

# 传感器原理

南京航空学院  
北京航空学院  
合编

国防工业出版社

V244  
Q2

# 传 感 器 原 理

南京航空学院、北京航空学院 合编

国防工业出版社

5. 10

## 内 容 简 介

本书详细地阐述了各类传感器的基本理论，介绍了几种主要传感器的设计原则和方法。

全书共分十章：第一章分析传感器的动静态特性及其数学模型，解释了校准传感器精度时常用的一些名词术语，其余各章分别介绍电位器式、应变式、电容式、磁阻式、电动式、压电式、谐振式、压阻式和其它半导体式传感器的基本原理、输出特性、误差分析、工程设计原则及与之有密切关系的测量线路。

本书用作航空仪表及传感器专业学生的教科书，也可供测试技术、自动控制专业的学生和有关工程技术人员参考。

### 传 感 器 原 理

南京航空学院、北京航空学院 合编

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092<sup>1</sup>/<sub>16</sub> 印张18<sup>7</sup>/<sub>8</sub> 437千字

1980年12月第一版 1980年12月第一次印刷 印数：0,001—8,300册

统一书号：15034·2141 定价：1.95元

## 前 言

目前,传感器在测试技术领域内的应用越来越广泛,其作用和地位也越来越重要,但是国内全面介绍传感器的书籍却较少。为此,按照北京航空学院、南京航空学院和西北工业大学三所院校共同制订的教材大纲,根据北航、南航多年来传感器方面的教学经验与科研成果,并收集了近年来国内外新型传感器的科技资料编写成此书。

全书系统地阐述了传感器的基本原理和基本概念。内容比较丰富、新颖,具有一定的深度和广度。在叙述方法上,力求做到由浅入深,简明扼要。因此本书既是一本教科书,又是一本可供有关工程技术人员阅读的参考书。

书中涉及的传感器有十几种,限于篇幅,不可能也没有必要对每一种传感器都进行全面的分析。并且也不包括光测、声测和无线电遥测方面的传感器。对于书中所讨论到的各类传感器,重点是放在目前应用广泛、又有发展前途的几种传感器上。

本书由南京航空学院主编,北航参加编写并主审。全书共分十章,除绪论外还附有国际单位换算表和气隙磁导计算公式一览表。其中,第二、三、四章和附录二由北航陈行禄编写,第六、七、十章由南航吴志鹤编写,第九章由南航王厚枢编写,其余各章由南航余瑞芬编写,并由王厚枢、余瑞芬完成全书的统校工作。

由于编写时间仓促,调查研究不够深入,加上编者业务水平有限,不可避免地会存在不少缺点和错误,诚恳希望广大读者不吝赐教。

在编写过程中,得到了有关研究所,工厂及兄弟院校的重视和支持,北航孙德辉同志、上海交大朱佩霞同志审读了书稿,提出了许多宝贵意见,在此一并表示深切感谢。

# 目 录

绪论	1	3.2.1 金属的电阻应变效应	52
第一章 传感器的一般特性	4	3.2.2 灵敏系数	53
1.1 传感器的静态特性	4	3.3 主要特性	55
1.1.1 线性度	4	3.3.1 应变片的灵敏系数	55
1.1.2 迟滞	10	3.3.2 横向效应及横向灵敏度	56
1.1.3 重复性	10	3.3.3 应变片的应变极限	58
1.1.4 灵敏度	11	3.3.4 机械滞后	59
1.2 传感器的动态特性	12	3.3.5 零漂和蠕变	59
1.2.1 动态特性的一般数学模型	12	3.3.6 动态响应特性	59
1.2.2 传递函数	13	3.3.7 疲劳寿命	61
1.2.3 动态响应	14	3.3.8 应变片电阻值 $R$	61
第二章 电位器	22	3.3.9 最大工作电流	61
2.1 基本构造及工作原理	22	3.3.10 几何尺寸	61
2.2 线性电位器	23	3.3.11 绝缘电阻	62
2.2.1 理想特性、灵敏度、线性度	23	3.4 温度误差及其补偿	62
2.2.2 阶梯特性、阶梯误差、分辨力	25	3.4.1 温度误差及产生原因	62
2.2.3 工艺误差	26	3.4.2 温度补偿方法	63
2.3 非线性电位器	27	3.5 金属箔式应变片	65
2.3.1 功用及分类	27	3.6 半导体应变片	66
2.3.2 特性和符合度	27	3.7 应变片的粘贴及粘合剂	66
2.3.3 变绕组式非线性电位器	29	3.7.1 粘合剂的种类和性能	67
2.3.4 变骨架式非线性电位器	30	3.7.2 应变片的粘贴、固化和检查	68
2.3.5 分路电阻式非线性电位器	32	3.8 电桥原理及电阻应变片桥路	68
2.3.6 电位给定式非线性电位器	34	3.8.1 直流电桥的特性方程及平衡条件	69
2.4 电位器的负载特性及负载误差	34	3.8.2 直流电桥的电压灵敏度	69
2.5 结构及材料	39	3.8.3 电桥的非线性误差及其补偿	70
2.5.1 电阻丝	40	3.8.4 交流电桥的电压输出及平衡条件	72
2.5.2 电刷	41	3.8.5 交流应变电桥的输出特性及 预调平衡	73
2.5.3 骨架	42	3.9 电阻应变仪的工作原理	75
2.6 参数计算	43	3.10 应变式传感器	77
2.7 非线性绕式电位器简介	48	第四章 电容式传感器	82
2.7.1 合成膜电位器	48	4.1 工作原理及结构型式	82
2.7.2 金属膜电位器	48	4.2 主要特性	83
2.7.3 导电塑料电位器	48	4.2.1 特性曲线、灵敏度、非线性	83
2.7.4 导电玻璃釉电位器	49	4.2.2 等效电路	87
2.7.5 光电电位器	49	4.2.3 高阻抗、小功率	87
2.8 电位器式传感器	50	4.2.4 静电引力	88
第三章 电阻应变片	51	4.3 测量线路	89
3.1 概述	51	4.3.1 交流不平衡电桥线路	89
3.2 电阻应变片工作的物理基 础——电阻应变效应	52	4.3.2 变压器式电桥线路	93
		4.3.3 自动平衡电桥线路	94

