

中国科学院测量与地球物理研究所编辑

测量与地球物理集刊

ACTA GEODAETICA ET GEOPHYSICA

3

科学出版社

测量与地球物理集刊

第3号

中国科学院测量与地球物理研究所 编辑

*

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年8月第 一 版 开本：787×1092 1/16

1981年8月第一次印刷 印张：9 1/2

印数：0001—1,600 字数：211,000

统一书号：13031·1648

本社书号：2264·13—15

定价：2.00 元

科技新书目：7-31

测量与地球物理集刊 第3号

(1981年)

目 录

多普勒观测网的数学处理·····	周江文 (1)
多普勒观测的误差分析·····	宋文尧 (7)
根据武昌时辰站等高仪观测结果推求 FK 4 星的星位订正 ·····	
····· 中国科学院测量与地球物理研究所武昌时辰站、南京大学天文学系 (27)	
关于天文方位角测定的若干误差问题·····	韩天芭 (47)
风对武昌时辰站 Danjon 等高仪观测的影响 ·····	孙永庠 (57)
利用我国各台站纬度观测资料对张德勒周期的分析·····	钱益明 (65)
天文重力水准计算方案·····	方 俊 (71)
关于 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 平均重力异常的计算 ·····	
····· 许厚泽、高志忠、许尤楠、杨怀冰、王纲义、蒋福珍 (81)	
应用均衡理论推求 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 的平均空间异常 ·····	
····· 孟嘉春、张赤军、蒋福珍、高志忠、任富朝 (97)	
潮汐观测中仪器记录格值观测序列的样条拟合 ·····	许厚泽、朱灼文 (109)
关于 Venedikov 调和分析的一点注记·····	许厚泽、毛慧琴 (113)
固体潮水平分量理论值的计算·····	毛慧琴 (117)
关于精密近程无线电定位仪的精度问题·····	王广运 (125)
半导体管参数变化对精密仪器精度影响的探讨·····	徐治洋 (135)

ACTA GEODAETICA ET GEOPHYSICA, No. 3

(1981)

CONTENTS

Mathematical processing of Doppler observation nets	Zhou Jiangwen (6)
Error analysis of Doppler observations	Song Wenyao (25)
Position corrections to the FK4 stars derived from the results of observations with Wuchang Time Observatory Danjon astrolabe.....	Wuchang Time Observatory, Institute of Geodesy and Geophysics, Academia Sinica, Department of Astronomy, Nanjing University (46)
On problems of systematic errors existing in the astronomical determination of azimuth	Han Tianqi (56)
Wind effect on the observational results with a Danjon astrolabe at Wuchang time observatory	Sun Yongxiang (64)
Analysis of Chandler period from latitude observations in the observatories of China	Qian Yiming (70)
Computation of the astro-gravimetric levelings.....	Fang Tsün (80)
Computation of the mean gravity anomalies of $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ squares.....	Xu Houze Gao Zhizhong, Xu Younan, Yang Huaibing, Wang Gangyi, Jiang Fuzhen (95)
Calculation of mean free-air gravity anomalies of $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ squares by applying the isostatic theory	Meng Jiachun, Zhang Chijun, Jiang Fuzhen, Gao Zhizhong, Ren Fuchao (107)
Spline-fit on the observation series of the instrument recorder scale in the earth tidal observations.....	Xu Houze, Zhu Zhuowen (112)
Notes on the method of Venedikov's harmonic analysis	Xu Houze, Mao Huiqin (115)
Calculation of the theoretical value of the horizontal components of Earth tides	Mao Huiqin (123)
On the accuracy of the short range radio positioning equipment	Wang Guangyun (134)
Research on the influence of the variations of the transistor parameters on the instr- umental accuracy	Xu Zhiyang (151)

多普勒观测网的数学处理

周 江 文

摘 要

本文研究多测站、多卫星、多弧段的多普勒观测网的数学处理,目的是求得精确的测站地心坐标,为此同时利用观测本身对不精确的卫星轨道及其他数据进行修正。内容包括观测的选择与计算,观测方程的建立以及平差的原则方案。

一、多普勒观测

多普勒观测是在人造地球卫星上设置稳定振源,由地面测站接收,测量多普勒频移,用以计算卫星与测站间距离的变化,如果知道卫星的轨道位置,就可测定测站的地心坐标。现在经过数天的观测,已可达到数米的地心坐标精度,这是现代测量技术提供的高效测量方法之一。本文着重研究多测站、多卫星、多弧段组成的观测网的数学处理,除涉及本题部分,不讨论一般原理。

设振源 S , 振动频率 f , 测站 P , 与 S 相距 ρ , 两者相对运动速度 v , 相对距离速度 $\dot{\rho}$, 接收频率

$$f' = f \left(1 - \frac{\dot{\rho}}{c} \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2} \sim f \left(1 - \frac{\dot{\rho}}{c} \right) \quad (1)$$

c 为真空光速。右式有主要改正项 $+\frac{f}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2$ (通称相对论改正), 其值应纳入计算, 但在一次卫星经过时间内近于常值, 因此可在观测方程内予以计及(见本文第四节)。

