邮电部高校统编教材

运筹学

YUN CHOU XUE

亢耀先 翁龙年 张 翼 编

北京邮电大学出版社

运 筹 学

亢耀先 翁龙年 张 翼 编

北京邮电大学出版社

内 容 简 介

运筹学是一门新兴学科，分支很多，内容丰富．本书只选择了与通信工作的生产、建设以及经营管理较密切的分支，如线性规划、动态规划、图与网路、随机服务理论等分支，重点进行了分析．

运筹学着重于定量解决问题，要用到较多的数学知识．为了适应管理专业学生的数学基础，书中尽量避免较深的数学论证，而着重经济概念、经济意义和解释，并举例说明如何应用．

本书可作为邮电高等院校管理专业的教材，也可作为其他经营管理人员的参考书．

运 筹 学

编 者 亢耀先 翁龙年 张 翼

责任编辑 时友芬

*

北京邮电大学出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

河北省高碑店市印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 1/32 印张 10.625 字数 275 千字

1998 年 2 月第一版 1998 年 2 月第一次印刷

印数：1—2 000 册

ISBN 7-5635-0293-9/TN·144 定价：15.00 元

前　　言

为了实现我国四个现代化、加强现代管理科学的内容，各邮电院校的邮电管理专业都开设了“运筹学”课程作为专业基础课程之一. 本书即是在多年教学实践的基础上为此课程编写的.

运筹学发展的历史不长，是一门新兴学科，但分支很多，内容丰富，本书只选择了与通信工作的生产、建设以及经营管理关系较密切的分支，如线性规划、动态规划、图与网路、随机服务理论等分支，重点进行了分析. 有些分支，如决策论、计划评审法等则分工在其它课程内讲述.

运筹学着重于定量解决问题，要用到较多的数学知识. 为了适应管理专业学生的数学基础，书中尽量避免较深的数学论证，而着重经济概念、经济意义的解释，并举例说明如何应用.

本书由亢耀先、翁龙年、张翼共同编写. 其中，绪论、第六章至第九章由亢耀先编写，第二、第四及第十章由翁龙年编写，第一、第三及第五章由张翼编写. 在整个编写过程中得到邮电部管理工程专业教学指导委员会的大力支持及蔡淑蓉、吕廷杰、忻展红等教授的热忱帮助，特别是研究生刘向东、谭建英在文字整理、编辑、录入中做了大量工作，特此致谢.

由于我们的水平有限，书中定有错误及不妥之处，望读者批评指正.

编　者

1997 年 5 月

图书在版编目（CIP）数据

运筹学/亢耀先等编. －北京：北京邮电大学出版社，
1998．2

ISBN 7－5635－0293－9

Ⅰ．运…　Ⅱ．亢　Ⅲ．运筹学　Ⅳ．022

中国版本图书馆 CIP 数据核字（97）第 27104 号

目　　录

绪　　论

一、运筹学的起源与发展

运筹学是一门在第二次世界大战期间发展起来的新兴学科．在二战期间，英国为了应用雷达探测德国飞机对英国本土的空袭，集中了一些自然科学家，如物理学家、数学家、天文学家等与军人组成了一个作战研究小组，专门研究防空作战问题，称之为“运用研究”（Operational Research）．因研究成果显著，后又推广到作战的其它领域（如运输船队的护航问题，反潜作战中深水炸弹爆炸深度等问题），均取得了良好效果，如研究深水炸弹深度后使德国潜艇的损失数增加了三倍．不久后美国亦在军队内成立了类似的研究小组，称为“Operations research”．英文 operation一词有运用、操作、作战、管理等许多含义，我国引进这门学科时译为“运筹学”，取运筹帷幄，决胜千里之意．

二次大战结束后，英美等国在军事部门建立机构，继续从事战略、战术及武器运用等研究，有一部分原来从事军事运筹的专家学者又转到经济部门、机关学校及科研单位．他们总结了过去的研究工作成果，并进一步在理论上做了一些科学探讨．美国的莫尔斯（P.M.morse）和金伯尔（G.E.Kimball）于 1952 年出版了《运筹学方法》（Methods of Operations Reseach）一书．另一方面，运筹思想和运筹方法也逐步向非军事领域扩展，并把战前已出现的一些运筹方法也纳入了运筹学，使这门学科得到充实和发展，并在大学开设了专门课程．1948 年英国首先成立了运筹学会，1952 年美国也成立了运筹学会，以后许多国家如法国、日本等

国家也成立了类似组织. 1959 年由英美等国发起成立了国际运筹学联合会（IFORS).