4.3.4 二极管式线路	96	7.1 压电效应	189
4.3.5 差动脉冲宽度调制线路	100	7.2 压电材料	191
4.3.6 调频式线路	102	7.2.1 压电晶体	191
4.3.7 运算放大器式线路	103	7.2.2 压电陶瓷	193
4.4 温度误差	104	7.3 压电式传感器的等效电路	194
4.4.1 温度变化对结构尺寸的影响	105	7.4 压电式传感器的测量线路	195
4.4.2 温度变化对介电常数的影响	106	7.4.1 电压放大器(阻抗变换器)	196
4.5 绝缘和屏蔽	107	7.4.2 电荷放大器	200
4.5.1 绝缘问题	107	7.5 压电式加速度传感器	202
4.5.2 屏蔽问题	107	7.5.1 工作原理	202
4.6 应用	109	7.5.2 灵敏度	202
<b>第五章 变磁阻式传感器</b>	<b>111</b>	7.5.3 频响特性	204
5.1 电感式传感器	112	7.5.4 结构特点	207
5.1.1 简单电感传感器	112	7.5.5 应用	208
5.1.2 差动式电感传感器	117	7.6 压电式力传感器和压力传感器	209
5.1.3 主要误差分析	122	7.6.1 压电式力传感器	209
5.2 差动变压器式传感器	124	7.6.2 压电式压力传感器	209
5.2.1 工作原理	124	7.7 压电式传感器的误差	212
5.2.2 $\Pi$ 形差动变压器的输出特性	125	7.7.1 环境温度的影响	212
5.2.3 螺管形差动变压器	127	7.7.2 环境湿度的影响	214
5.2.4 角位移式差动变压器——四极微动同步器	142	7.7.3 横向灵敏度	214
5.3 电涡流式传感器	145	7.7.4 电缆噪声	215
5.3.1 基本知识	145	7.7.5 接地回路噪声	215
5.3.2 基本原理	148	<b>第八章 谐振式传感器</b>	<b>216</b>
5.3.3 应用	149	8.1 基本知识	216
5.4 电感传感器和差动变压器的工程设计方法	151	8.1.1 谐振现象的实质和力矢量图	216
5.4.1 设计步骤	151	8.1.2 品质因数 $Q$	217
5.4.2 设计举例	154	8.1.3 谐振元件的刚度与谐振频率的关系	218
<b>第六章 电动式传感器</b>	<b>157</b>	8.2 振动筒式传感器	218
6.1 工作原理和结构特点	157	8.2.1 结构特点与工作原理	218
6.1.1 工作原理	157	8.2.2 振动频率与压力的关系	221
6.1.2 结构特点	160	8.2.3 测量线路	222
6.2 动态特性	161	8.2.4 误差分析及补偿方法	227
6.2.1 机械阻抗的基本概念	161	8.3 振动膜式传感器	228
6.2.2 基本元件的机械阻抗	162	8.3.1 工作原理	228
6.2.3 电动式传感器的机械阻抗	165	8.3.2 测量线路	229
6.2.4 电动式传感器的传递矩阵	167	8.4 振动弦式传感器	229
6.2.5 电动式传感器的传递函数	170	8.4.1 结构特点与工作原理	229
6.3 设计基础	171	8.4.2 振动弦的固有频率与输出特性	231
6.3.1 磁路设计	171	8.4.3 测量线路	232
6.3.2 线圈组件的设计	183	8.4.4 应用举例——振动弦式压力传感器	233
6.3.3 固有频率的确定和弹簧刚度的计算	184	8.5 振动梁式传感器	234
6.3.4 阻尼系数的计算	185	8.5.1 工作原理	234
6.4 电动式传感器在航空上的应用	187	8.5.2 输出特性	236
<b>第七章 压电式传感器</b>	<b>189</b>	<b>第九章 压阻式传感器</b>	<b>237</b>
		9.1 概述	237
		9.2 晶向的表示方法	238

