数，是由被乘数第 $m-1$ 位数以及跟随这位数的若干位数和乘数而确定的。

例如$1757\times2=3514$按上述约定其积应是五位，所以积可以变成03514。积的第三位数不是 1 而是 5，它等于被乘数的第二位数 7 与乘数 2 相乘所得的个位数 4，与 7 后的数 5 乘 2 所得的进位数 1 相加而得。又如$5375\times2=10750$，因积

的位数已经够五位，所以积的首位数不应补 0 。积的第三位数 7 ，是由被乘数的第二位数 3 乘 2 所得 6 ，与 3 后的数 7 乘 2 所得的进位数 1 相加而得。

由此可见，要确定乘积中第 m 位的数，关键是要确定进位数，也就是说要找出进位规律来。

我们可以把被乘数的第 $m-1$ 位当作个位数，该位以后的数看作小数（小数点后的数），设这个小数为 K ，并设乘数为 b，被乘数的第 $m-1$ 位数为 a_{m-1}，积的第 m 位数为 c_m，则

$$c_m = a_{m-1}\cdot b \text{ 的个位数} + K\cdot b \text{ 进到个位的数}$$

显然，当 $1\leqslant K\cdot b<2$ 时，就进 1 。用 b 除不等式得

$$\frac{1}{b}\leqslant K<\frac{2}{b}$$

这就是说，当小数部分 K 大于、等于 $\frac{1}{b}$ 而小于 $\frac{2}{b}$ 时，就进 1 。所以，我们把 $\frac{1}{b}$ 叫做乘数为 b 的进位单位。(注2)

当 $2\left(\frac{1}{b}\right)\leqslant K<3\left(\frac{1}{b}\right)$ 时，就进 2 ；$3\left(\frac{1}{b}\right)\leqslant K<4\left(\frac{1}{b}\right)$ 时，就进 3 ；依此类推。

不同的乘数 b，进位单位也是不同的，现排列于下：

乘数(b)	进位单位$\left(\frac{1}{b}\right)$
2	$\frac{1}{2}=0.5$

注1、2 的数学证明见附录。

3	$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$
4	$\frac{1}{4}=0.25$
5	$\frac{1}{5}=0.2$
6	$\frac{1}{6}=0.1\dot{6}$
7	$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$
8	$\frac{1}{8}=0.125$
9	$\frac{1}{9}=0.\dot{1}$

于是，我们进一步可以得出乘数分别为 2 到 9 的进位规律：

乘数	进位规律
2	满 5 进 1
3	超 $\dot{3}$ 进 1　超 $\dot{6}$ 进 2
4	满25进 1　满50进 2　满75进 3
5	满 2 进 1　满 4 进 2　满 6 进 3　满 8 进 4
6	超1$\dot{6}$进 1　超 $\dot{3}$ 进 2　满 5 进 3　超 $\dot{6}$ 进 4　超8$\dot{3}$进 5
7	超$\dot{1}4285\dot{7}$进 1　超$\dot{2}8571\dot{4}$进 2　超$\dot{4}2857\dot{1}$进 3　超$\dot{5}7142\dot{8}$进 4　超$\dot{7}1428\dot{5}$进 5　超$\dot{8}5714\dot{2}$进 6
8	满125进 1　满25进 2　满375进 3　满 5 进 4　满625进 5　满75进 6　满875进 7
9	超 $\dot{1}$ 进 1　超 $\dot{2}$ 进 2……超 $\dot{8}$ 进 8

所谓“满”，是“大于”、“等于”的意思，“超”是“大

于”的意思。例如

满5进1，即满0.5时，以2乘之进1。

超$\dot{3}$进1，即超$0.\dot{3}$时，以3乘之进1。

满25进1，即满0.25时，以4乘之进1。其余同理。

现在分别介绍乘数为2～9的具体速算法。

一、乘数为2

1.积首的确定

首先是确定积的首位数，即第一位数。现在规定：被乘数的首位数如果大于或等于5，那么积的首位数是1；被乘数的首位数如果小于5，其积的首位数是0（0一般不写）。

2.得积口诀

确定积的其余各位数，可按以下口诀。

1×2得2或3	6×2得2或3
2×2得4或5	7×2得4或5
3×2得6或7	8×2得6或7
4×2得8或9	9×2得8或9
5×2得0或1	0×2得0或1

为什么1×2得2或3呢?因为如果1的后一位数小于5，乘以2就没有进位，所以得数就是2，如果1的后一位数等于或大于5，乘以2就要进1，所以得数是3。其它口诀也是根据这个道理而确定的。

【例1】 5843×2=？

被乘数的首位数是5，所以积的首位数是1。然后，按

口诀逐个确定积的其余各位数。因为积的第2位数是由被乘数的第一位数和后一位数所确定的，而被乘数第一位数是5，后一位是8，根据口诀规定5乘以2得0或1，而8大于5，所以积的第二位数是1。下面，按口诀8×2得6或7，因为8后一位4小于5，所以是6。然后，按口诀4×2得8或9，后一位3小于5，所以是8。最后一位3，按口诀3×2得6或7，结果是6。这样我们就得出：5843×2=11686