由(1)得频移

$$\Delta f = f' - f = -\frac{f}{c} \dot{\rho} \quad (2)$$

在非真空介质中传播时, 传速 $c' = c/n$, n 为介质折射系数, 它是变化的, (2)式应为

$$\Delta f = -\frac{f}{c} \frac{d}{dt} \int n d\rho = -\frac{f}{c} \dot{\rho}' \quad (3)$$

其 $d\rho' = n d\rho = n c' d\tau = c d\tau$, ρ' 为按真空传速计算之行程, 与实际行程 ρ 相区别。

实际观测时, 于测站设参考频率 f_0 , 计差频 $f_0 - f'$ 的周数

$$N = \int_{\Delta t} (f_0 - f') dt = (f_0 - f) \Delta t + \frac{f}{c} \Delta \rho' \quad (4)$$

其中 Δt 是 N 的积分时间。为得到精确的时间, 一种有效方法是 N 取整周数(相差为 0), 并测量卫星时标到前方整周的时间——前伸时间, 由标称时间加前伸时间, 可得精确的积

分时间,这时由卫星到接收机记录中间各种误差源(例如,颤抖随机变化,其值可达 100 微秒,极有害)对于前伸时间的两端基本相同,因而相消。同时,观测结果是周时对应, N 的周数可按需要选定,误差只与两端计时有关。

Transit 卫星发送两种频率 $f = 399.968$ 兆赫, $f_1 = 149.988$ 兆赫, $f = \frac{8}{3} f_1$ 。参考频率 f_0 取 400 兆赫(相应波长 $\lambda_0 \sim 75$ 厘米), $f_0 - f \sim 32$ 千赫。

由(4),可知 N 的测量误差 0.2 周与 Δt 误差 6 微秒, ρ' 误差 11 厘米相应, 11 厘米的切向轨道误差与 t 的误差 15 微秒相应。卫星时标校正级为 9.6 微秒,可满足要求;计算标称时间时,如中间有校正,要计入。

二、折 射 改 正

ρ' 与 ρ 之差决定于介质的折射系数。此项改正精度要求达到厘米级,这在对流层尤为困难。

设在测站上,大气压为 p 毫巴,水汽分压为 e , 气温 $T^\circ\text{K}$, 折射系数 n_0 , 射线高角 h , 测站高程 H 米,对流层改正可采用 Willmann-Hopfield 公式(1969—1970)^[3]

$$\rho' - \rho = \frac{2(n_0 - 1)H_0}{\sin h + \sqrt{\sin^2 h + 4H_0/r}} = d \quad (5)$$

其中 H_0 称为尺度高, r 为平均地球半径,可取 6,370,000 米,

$$5 \times 10^6 (n_0 - 1)H_0 = N_s [40082 + 148.98(T - 273.15) - H] + N_w (11500 - H) = N_0$$

$$5H_0 = \frac{N_0}{N_s + N_w}$$

$$N_s = 77.6 \frac{P}{T} \quad (6)$$

$$N_w = 3.73 \frac{e}{T^2} \times 10^5$$

公式精度可能达到厘米级。为此,水汽分压的测定误差应在 0.5 毫巴以下。为了提高对流层改正的精度,我们还将在观测方程中引进改正因子(见本文第四节)。

电离层的折射改正通常由两个以上不同的频率观测求之。根据 Weiffenbach (1967)

$$n \sim 1 - \frac{bM}{f^2} \quad (7)$$

其中 M 为电子密度, b 为常数,可见 $n - 1$ 与 f^2 为反比,因此可加利用。由(4)

$$N = (f_0 - f)\Delta t + \frac{f}{c} \Delta \rho + \delta \quad (8)$$

其中 δ 和 f 反比: $\delta = \frac{\beta}{f}$

对于另一频率 f_1 (这里 $\frac{8}{3} f_1 = \alpha f_1 = f$), 接收时可将 f_1 改为 αf_1 , 于是

$$N_1 = (f_0 - \alpha f_1)\Delta t + \frac{\alpha f_1}{c} \Delta \rho + \alpha \delta_1, \quad \delta_1 = \frac{\beta}{f_1} = \alpha \delta \quad (9)$$

其中 $\beta = \varrho - \theta$.