9.3 压阻系数	240
9.3.1 单晶硅欧姆定律的微分形式	240
9.3.2 单晶硅的压阻系数	241
9.3.3 影响压阻系数大小的因素	247
9.4 压阻式传感器	248
9.4.1 压阻式压力传感器	248
9.4.2 压阻式加速度传感器	252
9.4.3 压阻式传感器的输出	253
9.5 扩散电阻的阻值与几何尺寸 的确定	255
9.6 温度漂移的补偿	256
9.7 一种解算的输出线路	258
<b>第十章 其它半导体传感元件</b>	<b>260</b>
10.1 半导体光电元件	260
10.1.1 光敏电阻	260
10.1.2 光敏二极管和光敏三极管	265
10.1.3 光电池	270

10.1.4 半导体光电元件的应用	272
10.2 热敏电阻	273
10.2.1 导电机理	273
10.2.2 基本参数	274
10.2.3 主要特性	275
10.2.4 应用	276
10.3 霍尔元件	280
10.3.1 工作原理、材料及结构特点	280
10.3.2 电磁特性	282
10.3.3 误差分析及误差补偿方法	282
10.3.4 应用	286
附录一 常用气隙磁导和磁通管磁导 计算公式	288
附录二 国际单位制主要单位及 换算表	291
参考资料	294

# 绪 论

## 一、传感器的定义和重要性

传感器是一个完整的测量装置（或系统），它能将被测物理量转换为与之有确定对应关系的有用电量输出，以满足信息的传输、处理、记录、显示和控制等要求。

传感器是实现自动检测和自动控制的首要环节。如果没有传感器对原始参数进行精确可靠的测量，那末，无论是信号转换或信息处理，或者最佳数据的显示与控制，都将成为一句空话。可以说，没有精确可靠的传感器，就没有精确可靠的自动检测和控制系统。近代电子技术和电子计算机为信息的转换与处理提供了极其完善的手段，近代检测与控制系统正经历着重大的变革，但是，如果没有各种传感器去检测大量原始数据并提供信息，那么，电子计算机也无法发挥其应有的作用。

在现代飞行器上，装备着极其多样的显示与控制系统，以保证各种战斗和飞行任务的完成。在这些系统中，传感器首先对反映飞行器的飞行参数和姿态、发动机工作状态的各个物理参数加以检测，显示在各类显示器上，提供给驾驶和领航人员去控制和操纵飞行器，或者传输给各种自动控制系统如自动驾驶仪、自动领航仪、发动机调节器，进行飞行器的自动驾驶和发动机的自动调节。

同样，在新型飞机或发动机研制过程中，人们为了鉴定新机种是否符合预期设计要求，必须用各种传感器对原型机进行大量的地面测试和空中测试。例如新研制一台航空发动机，就必须测试该发动机的转速、功率或推力；发动机本身的振动、进气道压力、温度等各个参数，对某些参数还要进行实时测试和监控，以确定是否符合原设计的技术性能指标。

在工业产品的生产尤其是自动化生产过程中，也要用各种传感器来监视和控制生产过程中的各个参数，使设备工作在正常状态或最佳状态并使产品达到最好的质量。

目前，我国人民肩负着把祖国建设成为社会主义的现代化强国这一伟大历史使命。四个现代化，关键是科学技术的现代化。而传感器在现代科学技术中的重要性已逐渐为人们所认识，对传感器的研制和发展工作，也越来越重视。相信在党的领导下，在向四个现代化进军的历程中，我国的传感器技术必将获得迅猛的发展，赶上世界先进水平。

## 二、传感器的组成

传感器一般由敏感元件、传感元件和测量电路三部分组成，有时还加上辅助电源。通常可用方块图来表示，见图1。

传感器可以做得很简单，也可以做得很复杂；可以是带反馈的闭环系统，也可以是不带反馈的开环系统。因此，传感器的组成将依不同情况而有所差异。

敏感元件——直接感受被测量（一般为非电量），并输出与被测量成确定关系的其它量



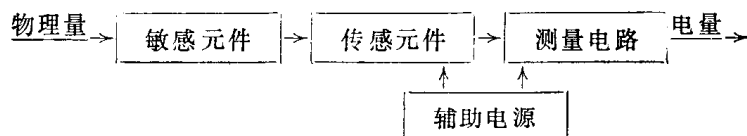


图1 传感器的组成方块图

(也可以包括电量)的元件,如膜片和波纹管可以把被测压力变成位移量。敏感元件如果直接输出电量如热电偶,就同时兼为传感元件了。还有一些新型传感器,如压阻式和谐振式压力传感器、差动变压器式位移传感器等,它们的敏感元件与传感元件就完全合为一体了。

