现代管理中的数理统计方法

人民邮电出版社

国 际 市 场 学

——打入国际市场的战略

（美）富兰克林 R·鲁特 著
万安培 陈桂芳 屈定坤
邵培德 戴炳源 译

上海社会科学院出版社

责任编辑　高品瑚
封面设计　邹越非

国际市场学
——打入国际市场的战略
（美）富兰克林R·鲁特 著
万安培　陈桂芳　屈定坤　鄢培德　戴炳源 译
上海社会科学院出版社出版
（上海淮海中路622弄7号）
新华书店上海发行所发行　　上海中行印刷厂常熟分厂印刷
开本787×1092　1/32　印张 9.625　字数 213千字
1991年3月第1版　1991年3月第1次印刷
印数1—3300
ISBN7—80515—557—7/F·171
定价：3.30元

引　言

数理统计方法是研究随机现象的一种数学方法。众所周知，随机现象广泛地存在于社会实践中，而它常常可以用一个或几个随机变量来表述。例如，某一个工厂生产电子管，由于受各种随机因素的影响，各个电子管的寿命不尽相同。因此，该工厂生产的电子管的寿命便可视为一个随机变量。对于该工厂的质量管理人员而言所关心的问题往往是此随机变量的某些统计特性如何。如该工厂某日所生产的电子管寿命长短的分布如何？其平均寿命如何？是否达到了所规定的标准？影响电子管平均寿命的因素有哪些？等等。而我们在研究这些问题时又不能将生产的所有电子管测量一遍，一种可行的办法是从所生产的电子管中抽取一部分测其寿命，然后对所获得的数据进行整理、分析，对所关心的问题作出相应的推断。

数理统计方法就是以概率论为基础来研究如何用有效的方法收集、整理和分析所获得的局部数据，从而对所考察的整体问题作出相应推断。于是，数理统计方法通常可分为两方面：一是如何有效地收集数据，即抽样方法；另一是如何由收集到的数据合理地进行整理、分析，对所研究的问题作出推断，即统计推断。本书主要介绍后者，但需指出的是，抽样方法与统计推断两者之间通常有着相辅相承的关系，不同的抽样方法有着不同的统计推断方法，要得到更有效的推断结果，也往往需要与相应的抽样方法配合。

目前，数理统计方法已被广泛地应用于各个领域内，特别是在现代企业管理中，统计方法已成为制定各种决策的有力工具。

目　录

第一章
抽 样 分 布

§1 总体、样本、统计量

一、总体

所研究对象的全体称为总体。组成总体的每个元素称为个体。然而在实际问题中，我们关心的往往不是组成总体的每个个体，而是它们的某个或某些数量指标的统计特性如何。例如，一批电子管为一个总体，而每一个电子管便为此总体中的一个个体，我们关心的通常并不是这一个个电子管，而是它们某个数量指标或某些数量指标如何，如电子管的寿命的统计特性如何。用概率论观点看，这样的一个或一些数量指标可以视为定义在总体上的一维或多维随机变量。为了简便，以后我们便将它们称为总体，分别记为 X（一元总体）和 $\mathbf{X}$（多元总体）。

二、样本

对总体 X 进行 n 次观测，可得到 n 个观测值 x_1，…，x_n，可用 x_i（$i=1$，…，n）表示第 i 次观测所得到的数据。我们称 $(x_1, \cdots, x_n)'$ 为来自总体 X 的样本值。

由于对总体抽样观测是随机的，所以样本值 $(x_1, \cdots, x_n)'$ 可视为 n 维随机向量 $(X_1, \cdots, X_n)'$ 的一个可能取值，我们称此随机向量为来自总体 X 的样本。

n 称为样本容量。

在不变的条件下，对总体 X 进行 n 次独立重复观测得到容量为 n 的样本 $(X_1, \cdots, X_n)'$，则称此样本为简单随机样本。简单随机样本显然应具有以下两个特点：

(1) $X_1, \cdots, X_n$ 与总体 X 同分布；

(2) $X_1, \cdots, X_n$ 相互独立。

由于简单随机样本具有上述两个特点，因此，当总体 X 的分布函数为 $F(x)$ 时，则简单随机样本 $(X_1, \cdots, X_n)'$ 的分布函数为

$$F_n(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} F(x_i) \qquad (1.1.1)$$

如果总体 X 为离散型的，其概率分布为

$$P\{X=x_k\} = p_k, \ k=1, 2, \cdots\cdots$$

则简单随机样本 $(X_1, \cdots, X_n)'$ 的概率分布为

$$P\{X_1=x_{k_1}, \cdots, X_n=x_{k_n}\} = \prod_{i=1}^{n} p_{k_i} \qquad (1.1.2)$$

如果总体 X 为连续型，其分布密度为 $f(x)$，则简单随机样本 $(X_1, \cdots, X_n)'$ 的分布密度为

$$f_n(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i) \qquad (1.1.3)$$

例 1.1.1　设总体 $X \sim B(1, p)$，其中 $0<p<1$，$(X_1, \cdots, X_n)'$ 为来自此总体的简单随机样本，试求 $(X_1, \cdots, X_n)'$ 的概率分布

解：由于 X 的概率分布可表为

$$P\{X=x\} = p^x (1-p)^{1-x}, \ x=0, 1$$

于是简单随机样本 $(X_1, \cdots, X_n)'$ 的概率分布便为

$$P\{X_1=x_1, \cdots, X_n=x_n\} = \prod_{i=1}^{n} p^{x_i}(1-p)^{1-x_i}$$

$$=p^{\sum_{i=1}^{n} x_i}(1-p)^{n-\sum_{i=1}^{n} x_i}, \quad x_i=0, 1; \ i=1, \cdots, n$$

例 1.1.2 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，其中 $-\infty<\mu<+\infty$，$\sigma^2>0$，$(X_1, \cdots, X_n)'$ 为来自此总体的简单随机样本，试求它的分布密度

解：由于总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，即其分布密度为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\},$$

所以简单随机样本 $(X_1, \cdots, X_n)'$ 的分布密度为

$$f_n(x_1, \cdots, x_n)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i)$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

$$=(2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\right\}。$$

对于多元总体，其样本、简单随机样本的概念与上述一元总体情况相同，需要注意的是样本中每个分量是一随机向量。

例 1.1.3 设有 m 元总体 $\mathbf{X} \sim N_m(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$，

其中 $\boldsymbol{\mu}=(\mu_1, \cdots, \mu_m)'$ 为期望向量，$\boldsymbol{\Sigma}=(\sigma_{ij})_{m\times m}>0$ 为协差阵，又设 $\mathbf{X}_i=(X_{i1}, X_{i2}, \cdots, X_{im})'$，$(i=1, 2, \cdots, n)$，为来自 $\mathbf{X}$ 的简单随机样本的第 i 个分量，试求它的分布密度。

解：由 $\mathbf{X} \sim N_m(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$，即其分布密度为

$$f(\mathbf{x})=f(x_1, \cdots, x_m)$$

$$=(2\pi)^{-\frac{m}{2}}|\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right\}$$

其中 $\mathbf{x}=(x_1, \cdots, x_m)'$ 所以简单随机样本 $(\mathbf{X}_1, \cdots, \mathbf{X}_n)'$ 的联合分布密度便为