播发的轨道数据由美国四个观测站 36 小时观测预推 12 小时,属 WGS-72/NWL-10F 大地坐标系, $a = 6378, 135$ 米, $\alpha = 1:298.26$, 作了经度及尺度改正。估计其切向根差 25 米,径向 7 米,极向 13 米,点位根差 29 米。

四、观测方程式

(8) 式可写成:

$$\Delta \rho = \lambda(N - \delta - (f_0 - f)\Delta t) - \Delta d \quad (13)$$

其中 $\lambda = \frac{c}{f}$ 是波长,这是基本观测方程式。 ρ 得以卫星 S 、测站 P 的坐标表达之,如果 S 的坐标已知,就可由观测求得 P 的坐标。实际观测由多测站,测多卫星,多弧段,构成观测网;多卫星、多弧段用以提高绝对精度;多测站观测相同弧段,时空相近,误差相近,可以相消,是提高相对精度的方法。此外,网的构形也必须考虑。

卫星的播历,如前所述,有较大的误差,必需由观测本身对它进行修正。据 W. H. Guier 的研究,卫星一次经过(这里称为一弧段),弧段误差得以平行移动表达之,我们取径向改正 dA , 极向 $d\eta$, 切向 dt , 作为待求未知量。

除了站坐标及轨道修正外,还需计入几项未知误差,① $f_0 - f$ 的误差 df , 来自 f_0 , f 及未知漂移,并计及前述的相对论改正,② 对流层折射改正仍可有较大的因子误差,为此引进折射比例误差 μ , d 的正确值为 $(1 + \mu)d = d + \mu d$; ③ 时标收录有较大误差,已如前述,为此引入站时差 dt 。这数者也作为待求未知量。

误差模型要有充分的根据,不是纯数学的考虑。模型不当将使解受到歪曲。上述模型是初步的考虑,需在实际处理分析中进一步加以确定。

现在以近似值及未知改正表达(13)。

设卫星坐标 $X + dX$, 测站坐标 $X_0 + dX_0$, $X - X_0 = DX$, 于是

$$\rho_0^2 = DX' \cdot DX,$$

$$d\rho = \frac{DX'}{\rho_0} dX - \frac{DX'}{\rho_0} dX_0 \left(\text{计算 } \frac{DX'}{\rho_0} = (a, b, c) \right)$$

由 $X = R_{XU}U$ (12) 求 dA , $d\eta$, dt 对 X 及 ρ 的影响,

$$dX_A = R_{XU} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \frac{dA}{A} \left(\text{计算 } \frac{DX'}{\rho_0} R_{XU} = (\alpha, \beta, \gamma) \right)$$

$$d\rho_A = (\alpha u + \beta v) \frac{dA}{A}$$

$$dX_\eta = R_{XU} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} d\eta, \quad d\rho_\eta = \gamma d\eta$$

$$dX_t = R_{XU} \begin{pmatrix} -A \sin E \\ A \cos E \\ 0 \end{pmatrix} (1 + \varepsilon \cos M) n dt$$

$$- \begin{bmatrix} -\cos \omega \sin \beta - \sin \omega \cos \beta \cos i & \sin \omega \sin \beta - \cos \omega \cos \beta \cos i & \cos \beta \sin i \\ \cos \omega \cos \beta - \sin \omega \sin \beta \cos i & -\sin \omega \cos \beta - \cos \omega \sin \beta \cos i & \sin \beta \sin i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \omega_e dt$$

$$d\rho_i = (-av + \beta(u + A\varepsilon))n(1 + \varepsilon \cos M)dt + (ay - bx)\omega_e dt$$

式中将 dt 换为 $-dt_p$, 则得 dt_p 引起 ρ 的误差。

(13)式右方 df 和 μ 引起的改正为 $-\lambda \Delta t df - \Delta d\mu$,

总起来,观测方程写成:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_0 - \lambda N + \lambda\delta + \lambda(f_0 - f)\Delta t + \Delta d + v \\ = g_t df + \Delta g_t dt + g_u \mu & (X_{ik}) \\ + \Delta g_A dA + \Delta g_P dt_p + \Delta g_\eta d\eta & (X_k) \\ + \Delta a dx_0 + \Delta b dy_0 + \Delta c dz_0 & (X_i) \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} g_t &= -\lambda \Delta t \\ g_i &= (\alpha v - \beta(u + A\varepsilon))n(1 + \varepsilon \cos M) + (bx - ay)\omega_e \\ g_u &= \Delta d \\ g_A &= -\frac{\alpha u + \beta v}{A} \\ g_P &= -g_t \\ g_\eta &= -\gamma \\ \frac{DX'}{\rho_0} &= (a, b, c), \quad \frac{DX'}{\rho_0} \cdot R_{XU} = (\alpha, \beta, \gamma) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Δ 指积分起讫时间计算值之差。

积分时间的长短和 N 的精度没有直接关系,如第一节所述,周时观测只与起讫有关,因而观测基本上可作等权、独立。

另一方面,观测方程的精度则随积分时间而提高,由(14)式不难看出未知量的系数都随积分时间而增大,也就是说方程的灵敏度提高,这

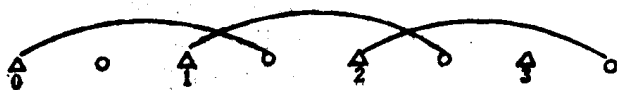


图 2

很重要。当然,积分时间长将减少观测数,为免观测过少,并保持观测独立,建议取交错时段如图 2。图中未注时间单位,可根据实际情形选定。

五、观测网平差

本文只作原则性讨论,不涉及具体方案。设想数字均加圆括号。(四)站相距(500)公里,相约观测(10)天,测弧段(100)(不严格要求同时),一站测一弧段可得观测(10),于是有总观测数(4000)。未知量区分为站未知量(X_i),弧段未知量(X_k)及站弧未知量(X_{ik}) (参看(14)),本例 X_{ik} 有(1200), X_k 有(300), X_i 有(12),共计(1512)。经过平差,测站坐标精度可望达到(± 2 米),相对精度可达(± 0.2 米)。