传感元件——又称变换器,是传感器的重要组成元件。

传感元件可以直接感受被测量(一般为非电量)而输出与被测量成确定关系的电量,如热电偶和热敏电阻。

传感元件也可以不直接感受被测量,而只感受与被测量成确定关系的其它非电量。例如差动变压器式压力传感器,并不直接感受压力,只是感受与被测压力成确定关系的衔铁位移量,然后输出电量。在一般情况下使用的都是这种传感元件。

测量电路——能把传感元件输出的电信号转换为便于显示、记录、控制和处理的有用电信号的电路。测量电路视传感元件的类型而定。使用较多的是电桥电路,也使用其他特殊电路,如高阻抗输入电路、脉冲调宽电路、维持振荡的激振电路等。由于传感元件的输出信号一般比较小,为了便于显示和记录,大多数测量电路还包括了放大器。

### 三、传感器的分类

传感器的分类方法有两种:按被测物理量来分和按测量原理来分。

#### 1. 按输入物理量分类

这种分类方法列于表1,包括了输入的基本物理量和由此派生的其他物理量。

#### 2. 按测量原理分类

这种分类方法列于表2。

表1 传感器输入基本物理量一览表

基本物理量	派生的被测物理量	基本物理量	派生的被测物理量
位移	线位移 长度、厚度、磨损、应变、振动	加速度	线加速度 振动、冲击、质量、应力、力
	角位移 迎角、偏转角、舵角		角加速度 角振动、角冲击、力矩
速度	线速度 振动、动量、流量	力	压力 重量、密度、推力、力矩、应力
	角速度 角动量、转速、角振动		

表2 传感器变换原理一览表

变换原理	传感器举例	变换原理	传感器举例
变电阻	电位器式、应变式、压阻式	变谐振频率	振动膜(筒、弦、梁)式
变磁阻	电感式、差动变压器式、涡流式	变电容	电容式

表 1 和表 2 所列的内容是以本书将要阐述的内容为主。事实上，被测物理量和变换原理远远不止这些内容，读者可根据各自技术领域的需要加以充实。要充分理解和掌握上述各个基本物理量及相应派生量和变换原理，需要有扎实的物理基础和一定的工艺技术知识。

从上述两种分类方法来看，第一种分类方法明确地说明了传感器的用途，便于使用者选择；第二种分类方法清楚地指明了传感器的原理，比较适用于传感器的设计人员。本书采用后一种分类方法。

有时候，常把用途和原理结合起来称呼某一传感器，如电感式位移传感器，压电式加速度传感器，振动筒压力传感器，等等。

# 第一章 传感器的一般特性

传感器所测量的物理量经常会发生各种各样的变动,例如,在测量某一液压系统的压力时,压力值在一段时间内可能十分稳定,而在另一段时间内则可能有缓慢起伏,或者呈周期性的脉动变化,甚至出现突变的尖峰压力。传感器主要通过其两个基本特性——静态特性和动态特性来反映被测物理量的这种变动性。

## 1.1 传感器的静态特性

静态特性表示传感器在被测物理量各个值处于稳定状态时的输出-输入关系。一般情况下,输出-输入关系不完全符合所要求的线性(或非线性)关系。衡量传感器静态特性的重要指标是:线性度、迟滞、重复性和灵敏度。

### 1.1.1 线性度

通常,为了标定和数据处理的方便,要求传感器的输出-输入关系是线性并能正确地反映被测量的真值。但实际上只有在理想情况下,传感器的输出-输入静态特性才呈直线性。

传感器如果没有迟滞及蠕变效应,其静态特性就可用下列多项式代数方程来表示:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (1-1)$$

式中  $x$  —— 输入物理量;  
 $y$  —— 输出量;  
 $a_0$  —— 零位输出;  
 $a_1$  —— 传感器的灵敏度,常用  $k$  表示;  
 $a_2, a_3 \dots a_n$  —— 非线性项的待定常数。

这种多项式代数方程可能有四种情况(见图 1-1):

a. 理想线性[见图 1-1(a)] 在这种情况下,

$$a_0 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = 0$$

因此得到

$$y = a_1x \quad (1-2)$$

因为直线上任何点的斜率都相等,所以传感器的灵敏度为

$$a_1 = \frac{y}{x} = k = \text{常数} \quad (1-3)$$

b. 在原点附近相当范围内输出-输入特性基本成线性[见图 1-1(b)] 在这种情况下,(1-1)式只存在奇次项,即

$$y = a_1x + a_3x^3 + a_5x^5 \dots \quad (1-4)$$

对应的对称曲线为:

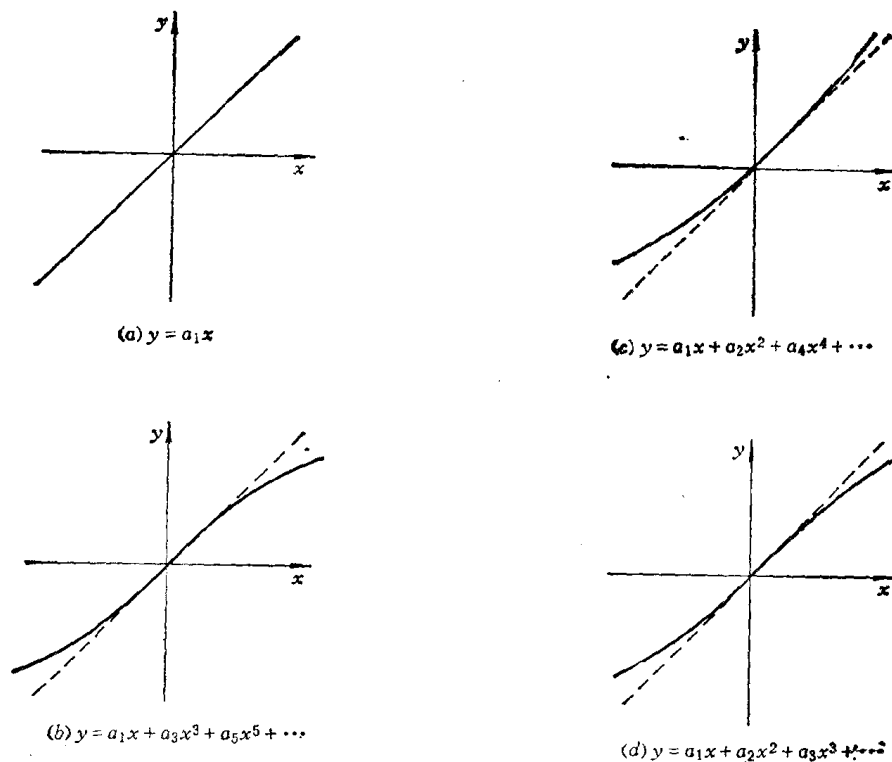


图1-1 传感器的静态特性

(a) 一理想线性；(b) 一只有奇次项的非线性；(c) 一只有偶次项的非线性；  
(d) 一普遍情况下的非线性。

$$y(x) = -y(-x)$$

c. 输出-输入特性曲线不对称 这时，在(1-1)式只有偶次项，即

$$y = a_1x + a_2x^2 + a_4x^4 + \dots \quad (1-5)$$

对应的曲线如图 1-1(c) 所示。

d. 普遍情况 表达式就是(1-1)式，对应的特性曲线示于图 1-1(d)。

在实际运用时，如果非线性项的方次不高，则在输入量变化不大的范围内，可以用切线或割线代替实际曲线的某一段，使得传感器的静态特性近似于线性。因为，上述 b、c 两种情况，均可以看成是由理想线性  $y = a_1x$  和只包括奇函数或者只包括偶函数的后面部分迭加而成的。只要非线性系数较小，测量范围又不大，就可以这样做，这称为传感器特性的线性化。

由上可知，传感器的输出不可能丝毫不差地反映被测物理量的变化，总存在着一定的误差。那么，怎样评定其非线性误差的大小呢？

传感器的静态特性是在静态标准条件下进行校准的。静态标准条件是指没有加速度、振动、冲击（除非这些参数本身就是被测物理量）；环境温度一般为室温  $20 \pm 5^\circ\text{C}$ ；相对湿度不大于 85%；大气压力为  $760 \pm 60$  毫米汞柱的情况。在这种标准工作状态下，利用一定等级的校准设备，对传感器进行往复循环测试，得到的输出-输入数据一般用表格列出或画成曲线。

对于实际的传感器，测出的输出-输入校准曲线与其理论拟合直线之间的偏差，就称为该传感器的“非线性误差”，或称“线性度”。通常用相对误差表示其大小：相对应的最大偏差与传感器满量程（F.S.）输出之比（%），

$$e_f = \pm \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{F.S.}} \times 100\% \quad (1-6)$$

式中  $e_f$ ——非线性误差（线性度）；

$\Delta_{\max}$ ——输出平均值与理论值的最大偏差；

$\Delta_{F.S.}$ ——传感器满量程输出平均值。

由此可见，非线性误差大小是以一定的拟合直线或理想直线作为基准直线算出来的，因此，基准直线不同，所得出的线性精度就不一样（见图 1-2）。在测试传感器时，所得的校准数据总包括各种误差在内，所以，一般并不要求拟合直线必须通过所有的测试点，而只要找到一条能反映校准数据的一般趋势同时又使误差绝对值为最小的直线就行。