我国在 50 年代中期由许国志、钱学森等教授引进了这门学科，在各大学推广，并取得了一定成果，如运输问题的图上工作法就是总结了我国实际工作人员的调运方法后提出的. 在推广过程中，我国提出了中国邮递员问题等. 但由于十年动乱使研究中断，直到 1980 年才成立了全国性的运筹学会，于 1982 年加入国际运筹学联合会.

实际上，运筹学中的问题大都是在社会实践中产生的. 朴素的运筹思想在很早就有记载，如我国战国时期齐王与其大臣田忌赛马的故事就是一个典型例子，田忌根据孙膑的建议用三匹较差的马三赛两胜赢了齐王三匹较好的马. 至于定量的运筹方法在二战前也有一定发展，不过均分散在其它学科之内，例如：

（1）随机服务理论，亦称排队论，起源于电话工程. 1910 年前后丹麦工程师爱尔兰（A.K.Erlang）在哥本哈根安装电话，研究了电话机键数量与电话接通率之间的关系，提出解决这类问题的方法和计算公式，为随机服务理论奠定了基础.

（2）图和网路理论的形成可追溯到 18 世纪的哥尼斯堡城的七桥问题，即欧拉（L.Euler）回路问题.

（3）线性规划问题，早在 1939 年苏联的研究人员康特洛维奇（Kantrovitch）就出版了《生产组织与计划中的数学方法》一书，研究了运输问题和下料等问题，提出了线性规划的初步模型，并给出了“解乘数法”的求解方法，但当时未受到重视；直到 1947 年丹捷格（G.B.Dantzig）才在理论上彻底地解决了这一问题.

此外，运筹学在存储论也有所应用，早在 1915 年哈利斯（Harris.F）就发表过与存储有关的文章.

二、运筹学的基本思想、特点和研究对象

运筹学所研究的问题均来自各种社会实践活动，如作战方法、生产组织、物资调运等等．由于这些活动的内在规律不同，因而解决问题的方法也各异，于是就形成了许多分支．到目前为止，这些分支大体上有：① 数学规划，包括线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、目标规划等；② 图与网路理论，包括统筹法、最短路最大流及位置选择等；③ 随机服务理论及可靠性问题；④ 存储理论、决策论、对策论等；⑤ 随机模拟技术等．但就总体而言，直到现在还没有一个完全认识一致的定义．

莫尔斯和金伯尔曾定义运筹学为“为决策机构对所控制的业务活动做决策时，提供以数量化为基础的科学方法”．英国运筹学会认为：运筹学是把科学方法应用在指导人员、工商企业、政府和国防等方面发生的各种问题，其方法是发展一个科学的系统模式，并运用这种模式预测，比较各种决策及其产生的后果，以帮助主管人员科学地决定工作方针和政策．我国出版的百科全书中对运筹学做了如下解释：“运筹学是应用分析、试验、量化的方法对经济管理系统中人力、物力、财力等资源进行统筹安排，为决策者提供有根据的最优方案，以实现最有效的管理”．各种定义和说法虽不尽相同，但基本内容大体上是一致的．首先，运筹学是一门应用科学，它解决社会实践中有关运用、筹划等方面出现的，直接靠常识和经验不易解决的问题，为决策人员提供决策依据；其次，它所采用的方法必须是科学方法，能提供定量的最优方案或满意方案．所以有人也把运筹学称为管理科学(Management science）简称“M.S”．

为了能定量地选出最优方案，运筹学必须采用一些数学方法．这些数学方法有时亦称为优化技术（Optimization Technigues). 优化技术不仅用于社会活动，也广泛应用于自然科学领域和工程技术等方面.