未知量按 X_{ik} , X_k , X_i , 适当排列先后, 运用分立与结合程序, 以缩短计算过程, 提高解算精度。具体地说, 先按 ik 分组作 X_{ik} 的法方程式及 X_k , X_i 的部分法方程式; 分组消去 X_{ik} 后, 同 X_k , X_i 的约化法方程式相加, 然后消去 X_k , 得 X_i 的最后约化法方程式, 它决定 X_i 的值及权。既得 X_i , 也可回代相应方程求 X_k 及 X_{ik} , 供模型鉴定及误差分析(包括求单位权方差)之用。

更大的网也可采用分立与结合的方法, 接合点的约化法方程式相加, 其绝对精度可再提高。重复进行网的观测时, 也可用约化法方程式相加的方法加以合并, 得到最后严密结果。

X_{ik} 和 X_k 有随机性, 如知其分布, 理想的处理方法将是拟合推估。

参 考 文 献

- [1] Brown, D. C. et al., Extension to SAGA for the Geodetic Reduction of Doppler Operations, AFCRL-TR-73-0177, (1973)

MATHEMATICAL PROCESSING OF DOPPLER OBSERVATION NETS

Zhou Jiangwen

(Institute of Geodesy and Geophysics Academia Sinica)

Abstract

1. Doppler Observations
2. Refraction Corrections
3. Broadcast Ephemeris of the Transits
4. Observation Equations
5. Adjustment of the Net

This paper deals with the mathematical processing of a Doppler observation net involving many tracking stations, many satellites and much more arcs, the aim is to procure accurate geocentric coordinates of stations, while the inaccurately known orbits and other data being improved simultaneously. In the paper, choice of integration intervals, appropriate refraction models, forms of observation equations and principle of net adjustment are suggested.

多普勒观测的误差分析

宋文尧

摘 要

多普勒观测的误差源可分为三类,即轨道误差、折射误差和接收误差,本文分析了上述误差产生的物理成因、误差的量级以及测定或削弱误差的途径,为拟订多普勒观测网的实施方案提供理论依据。

利用 Transit 卫星导航系统进行定位,在国内外颇为盛行,它突破了传统大地测量的理论和方法,以最快的速度,较高的精度测定地心坐标。该坐标系是以地球质心为原点(与地心相差为 $\Delta x = 0.5$ 米、 $\Delta y = -1.3$ 米 $\Delta z = 0.7$ 米),短轴与地球自转轴相重合的三维空间直角坐标系,同时采用了 1972 年世界大地测量坐标系(WGS-72)的椭球模型,其主要地球参数为:

长半轴 $a = 6378135 (\pm 5)$ 米

短半轴 $b = a(1 - f) = 6356750.52$ 米

扁率 $f = 1/298.26 (\pm 0.6 \times 10^{-7})$

引力常数 $GM = 398600.5$ 公里³/秒² (± 0.4)

确定地球模型、坐标系以及地球位函数的球谐系数,简称定场。

Transit 卫星导航系统是由近似圆形极轨道的六颗卫星所组成的(其中一颗已经失效),平均高度为 1100 公里,运行周期为 106.3 分钟,卫星线速度为 7.5 公里/秒,角速度为 $3.4^\circ/\text{分}$,地平以上观测的持续时间为 18 分钟,卫星视区范围的直径为 6700 公里,顾及卫星运行周期和地球自转周期,运行的测盖区域在我国境内(φ 从 0° 到 45°),每圈视带向西移动约 26° ,相当于平均距离为 2500 公里,同一卫星两次经过的视带重叠范围可达 60%,在中纬度地区每 60 分钟,赤道约 120 分钟可以观测到任一 Transit 卫星,因此 Transit 卫星的视带基本上覆盖全球。Transit 卫星发播了标准频率(399.968 兆赫和 149.988 兆赫)、时标和轨道信息,在导航电文中,包括了已解密的 A 组轨道参数,即经平滑处理的开普勒密切椭圆的定参数以及对此所作修正的变参数,通称广播星历。在五颗使用的卫星中,NNSS30190 和 30200 号卫星编算了精密星历。利用多普勒接收机可以确定轨道参数,简称定轨。

根据导航电文(或精密星历),可以得到以时间为函数的卫星位置,为了测定站坐标,可以利用各种类型的多普勒接收机(如加拿大 CMA-722B,美国 JMR-1, JMR-3, MX1502),通过测量多普勒频移,从而求出测站与卫星之间的距离差。定站计算是根据轨道参数和近似站坐标计算出相应距离差,利用各种数学模型,将计算值拟合到多普勒观测值,即可定出站坐标的改正值,这种方法简称为定站。

