

13
5
1

结构工程与振动研究报告集

1

清华大学结构工程与振动开放研究实验室

清华大学出版社

13
5
1

结构工程与振动研究报告集

1

清华大学结构工程与振动开放研究实验室

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

结构工程与振动研究报告集

1

清华大学结构工程与振动开放研究实验室

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

清华大学印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本:787×1092 1/16 印张:8.75 字数:203 千字

1992 年 6 月第 1 版 1992 年 6 月第 1 次印刷

印数:0001—2000

ISBN 7-302-00982-1/TU • 69

定价:6.00 元

Research Reports of Structural Engineering and Vibration

Volume 1

The Opening Research Laboratory of
Structural Engineering and Vibration of
Tsinghua University

Tsinghua University Press

目 录

前言	(V)
结构物的弹塑性统计地震响应分析	徐春锡 (1)
钢筋混凝土单层厂房可靠性评估专家系统	刘西拉 夏长春 (25)
曲线拟合法在建筑结构动态测试技术中的应用	刘丽华 (36)
钢筋混凝土板的非线性有限元分析	江见鲸 余国雄 沈 赤 (52)
预应力装配整体式板柱节点在反复荷载作用下的 试验研究及理论分析	阎兴华 王炯明 (65)
预应力钢拉杆的理论及试验研究	陆赐麟 葛亚非 (81)
预应力钢压杆的理论分析和试验研究	陆赐麟 葛亚非 (99)
附录一 清华大学结构工程与振动开放研究实验室暂行管理办法.....	(127)
附录二 清华大学结构工程与振动开放研究实验室学术委员会名单.....	(128)
附录三 清华大学结构工程与振动开放研究实验室课题计划指南.....	(129)
附录四 清华大学结构与振动开放研究实验室研究基金申请办法.....	(130)

CONTENTS

Foreword	(V)
Stochastic Seismic Response Analysis for Hysteretic Structural Systems	<i>Xu Chunxi</i> (1)
Reliability Evaluation Expert System for One-storey Reinforced Concrete Buildings	<i>Liu Xila Xia Changchun</i> (25)
Application of Curve Fitting Methods in Constructional Engineering Dynamic Parameter Identification	<i>Liu Lihua</i> (36)
Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Plate	<i>Jiang Jianjing, Yu Guoxiong, Shen Chi</i> (52)
Experimental Study and Theoretical Analysis of Prestressing Assembled Slab-Column Joint Under Cyclic Loading	<i>Yan Xinghua, Wang Xianming</i> (65)
Theoretical and Experimental Investigation of Prestressed Steel Tension Bars	<i>Lu Cilin, Ge Yafei</i> (81)
Theoretical Analysis and Experimental Investigation of Prestressed Steel Compression Members	<i>Lu Cilin, Ge Yafei</i> (99)
Appendix I The Provisional Regulations of the Opening Research Laboratory of Structural Engineering and Vibration of Tsinghua University	(127)
Appendix II Members of the Institution of the Opening Research Laboratory of Structural Engineering and Vibration of Tsinghua University	(128)
Appendix III Guide of Research Program of the Opening Research Laboratory of Structural Engineering and Vibration of Tsinghua University	(129)
Appendix IV Application of the Research Foundation	(130)

结构物的弹塑性统计地震响应分析

徐春锡*

摘 要

本文讨论了几个常用的弹塑性恢复力模型恢复力的富里叶积分描述方法。它们包括双线型、顶点指向型、滑移型、顶点指向和滑移特性的结合型,并建议了一种称为退化双线型的恢复力模型,以便简化弹塑性统计地震响应分析。结合上述模型讨论了 Fokker-Planck 方法和等价线性化法,并指出对于散粒噪声激励下的剪切型多自由度系统上述两种方法导致完全相同的结果。文中讨论了剪弯型多自由度系统的等价线性化方法,并给出了在散粒噪声激励下该系统响应量协方差函数的常微分方程。