三、运筹学研究解决问题的方法步骤

运筹学在解决实际问题中，逐渐形成了一套有效的解决问题的方法与步骤.

1. 理清问题、明确目标. 这是解决问题首要的步骤. 因运筹学所解决的问题一般都是社会现象，如进行战争，组织生产等，涉及的因素很多，事情发展的后果难以预计，所以要通过调查研究，把问题的实质、影响因素、约束条件以及可能导致的后果理出头绪. 明确目标是解决问题的关键. 同样的问题，目标不同可能引出不同的方案和结论. 例如二次大战时美英两国在大西洋上运输船队常遭德国飞机的轰炸，为此决定在运输船舰上装备对空射击武器，经过一段时间后，分析安装武器的效果，发现击落的敌机很少，于是发生了争论，有人认为得不偿失，但进一步研究，确认装备对空武器的目的是护航而不是击落敌机. 统计结果表明，装备对空武器后，运输船舰的损失由原来的 25% 降低到 10%，显然是有利的. 又如企业经营中，目标可能是产量最大或产值最高，也可能是利润最多，究竟以什么指标为目标须慎重决定.

2. 建立模型，就是把要解决的问题或活动的参数、变量和目标等之间的关系用模型表现出来，即把问题的实质抽象地表现为某种模型，如形象模型、数学模型、模拟模型等. 为了易于定量解决问题，运筹学中的模型多半是数学模型. 由于社会活动的复杂性，很难总结出一套规范的方法来建立模型. 所以建立模型是一种创造性劳动，要依靠运筹工作者发挥其聪明才智及经验来完成. 现在运筹学中所介绍的是行之有效的各种模型及其解法，应用时要把现实问题直接或经过一定处理后转化为已有的模型以

便应用现成的解法．不过这样往往要简化掉实际活动中的许多因素，以致于解出结果常不能在实际工作中应用．

3．求解模型，建立模型后，对它求解才能得到所要求的答案．现有的各种运筹学中的模型已研究出多种解法，由于运算量一般都很大，通常需要用计算机计算．所以运筹学能广泛应用是与计算机的发展有密切关系的．

4．搜集整理有关数据，用数学模型解决实际问题，进行计算时，所采用的各种数据必须符合实际，如房屋建筑单价、工时定额、物价、收益等等都因时因地而异，是否符合实际，要影响计算结果的正确程度，故必须周密调查研究后才能确定．

5．对计算结果做整体评价，因模型中有许多实际因素很难考虑进去，如社会因素、政策因素等，因此对解出的结果要从其他方面进行评价和研究．

四、运筹学与其它学科之间的关系

由于运筹学要求解决问题要利用数学模型求解，所以学习、应用运筹学应具备较广的数学知识，许多运筹学者来自数学专业就是这一原因，有人甚至认为运筹学是一门应用数学；但是运筹学所解决的问题的本身并非数学问题，而是社会活动问题，这从运筹学的起源可以看得很清楚，数学只是解决问题的工具．因此，运筹学是一门边缘科学，要各种专业学科和数学相互交流协作才能发展前进．

近些年来，在组织管理方面又有一些相近的新学科在发展，如系统工程、技术经济分析等．它们在某些内容方面与运筹学很难划分清楚，这要靠课程之间的协调来解决，例如决策论多放在运筹学中来讲述，而本书考虑到已在系统工程内有所论述，就不再重复．

第一章　线性规划问题及单纯型解法

1.1　线性规划问题及其一般数学模型

1.1.1　线性规划问题举例

在生产实践中要合理筹划,充分利用有限的人力、物力和财力等资源,以获得尽可能大的经济效益,或是在规定任务前提下尽可能以较少的耗费来完成,这就是规划问题.下面举几个例子.

例 1.1.1　多产品生产问题

某通信设备厂欲生产甲、乙两种不同类型的通信电缆,出售后单位产品的收益分别为6万元和4万元.生产单位甲型电缆要耗费2单位铜和1单位铅,生产单位乙型电缆要耗费1单位铜和1单位铅.该厂现有10单位铜和8单位铅.市场对乙型电缆的最大需求为7单位,对甲型电缆的需求无限制.问如何安排生产才能使产品出售后的总收益最大?