定场、定轨、定站三者是密切相关的,互为因果的。在人造卫星大地测量中,已知卫星位置,可以测定站坐标;或者已知站坐标,可以反测轨道参数,其数据处理互为逆运算。目前在国际上进行多普勒定位,一般采用两类方法,即:

A. 轨道参数不参加平差,如:

- (1) 单点定位;
- (2) 传测法。

B. 轨道参数参加平差,如:

- (1) 短弧大地测量平差(简称 SAGA);
- (2) 短弧传测法;
- (3) 多点半短弧法。

不论采用那种方法,都必须研究多普勒观测的误差因素。根据有关文献^[3]指出:多普勒观测误差源可分为三类:即轨道误差、折射误差和接收误差,本文试图就此问题,讨论误差产生的物理成因。误差的估算量级以及削弱或测定误差的途径,为拟定多普勒观测网的实施方案提供理论依据。

一、轨道误差

Transit 卫星的轨道误差取决于卫星的摄动方程的模型、折射影响的消除程度、卫星跟踪站的数目及全球分布状况、跟踪站的坐标精度、卫星装置和地面接收机的工作性能、起算数据的精度及其计算轨道的程序。1974年1月27日广播星历由于消除极移误差(约10米)而得到改进,1976年12月12日起采用 WGS-72 地球模型作为卫星星历计算的基础,使轨道误差大为减小。下面介绍精密星历与广播星历概况:

精密星历 该星历是由美国国防制图局 (U.S. Defence Mapping Agency) 提供的,它根据全球 NNSS 跟踪网的 20 多个测站,48 小时的多普勒观测数据拟合轨道弧段所计算的。并按 UTC 每分钟给出了卫星的位置和速度,位置到 1 米,中误差为 ± 0.3 米,速度到 1 毫米/秒,中误差为 ± 0.3 毫米/秒,各次卫星经过之间的轨道是相关的,因为按最小二乘拟合,在 48 小时内受到所采用的力模型所制约,各次经过之间的相关性是由于大气阻力、极坐标、地球重力场及其他参数所引起的,其中每项因子都会使轨道产生 2—4 米的误差,DMA 认为,利用单点定位 25 次经过其坐标内符根差为 1.5 米。由于精密星历是后处理的,外业无法立即得到,故有损其优点。精密星历是根据国际合作协定所提供,目前我国无法使用。

广播星历 地面注入站每天两次把广播星历注入到卫星存储器内,通过卫星运行,自动地向用户广播。广播星历的轨道参数是由美国海军航天大队 (U. S. Naval Astronautics Group) 的四个跟踪站对多普勒数据作 36 小时拟合轨道弧段计算出来的,除采用近期数据外,还外推弧段 16 小时。广播星历的轨道偏差分解为三个分量:即切向 ΔE ,极向 η 和径向 Δa , ΔE 给到 0.0001 , η 和 Δa 给到 10 米,由于取舍误差引起的中误差分别为 4, 3, 3 米。从四个跟踪站的多普勒观测数据中估算轨道的切向、径向、极向的中误差分别为 26, 5, 10 米,其位置误差可达 ± 28 米。

Wells 深入研究了广播星历的精度后指出: 同时利用两种星历并进行比较, 可以看出广播星历的变参数与精密星历所计算的相应值是相当的, 从一次经过所涉及的 ΔE , Δa , η 与精密星历相比较, 两种星历所确定的轨道平面是互相平行的, 利用多次经过两种星历三个轨道偏差分量的差均值, 用来衡量广播星历的精度(见表 1) 为:

表 1 广播星历的精度

	经过次数	ΔE (米)	Δa (米)	η (米)	均方根(米)
广播星历与精密星历相比较 1970 年数据	99	31	4	11	33
1972 年数据	126	20	4	11	23
新旧轨道之间的比较 1973 年数据	94	13	2	6	14
采用值		26	5	10	

从表1可以看出: 如果用户正好在每天两次注入数据时跟踪卫星, 则可通过精密星历同新(注入后)、旧(注入前)的广播星历相比较, 可以得到外推误差, 这种误差可解释为地球位模型误差 17 米以及舍入误差为 6 米。

按两种星历所计算的地面距离的内符精度也是相当的, 例如从九条弦长 (372.7 公里到 1267.7 公里) 的分析中, 可以看出两种星历所算得的距离差约为 ± 1 米左右。按两种星历算得的距离与三角测量相比较, 其外符精度也是相当的, 例如

三角测量	837565.8 米 ± 1.7 米
1973 年(精密星历)	837567.1 米 ± 1.3 米
1974 年(广播星历)	837566.7 米 ± 1.1 米
1974 年(精密星历)	837566.9 米 ± 0.5 米