前 言

近年来,关于随机振动分析的研究日益引起土木工程界的兴趣和关注。由于在强烈地震荷载作用下,大多数结构物实际上发生相当大的塑性变形。因此,结构物的弹塑性统计地震响应分析的研究成了受到广泛重视的热点之一。

与一般的非线性但非滞回的系统有所不同,结构物的弹塑性地震响应表现出很大的滞回特性,因而为这一类系统的统计地震响应分析带来了很大的困难。这是由于在 δ -相关的随机过程激励下,非线性但非滞回的系统的响应为 Markov 过程,而且到目前为止关于非线性随机响应的研究也是以 Markov 过程为其基本前提的。近十几年来经过很多研究者的努力,这一问题得到了很多近似解决方法。其中 Wen,小堀、铃木、南井、浅野、石丸等人的研究使得这个问题的研究得到了很大的进展^[1-13]。他们研究的重点和方法有所不同,但在处理结构物的弹塑性滞回特性时所采用方法的基本点是一致的,那就是通过引入辅助状态变量的方法,在数学上将弹塑性恢复力用非线性但非滞回的函数系统来描述以便应用有关 Markov 过程的理论。

本文第一部分讨论了几个常用的弹塑性恢复力模型恢复力的富里叶积分描述方法。它们包括双线性、顶点指向型、滑移型、顶点指向和滑移特性的结合型,并且建议了一种称为退化双线型的恢复力模型,以便简化弹塑性统计地震响应分析的复杂程度。第二部分和第三部分利用 Fokker-Planck 方法和等价线性化方法研究了多自由度结构系统的弹塑性随机响应分析。结合在散粒噪声激励下的剪切型多自由度系统的响应分析得出了这两种

* 徐春锡 东北电力学院建筑工程系,副教授

方法导致完全相同的关于响应量协方差函数的常微分方程的结论。第四部分讨论了剪弯型多自由度系统的弹塑性统计地震响应分析问题。在假定系统的弯曲刚度在响应过程中一直处于弹性阶段而只有剪切刚度进入弹塑性状态的前提下得到了这一系统的等价线性化随机微分方程,并且给出了在散粒噪声激励下这一系统响应量协方差函数的常微分方程。最后结合退化双线性恢复力模型讨论了几个例题。

一、弹塑性恢复力的富里叶积分描述

当进行结构物的统计地震响应分析时,利用引入辅助状态变量的方法可将结构物的弹塑性恢复力用虽然仍为非线性的,但已为非滞回的函数去描述,并且通过富里叶变换最终可以表示为具有至少一阶偏导可微的单值连续函数。这样,对具有弹塑性恢复力特性的结构系统在随机过程激励下的统计地震响应问题可以用如 Fokker-Planck 方法和等价线性化法等手段加以分析和解决^{[7],[14]}。本节讨论双线性、退化双线性、顶点指向型、滑移型、顶点指向和滑移特性的结合型恢复力模型的富里叶积分描述。

(一) 双线性恢复力模型

弹塑性恢复力的富里叶积分描述需要借助于 Dirac- δ 函数和阶跃函数,根据超越函数理论^[15],它们可以用如下的富里叶积分加以表示:

$$\begin{aligned}\delta(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\beta x) d\beta; i^2 = -1 \\ H(x) &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta} \exp(i\beta x) d\beta \right] \\ H(-x) &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta} \exp(i\beta x) d\beta \right]\end{aligned}\tag{1.1}$$

$\delta(x)$ 和 $H(x)$ 分别表示 Dirac- δ 和阶跃函数。

如果分析图 1-1 所示函数,其函数值显然可由以下的积分加以描述^[7]:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(W) P_{0,\eta_0}(x - W) dW\tag{1.2}$$