若用 x_1, x_2 分别代表甲、乙两种电缆的生产量,则上述问题可用如下数学模型来表示:

目标函数: $\max f(\boldsymbol{X}) = 6x_1 + 4x_2$　使总收益最大

$$
\text{约束条件:}\begin{cases}
2x_1 + x_2 \leqslant 10 & \text{产量受铜资源的限制}\\
x_1 + x_2 \leqslant 8 & \text{产量受铅资源的限制}\\
x_2 \leqslant 7 & \text{产量受需求的限制}\\
x_1, x_2 \geqslant 0 & \text{产量不允许为负值}
\end{cases}
$$

该问题的最优解为: $x_1 = 2$, $x_2 = 6$, $\max f(\boldsymbol{X}) = 36$. 即生产

甲型电缆2单位、乙型电缆6单位时的总收益最大.

凡与上述情况类似,在给定资源的情况下,通过安排生产计划使总收益最大的各种问题一般都可归纳到这一类,并可利用类似的数学模型求得最优解.

例 1.1.2　配料问题

某医药公司计划用甲、乙两种原料生产一种复合维生素胶丸.已知两种原料的单位有效成分、单价和每粒胶丸的最低含量要求如表1.1.1所示.问两种原料如何搭配使用,使每粒胶丸的成本最低?

表 1.1.1

含量 成分 \ 原料	原料甲	原料乙	每粒胶丸的最低含量
VA 含量	0.5	0.5	2
VB_1 含量	1.0	0.3	3
VB_2 含量	0.2	0.6	1.2
VD 含量	0.5	0.2	2
每种原料单价	0.3 元	0.5 元	

设 x_1, x_2 分别代表每粒胶丸中甲、乙两种原料的用量,则下列方程组代表该问题的数学模型:

$$\min f(\boldsymbol{X}) = 0.3x_1 + 0.5x_2$$

$$\begin{cases} 0.5x_1 + 0.5x_2 \geqslant 2 \\ 1.0x_1 + 0.3x_2 \geqslant 3 \\ 0.2x_1 + 0.6x_2 \geqslant 1.2 \\ 0.5x_1 + 0.2x_2 \geqslant 2 \\ \quad x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

该问题的最优解为：$x_1 = 3.69$，$x_2 = 0.77$，

$$\min f(\boldsymbol{X}) = 1.49.$$

即每粒胶丸配 3.69 单位甲原料和 0.77 单位乙原料的费用最少.

凡提出起码的要求，在规定条件下如何节约费用都可归纳成这一类问题，并可利用类似的数学模型求得最优解.

例 1.1.3　合理下料问题

要制作 100 套钢筋架，每套要用 2.9 m、2.1 m 和 1.5 m 的钢筋各一根，已知原材料长 7.4 m，问如何切割使原材料最节省.

要解决合理下料的问题，首先应列出几种可能的切割方案，如表 1.1.2 所示.

表 1.1.2　各种下料方案

方　案	2.9 m 数量	2.1 m 数量	1.5 m 数量	合计长度	余料长度
1	2	0	1	7.3	0.1
2	1	2	0	7.1	0.3
3	1	1	1	6.5	0.9
4	1	0	3	7.4	0
5	0	3	0	6.3	1.1
6	0	2	2	7.2	0.2
7	0	1	3	6.6	0.8
8	0	0	4	6	1.4

设 $x_j (j = 1,2,\cdots,8)$ 分别代表方案 1 ～ 8 所需的原料钢筋数，则根据表 1.1.2 可列出使总剩余料最小的方程组如下：

$$\min f(\boldsymbol{X}) = 0.1x_1 + 0.3x_2 + 0.9x_3 + 0x_4 + 1.1x_5 + 0.2x_6 + 0.8x_7 + 1.4x_8$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geqslant 100 \\ 2x_2 + x_3 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 \geqslant 100 \\ x_1 + x_3 + 3x_4 + 2x_6 + 3x_7 + 4x_8 \geqslant 100 \\ x_j \geqslant 0 \ (i = 1,2,\cdots,8) \end{cases}$$