因此, 对测站坐标和距离来说, 采用多次经过、多站解算的方法, 两种星历是相当的。

目前在国际上为了削弱广播星历的轨道误差及其他误差, 提高测站坐标的精度, 一般采用两种方法, 即传测法和短弧法。传测法是单点定位的特殊形式, 它至少需要两台以上的接收机, 在两个以上的测站上观测卫星多次经过, 然后从全部数据中, 挑选站间严格同时观测同一卫星的一些数据进行解算, 其定位精度可达 2 米, 相对精度可达 0.5 米, 这种方法的优点可以消除轨道误差和折射改正的剩余影响, 其缺点是被剔除的观测量约占总数 1/2 以上(距离越长, 剔除越多), 所以站间距离宜在 500 公里左右。

短弧法要求 2—4 台接收机, 在 2—4 测站上, 共同观测同一卫星经过的相同弧段(并不要求严格同时), 把轨道误差、折射误差和接收误差的某些因子作为待定系数, 通过多普勒观测网的统一平差后, 可以同时确定:

- (1) 多普勒网的全部测站 x, y, z 坐标;
- (2) 每次卫星经过时六个轨道根数的平差值;
- (3) 各站每次经过时的五个待定改正值, 即零点, 计时误差、频偏、频漂及对流层折射的尺度差。采用严格的 SAGA 后, 可以弥补广播星历的轨道误差, 同时把定站定轨一并解算出来, 是目前行之有效的方法。

多点半短弧法是采用九个待定系数, 即测站坐标的三个分量、卫星的切向、径向、极向误差、频偏 ΔF 、对流层折射的尺度差 K 以及时间比对误差 A , 多点半短弧法在 1976 年

和1977年西欧、西德和奥地利的多普勒会战中得到普遍利用,当观测100—160次经过时,使用广播星历的定位精度与精密星历完全相当。

广播星历的轨道改进除在上述数据处理中考虑外,在观测纲要方面也应有所顾及。Transit 卫星在极轨道上运行,切向误差与纬度测定密切相关,而极向误差对经度和高度测定产生综合影响。因此,在观测纲要中应该规定:在一个观测阶段里,使卫星经过保持东西南北四个方向的数量平衡,即卫星向东经过与向西经过的次数大约相等;向南经过与向北经过次数大约相等;卫星经过测站时,在近站点两侧,多普勒计数的数目大约相等,采用上述纲要,还可削弱折射误差的影响。

二、折 射 误 差

Transit 卫星的射频信号在空间介质里传播,必然经过电离层和对流层而产生折射。一般来说,低频电波受到电离层吸收而衰减,临界频率以下的电波被电离层反射,此外10千兆赫以上的电波被大气层所吸收,根据国际无线电咨询委员会(CCIR)规定:卫星通信频率的最佳范围是1至10千兆赫,这个范围的电波可看作自由空间传播。Transit 卫星发射的双频可以穿过各层而受各层不同介质所折射,这种折射效应反映为电磁波穿过各层

时传播速度的变化以及射线传播路径偏离几何直线路径,因而严重地影响到多普勒计数的失真,如图1所示。

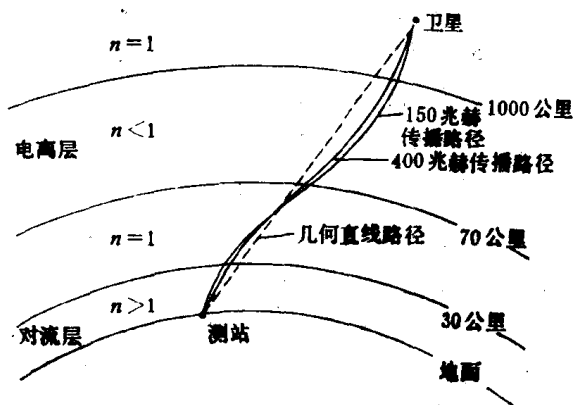


图 1

Weiffenbach^[5] 和 Hopfield^[6,7,8] 对电离层和对流层折射作了深入研究,提出了卫星发射两个相干频率可以得到电离层折射的一阶改正值,同时推导了对流层大气垂直剖面的最佳模型,利用地面气象数据和卫星的仰角可以推算对流层折射改正。然而其他学者 Willmann, Marini 以及 Kouba 在 GEODOP 平差程

序^[10]中,都先后提出对流层折射改正模型,但是 Hopfield 模型比较严密准确,所以在国际卫星大地测量中得到普遍应用。由于该公式复杂繁琐,而在 SAGA 中又引进对流层折射的尺度改正的特定系数,因此有必要进一步简化。根据有关文献指出:电离层折射改正的剩余误差可达1%,对流层折射改正的剩余误差可达5%,两者综合影响可达3米。如果对流层折射改正模型采用 Willmann-Hopfield 的综合公式,则可消除99%的折射影响,两者综合影响可降到2米左右。现分别阐述如下:

1. 电离层折射

太阳辐射包括短波能量,足以在地球高层大气中引起显著的光致电离现象,这样所形成的电离区称为电离层。在所讨论的折射误差中,影响最为严重的是电离层(特别是F层,离地面距离250公里)折射。当卫星发射双频信号穿过电离层时,由于它与自由电子