下面介绍几种不同线性度的定义和表示方法。应当指出，由于采用的基准直线或理论直线不同，线性度的定义就有区别。因此，对同一传感器，在相同条件下做校准试验时得出的非线性误差也就不一样，因而不能笼统地提线性度或非线性误差，必须要说明其所依据的基准直线。关于传感器的数据处理和精度计算，目前国内外都没有一个统一的方法，这集中表现为拟合直线的计算方法完全不同。

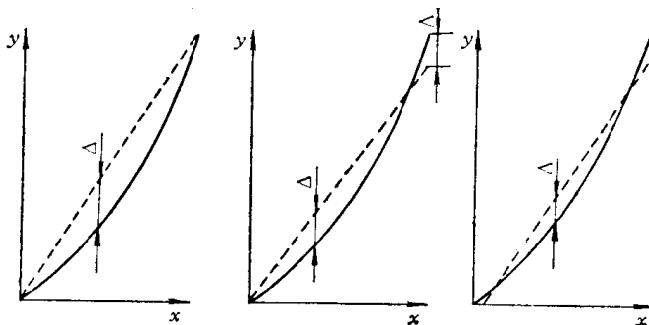


图1-2 基准直线的不同拟合方法

关于传感器的数据处理和精度计算，目前国内外都没有一个统一的方法，这集中表现为拟合直线的计算方法完全不同。

### 一、理论线性度

理论线性度又称绝对线性度，表示传感器的实际输出校准曲线与理论直线之间的偏差程度。这里的理论直线与实际测试值无关。通常取零点 0% 作为理论直线的起始点，满量程输出 100% 作为终止点，这两点的连线即为理论直线，如图 1-3 所示。图中，理论线性度为  $+1.4\% F.S.$ 、 $-0.8\% F.S.$ 。

### 二、独立线性度

选择拟合直线的一个简便方法是，在校准曲线循环中找出一条最佳平均直线，并使实际输出特性相对于所选拟合直线的最大正偏差等于最大负偏差，如图 1-4 所示。图中，独立线性度为  $\pm 1.1\% F.S.$ 。

在考虑独立线性度的情况下，非线性误差计算公式（1-6）应改写成

$$e_f = \pm \frac{|\Delta_{\max}| + |-\Delta_{\max}|}{2\Delta_{F.S.}} \times 100\% \quad (1-7)$$

### 三、端基线性度

把传感器校准数据的零点输出平均值和满量程输出平均值连成直线，作为传感器特性的拟合直线。其方程式为：

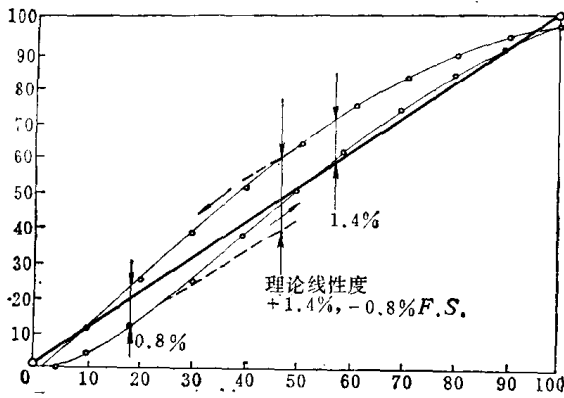


图1-3 理论线性度的拟合直线  
(误差标尺比例10:1)

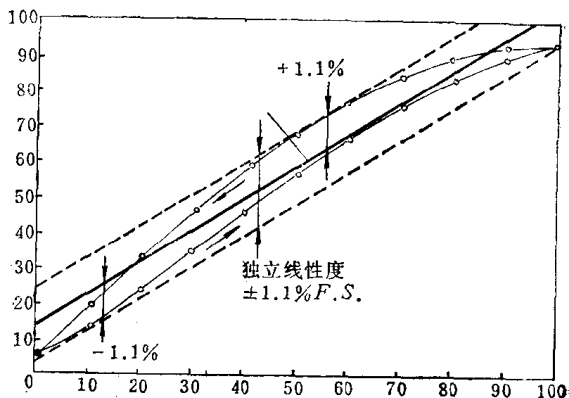


图1-4 独立线性度的拟合直线  
(误差标尺比例10:1)

$$y = b + kx \tag{1-8}$$

式中  $y$  —— 输出量;  
 $x$  —— 输入量;  
 $b$  ——  $y$  轴上的截距;  
 $k$  —— 直线的斜率。

图 1-5 所示为一只压力传感器的输出-输入实测曲线, 根据端基法作拟合直线, 其方程式对应于式 (1-8) 可得:

$$b = \bar{U}_0$$

$$k = \frac{\bar{U}_{F.S.} - \bar{U}_0}{P_s}$$

所以

$$U = \bar{U}_0 + \frac{\bar{U}_{F.S.} - \bar{U}_0}{P_s} \times P$$

式中  $P$  —— 被测压力;  
 $P_s$  —— 传感器的测量压力范围;  
 $U$  —— 传感器输出值;  
 $\bar{U}_0$  —— 零点输出平均值;  
 $\bar{U}_{F.S.}$  —— 满量程输出平均值。