【例2】 47530275×2=？

被乘数第一位是4，因为小于5，所以积的第一位是0（不写）。4按口诀4×2得8或9，因为4的后一位7大于5，所以是9。7按口诀7×2得4或5，7的后一位是5，得数应是5。5按口诀5×2得0或1，因为5后一位3小于5，所以是0。3按口诀3×2得6或7，3后一位是0，得数是6。0按口诀0×2得0或1，0后一位小于5，所以得数是0。2按口诀2×2得4或5，2的后一位7大于5，所以得数是5。5按口诀5×2得0或1，因为5是最后一位数字，得数只能取第1个数字，所以是0。这样，我们就得出：

47530275×2=95060550

为了便于记忆起见，我们把上面十句口诀，还可以写成以下五句：

1和6×2得2或3
2和7×2得4或5
3和8×2得6或7
4和9×2得8或9
5和0×2得0或1

练　习

1. 47632×2=?　　83269×2=?　　73246×2=?
   61302×2=?　　83415×2=?　　71375×2=?
   13275×2=?　　50029×2=?
2. 623487×2=?　　543269×2=?　　380719×2=?
   493567×2=?　　263924×2=?　　800132×2=?
   410953×2=?　　510419×2=?
3. 1543921×2=?　　3921671×2=?　　5124936×2=?
   9671392×2=?　　4633729×2=?　　5170484×2=?
   6639678×2=?　　8521476×2=?
4. 71195566×2=?　　78507732×2=?
   93192876×2=?　　69281743×2=?
   74581327×2=?　　70113826×2=?
   54938917×2=?　　78639273×2=?
   40250711×2=?　　17249386×2=?

二、乘数为3

1.进位规律

首先介绍乘以3的进位规律：超$\dot{3}$进1，超$\dot{6}$进2。

超$\dot{3}$进1，就是说一个数如果大于33……而小于或等于66……时，乘以3进1。如34×3，334×3，因为34大于33，334大于333，所以乘以3都要进1。

超$\dot{6}$进2，就是说一个数如果大于66……时，乘以3进2。

如67×3，667×3，都要进2，因为67大于66，667大于666。

2.得积口诀

在某数乘以3时，首先根据乘以3的进位规律，确定了积的首位数，然后按照下列乘以3的口诀以及进位规律，确定积的其余各位数。

1×3得3或4或5	6×3得8或9或0
2×3得6或7或8	7×3得1或2或3
3×3得9或0或1	8×3得4或5或6
4×3得2或3或4	9×3得7或8或9
5×3得5或6或7	0×3得0或1或2

上述口诀的理解与掌握，是得数选择的关键。例如1×3得3或4或5，那么积究竟选择三个数字中哪一个呢？如果1的后一位数或几位数不超$\dot{3}$，得数是第一个数字；超$\dot{3}$得数是第二个数字；超$\dot{6}$，得数是第三个数字。

【例1】 473867×3＝？

被乘数首位是4超$\dot{3}$，所以积的首位数是1。然后，按口诀4×3得2或3或4，因为4后一位7超$\dot{6}$，所以是第三个数字4。7按口诀7×3得1或2或3，因为7的后两位数超$\dot{3}$，所以是第二个数字2。3按口诀3×3得9或0或1，因为3后一位8超$\dot{6}$，所以是第三个数字1。8按口诀8×3得4或5或6，因为8的后两位数超$\dot{6}$，所以是第三个数字6。6按口诀6×3得8或9或0，因为6后一位7超$\dot{6}$所以是第三个数字0，7按口诀7×3得1或2或3，因为7是最后一位数，所以积应是第一个数字1。这样我们就得出：

$$473867\times3=1421601$$

【例2】 $680332\times3=?$

我们从被乘数的前两位数68可看出是超$\dot{6}$的，所以积的首位数是2。然后，按口诀6×3得8或9或0，因为6后一位8超$\dot{6}$，所以是第三个数字0。8按口诀8×3得4或5或6，因为8后一位数是0，不超$\dot{3}$，所以是第一个数字4。0×3得0或1或2，因为0的后三位数不超$\dot{3}$，所以是第一个数字0。3按口诀3×3得9或0或1，因为3的后两位数不超$\dot{3}$，所以是第一个数字9。3按口诀3×3得9或0或1，因为3后一位2不超$\dot{3}$，所以是第一个数字9。2按口诀2×3得6或7或8，因为2是最后一位数，所以是第一个数字6这样，我们就得出：

$$680332\times3=2040996$$

练 习

1. $68293\times3=?$　$83294\times3=?$　$37168\times3=?$
   $54319\times3=?$　$70136\times3=?$　$65192\times3=?$
   $54821\times3=?$　$38194\times3=?$　$72657\times3=?$
   $57625\times3=?$
2. $392154\times3=?$　$151333\times3=?$　$406337\times3=?$
   $139855\times3=?$　$276634\times3=?$　$729618\times3=?$
   $833766\times3=?$　$667339\times3=?$　$549326\times3=?$
   $682394\times3=?$
3. $4593126\times3=?$　$1354692\times3=?$　$7558931\times3=?$
   $3667234\times3=?$　$3302334\times3=?$　$8167373\times3=?$