和离子的互相作用,电磁波的波长(λ)被拉长了,这种现象说明了信号的相速大于光速这一色散介质的特征(如图2所示),限于一次近似,波长的伸长与发射频率的平方成反比(下面将用公式证明)。由于卫星运动改变了穿过电离层的路径长度和波长伸长的变化率,使地面站所接收的多普勒频移中包含了电离层折射影响。

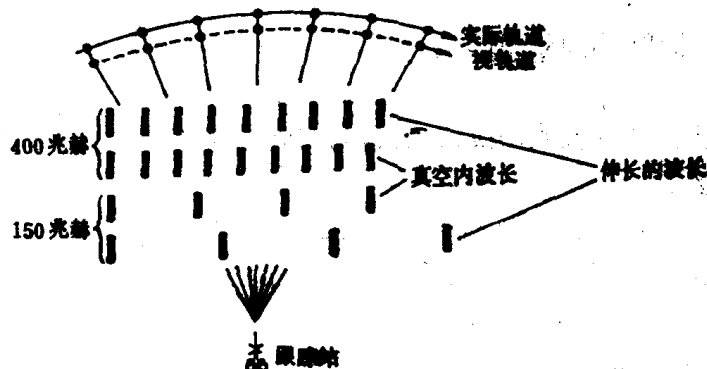


图 2

图2表明由于波长的伸长,卫星看来好象沿着一条较大曲率的路径,围绕接收机而运动,其影响稍微减少了总的多普勒频移。

Weiffenbach^[5] 指出: 电离层的折射系数可用近似公式表示:

$$n_{oe}(\xi, t) = \left[1 - \frac{f_N^2(\xi, t)}{f^2} \cdot \frac{1}{\alpha_{+-}} \right]^{1/2} \quad (1)$$

这里 $f_N(\xi, t)$ 为在 ξ 处时间 t 的电子等离子体振荡频率

$$f_N(\xi, t) = \left[\frac{N(\xi, t)e^2}{\pi m} \right]^{1/2} \quad (\text{cgs 单位})$$

式中 $N(\xi, t)$ 为 ξ 处时间 t 的电子密度(单位体积内的电子数);

e 为电子电荷;

m 为电子质量;

$$\alpha_{+-} = 1 - \frac{(f_T/f)^2}{2(1 - f_N^2/f^2)} \pm \left[\frac{f_T^2/f^4}{4(1 - f_N^2/f^2)} + \frac{f_L^2}{f^2} \right]^{1/2};$$

$$f_L = f_B(\xi) \cos \theta;$$

$$f_T = f_B(\xi) \sin \theta;$$

$f_B(\xi)$ 为电子迴转频率;

$B(\xi)$ 为在 ξ 处的地磁场;

θ 为传播矢量与 ξ 处的磁场方向之间的夹角。

这里下标 o, e 表示波动传播的圆极化的两个方向的寻常指数和非常指数。把式(1)代入下式:

$$\Delta f(t) = -\frac{f}{c} \frac{d}{dt} \int_{r(t)} n(\xi, t) ds \quad (2)$$

这里 $n(\xi, t)$ 为在 (ξ, t) 点上的折射系数;

$$n(\xi, t) = \frac{c}{u(\xi, t)};$$

$u(\xi, t)$ 为在 (ξ, t) 点上的相速;

$p(t)$ 为在时间 t 的传播路径。

进行简化, 可以求出无线电信号频率的幂级数展开式:

$$\Delta f(t) = -\frac{\dot{S}(t)}{c}f + \frac{a_1}{f} + \frac{a_2^{\pm}}{f^2} + \frac{a_3}{f^3} + \dots \quad (3)$$

这里 a_1/f 为电离层折射影响的一阶项。 a_1 与 $N(\xi, t)$ 的时间导数成比例, 并沿几何倾距求积分。

$a_2^{\pm}/f^2$ 为二阶项。 $a_2^{\pm}$ 涉及到法拉弟旋转, 它取决于极化强度, $N(\xi, t)$ 的时间导数和 θ , $a_2^{\pm}$ 项是 a_1 的 1%。

a_3/f^3 为三阶项。 a_3 取决于 $N(\xi, t)$ 的不同容量以及它的空间梯度。

方程式(3)表示了电离层影响的主要特征, 主要产生测量误差的是 a_1/f 和 a_3/f^3 , 而前者更为显著, 如果不加电离层折射改正, 则对倾距影响可达 200—500 米, 二阶项比三阶项还小, 这两项可以忽略不计。