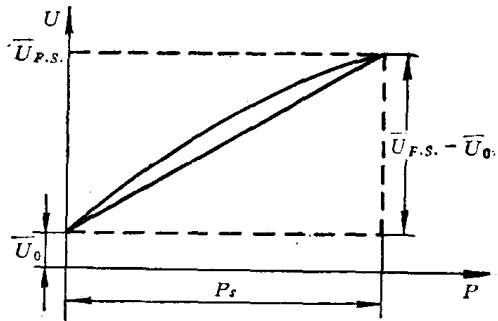


图1-5 端基线性度的拟合直线

这种拟合方法简单直观, 应用比较广泛。但是没有考虑所有校准数据的分布, 拟合精度很低, 尤其当传感器有比较明显的非线性时, 拟合精度更差。

#### 四、平均选点线性度

为了寻找较理想的拟合直线, 可将测得的  $n$  个试验点分成数目相等的两组: 前半部  $n/2$  个试验点为一组; 后半部  $n/2$  个试验点为另一组。两组试验点各自具有“点系中心”, 试验点都分布在各自的点系中心的周围, 通过这两个“点系中心”的直线就是所要的拟合直线。其斜率和截距可以分别求得, 因为前半部  $n/2$  个试验点的点系中心的坐标为

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n/2} x_i \\ \bar{y}_1 &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n/2} y_i \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

后半部  $n/2$  个试验点的点系中心的坐标为

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_2 &= \frac{2}{n} \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^n x_i \\ \bar{y}_2 &= \frac{2}{n} \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^n y_i \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

因此, 通过这两个点系中心  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$  和  $(\bar{x}_2, \bar{y}_2)$  的直线的斜率为

$$k = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\bar{x}_2 - \bar{x}_1} \quad (1-11)$$

直线在  $y$  轴上的截距为

$$\left. \begin{aligned} b &= \bar{y}_1 - k\bar{x}_1 \\ b &= \bar{y}_2 - k\bar{x}_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

把斜率和截距代入直线方程式 (1-8), 即得平均选点法的拟合直线, 再由此求出非线性误差。平均选点法求得的拟合直线示于图 1-6, 两组试验点的点系中心也就是各组试验点的平均点。

这种拟合方法的精度比较高, 试验点在拟合直线两侧合理分布, 数据处理也不很复杂。

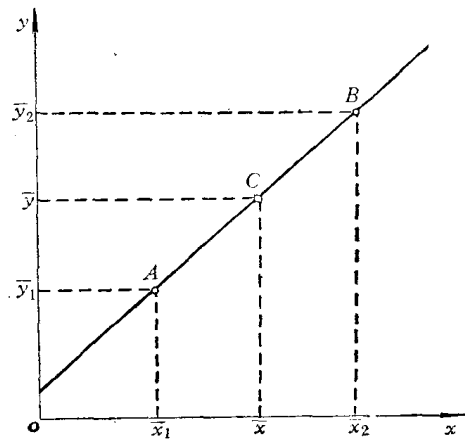


图1-6 平均选点法的拟合直线

拟合直线方程通式仍是公式 (1-8)。假定实际校准测试点有  $n$  个, 对应的输出值是  $y$ , 则第  $i$  个校准数据与拟合直线上相应值之间的残差为:

$$\Delta_i = y_i - (b + kx_i) \quad (1-13)$$

最小二乘法拟合直线的拟合原则就是使  $\sum_{i=1}^n \Delta_i^2$  为最小值, 也就是说, 使  $\sum_{i=1}^n \Delta_i^2$  对  $k$  和  $b$  的一阶偏导数等于零, 从而求出  $b$  和  $k$  的表达式:

$$\frac{\partial}{\partial k} \sum \Delta_i^2 = 2 \sum (y_i - kx_i - b)(-x_i) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum \Delta_i^2 = 2 \sum (y_i - kx_i - b)(-1) = 0$$

从以上二式即可求出  $k$  和  $b$ :

$$k = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \times \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (1-14)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \times \sum y_i - \sum x_i \times \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (1-15)$$

式中  $\sum x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ;  
 $\sum y_i = y_1 + y_2 + \dots + y_n$ ;  
 $\sum x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$ ;  
 $\sum x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2$ ;  
 $n$  —— 试验次数。

因为

$$b = \bar{y} - k\bar{x} \quad (1-16)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-17)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

由此便可得到最佳拟合直线方程。现举一实例说明于下。

例题：有一只压力传感器的校准数据如下表所示。要求根据这些数据求最小二乘法线性度的拟合直线方程。

次 数		$y_i (V)$	$x_i \times 10^5 (P_a)$					
			0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
校准数据	1	正行程	0.0020	0.2015	0.4005	0.6000	0.7995	1.0000
		反行程	0.0030	0.2020	0.4020	0.6010	0.8005	
	2	正行程	0.0025	0.2020	0.4010	0.6000	0.7995	0.9995
		反行程	0.0035	0.2030	0.4020	0.6015	0.8005	
	3	正行程	0.0035	0.2020	0.4010	0.6000	0.7995	0.9990
		反行程	0.0040	0.2030	0.4020	0.6010	0.8005	

解：为了求得直线方程式，必须先算出式 (1-14) 和 (1-15) 中各数值之和。从所给数据知道，试验次数  $n = 33$ 。所求各值如下：

$$\sum_{i=1}^{33} x_i = 37.5$$

$$\sum_{i=1}^{33} y_i = 15.0425$$

$$\sum_{i=1}^{33} x_i y_i = 25.5168$$

$$\sum_{i=1}^{33} x_i^2 = 63.75$$

把上述数据代入式 (1-14) 与 (1-15)，得到

$$k = 0.39850$$

$$b = 0.00298$$

于是，得到最小二乘法的拟合直线方程式为

$$y_i = 0.00298 + 0.39850x_i$$



再将各个输入值  $x_i$  代入上式就得到理论拟合直线的各点数值:

$x_i$	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$y_i$	0.00298	0.2022	0.4015	0.6007	0.8000	0.9992

依次找出输出-输入校准值与上述理论拟合直线相应点数值之间的最大偏差  $\pm \Delta_{\max}$ , 根据式 (1-6) 便可求出该传感器的非线性误差  $e_f$ 。

以上五种线性度表示方法中, 最小二乘法线性度的拟合精度最高, 平均选点线性度次之, 端基线性度最低。但是, 最小二乘法线性度的计算最繁琐, 最好用电子计算机进行。

### 1.1.2 迟 滞

迟滞特性表明传感器在正 (输入量增大) 反 (输入量减小) 行程期间输出-输入曲线不重合的程度, 也就是说, 对应于同一大小的输入信号, 传感器正反行程的输出信号大小不相等。迟滞反映了传感器机械部分不可避免的缺陷, 如轴承摩擦、间隙、螺钉松动、元件腐蚀或碎裂、材料的内摩擦、积塞灰尘等。迟滞大小一般由实验确定, 其值以满量程输出  $U_{F.S.}$  的百分数表示 (见图 1-7):

$$e_t = \frac{\Delta_{\max}}{U_{F.S.}} \times 100\% \quad (1-18)$$

或者

$$e_t = \pm \frac{\Delta_{\max}}{2U_{F.S.}} \times 100\%$$

式中  $\Delta_{\max}$ ——输出值在正反行程间的最大差值。

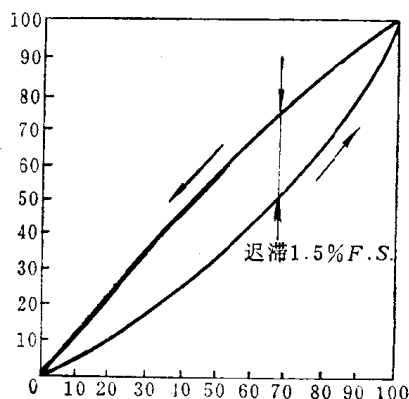


图1-7 迟滞特性

### 1.1.3 重 复 性

重复性表示传感器在输入量按同一方向作全量程连续多次变动时所得特性曲线不一致的程度 (见图 1-8)。特性曲线一致, 重复性就好, 误差也小。

其数值的计算方法通常有以下两种:

1. 用校准数据与其相应行程输出平均值之间的最大偏差值对满量程输出的百分比表示重复性误差。这时, 要先求出正行程多次测量的各个测试点输出值之间的最大偏差, 以及反行程多次测量的各个测试点输出值之间的最大偏差, 再取这两个最大偏差中之较大者为  $\Delta_{\max}$ , 从而根据  $\Delta_{\max}$  与满量程输出  $U_{F.S.}$  的百分比计算出重复性误差:

$$e_z = \pm \frac{\Delta_{\max}}{U_{F.S.}} \times 100\%$$

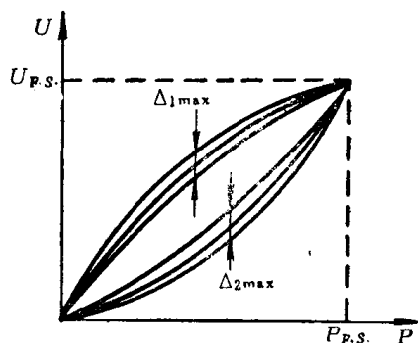


图1-8 重复性

因为重复性误差是根据随机误差来描述校准数据离散程度的, 按上述方法计算就不太合理。由于校准的循环次数不同, 其最大偏差值也就不一样, 于是, 这样算出的数据不够可靠。