从方程式(3)可以看出: 多普勒频移与发射频率成正比, 电离层折射效应与发射频率成反比。如果选择相当高的频率 (1—10 千兆赫), 用单频接收机原则上不受其影响, 然而要发射和接收这样高的频率, 卫星上需要很大的发射功率, 地面站需要跟踪天线, 这样在技术上和经费上花费甚大, 为此 Transit 卫星采用了另一种办法, 卫星发射两个相干频率:

$$f_{s1} = 400 \text{ 兆赫} - 32 \text{ 千赫},$$

$$f_{s2} = 150 \text{ 兆赫} - 12 \text{ 千赫}。$$

测量两个不同频率的多普勒计数可以获得最佳折射改正:

$$\alpha = f_{s1}/f_{s2} = 8/3, \quad f_{s1} = \alpha f_{s2}$$

$$\Delta N = -\frac{9}{55}(N_{400} - N_{150}) \quad (4)$$

这里 N_{400} 为 400 兆赫的多普勒计数;

N_{150} 为 150 兆赫的多普勒计数乘以 α 。

利用双频只能消除 a_1/f 的一阶项, 如果卫星发射两种以上的频率, 可望达到更为满意的结果。

Bomford 根据公式(1)推算了折射系数的一次近似值为:

$$n(\xi, t) = 1 - \frac{N^*c^2}{2\pi mf^2}$$

如果采用单个电子质量常数 $m = 9 \times 10^{-28}$ 克, 电荷常数 $e = 4.8 \times 10^{-10}$ 静电单位, 则上式为

$$n(\xi, t) = 1 - \frac{41N^*}{f^2} \quad (5)$$

这里 N^* 代表每立方米的电子数, 从(1)、(5)式可以看出: 电离层的折射系数取决于自由电子密度, 环境磁场以及无线电信号的频率, 其折射系数小于 1, 折射率 N 与电子密度成正比, 与频率平方成反比。

$$n(\xi, t) = \frac{c}{u(\xi, t)}; \quad u(\xi, t) = c \left(1 + \frac{41N^*}{f^2} \right) \quad (6)$$

从(6)式可以看出:电磁波穿过电离层其相速大于真空中的光速,公式(5)(6)是对上述问题进一步阐明。

电离层是动态的,它受太阳辐射波和太阳粒子辐射效应,使电离层电子密度不断分布和短期突然骚扰。其密度变化可分为昼夜变化、季节变化、年变化以及太阳活动周期(包括11年太阳黑子周期和27天自转周期)。昼夜变化表现在一天内,密度最大点在地方时14时;最低点在夜间2—3时,白天变幅大;夜晚变幅小。季节变化表现在一年的各个季节里,密度最大点在4月初和10月初;密度最小点在1月和7月。年变化表现在一年内,7月是极小点;10月是极大点,太阳活动高年比低年大。同时电离层密度与太阳黑子11年周期成正相关,又与地磁场有相关效应,即磁情指数大,电子密度亦增大。因此太阳黑子活动和地磁扰动(包括磁暴)是产生电离层短期骚扰的根源。

在观测纲要中应该明确规定,在电离层严重骚扰时,应该剔除观测结果,为此我们建议:向紫金山天文台太阳组索取每日太阳黑子数和向地磁基准台索取每天八个磁情指数 k ,当 k 指数 ≥ 5 时($40r \leq RH < 70r$)作为磁扰或磁暴。在数据处理中,应该找出以时间为函数的各次卫星经过的多普勒观测值与太阳黑子数、磁情指数三者之间的相关性,从而确定成果的取舍标准,同时应该优先采用夜间卫星经过的观测值,因为夜间太阳活动影响甚小,电子密度分布趋于稳定。

2. 对流层折射

非电离层由平流层和对流层所组成,离地面高度为60公里以下,大气折射的80%是由于对流层折射所引起的。对流层的折射系数大于1,它是大气状态和卫星仰角的函数,而与卫星发射的频率无关。当卫星发射的信号穿过对流层时,电磁波的传播速度减慢了,从而压缩了信号的波长,影响到总的多普勒频移。这种折射影响不能象电离层折射改正那样,利用接收双频信号而检测出来,而只能根据地面的气象数据(即气压、水汽分压、温度等要素)和卫星仰角,按照大气垂直剖面的最佳模型,以求得折射改正的理论值,或者在观测工作中,避免或舍去卫星低仰角经过的多普勒数据,因为卫星处于地平附近即仰角为0,其折射最大;在测站天顶附近即仰角为90°,则折射误差最小或为零。因此在观测纲要中应该明确规定:卫星经过的仰角应该大于10°以上。

在此我们详细地介绍 Hopfield 模型的建立和 Willmann 模型的改进,同时列出 GEODOP 平差程序所采用的两种模型。

Hopfield 模型的建立

Hopfield 公式基于三个假定条件:第一,空气的折射率是高度的函数,而与水平位置无关;第二,根据地面气象要素能够预测空中垂直剖面的折射率;第三,在推导公式时,忽略了无线电信号弯曲路径的影响。为此曾经采用了大量气象气球对高、低空垂直剖面的折射率进行探测实验,按照最小二乘法拟合出折射改正的最佳模式。实践证明上述三个假定条件,在正常大气状态下基本上是正确的,所推导的公式对中纬度大陆性气候也是适用的,多普勒数据经过该公式修正后,在 SAGA 中引进折射尺度改正的特定系数,其平差后的改正量也是十分微小的。下面介绍公式的推导过程。