$P_{0,\eta_0}(x)$ 为如图 1-2 所示,在 $0 \leq x \leq \eta_0$ 范围内具有强度为 1 的矩型脉冲函数。

于是,图 1-3 所示函数可由如下的积分加以描述*:

$$\begin{aligned}Q(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(W) P_{0,\eta_0}(y - W) dW \\ &\quad - \int_{-\infty}^{\infty} H(-W) P_{-\eta_0,0}(y - W) dW\end{aligned}\tag{1.3}$$

* 本文引入的状态变量 y 与石丸^[7]完全相同。但式(1.4)中第二项系数 2 在石丸处为 4。这是由于该氏虽然在论文中没有提及类似于式(1.4)的公式,但很容易从该氏论文的有关公式中推出如下公式:

$$dy/dt = v + 4[Q(y) - y]\delta(v) \tag{a}$$

并且从该氏的论文中可以看出该公式曾广泛应用于其他各关系的推导过程中。作者曾与该氏关于这个问题交换过意见,但未能取得一致看法。正因为如此,虽然两人引入了完全相同的状态变量,即便对相同的弹塑性恢复力两人得到的各公式也有所不同。

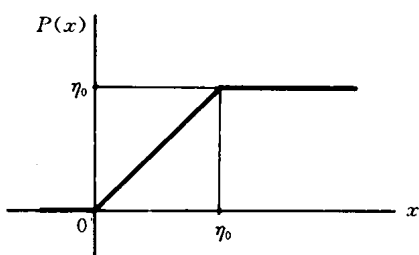


图 1-1

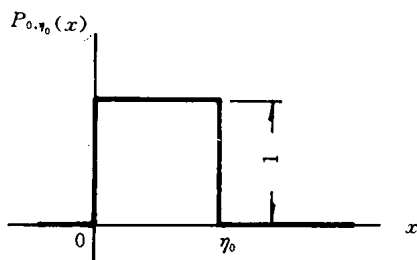


图 1-2

为了能够用式(1.3)描述如图 1-4 所示的理想弹塑性恢复力, 设式(1.3)中的变量 y 为辅助状态变量, 并令其具有如下性质: $|y| > \eta_0$, 且 $v = dy/dt = 0$ 时, 变量 y 从图中的 D , C 点分别跳跃到 B , A 点, 并且这一跳跃瞬时完成。如果令图 1-3 和图 1-4 中的 A, B, C, D 各点完全对应, 不难发现图 1-3 所示函数恰好能够在时程分析中代替图 1-4 中的函数去描述弹塑性恢复力。

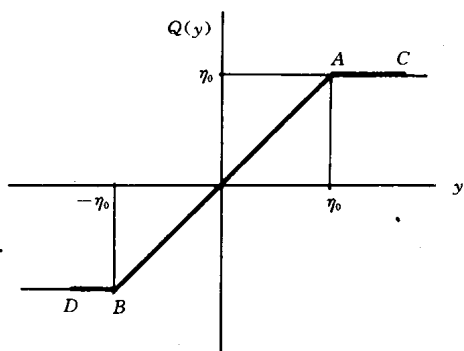


图 1-3

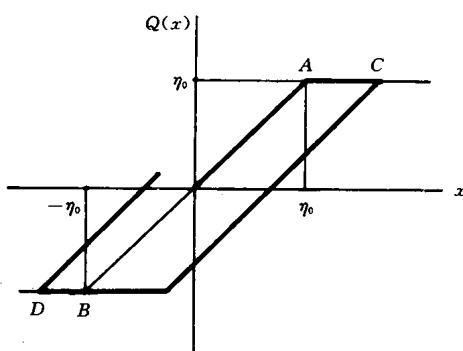


图 1-4 双线性恢复力模型

辅助状态变量 y 的上述性质可用如下微分方程加以描述:

$$dy/dt = \dot{y} = v + 2[Q(y) - y]\delta(v) \quad (1.4)$$

式中的第二项表示上述 y 的跳跃量。

式(1.4)的正确性可由下述讨论加以证实: 如图 1-3 所示, A 与 C 之间 $Q(y) = \eta_0$, 所以

$$Q(y) - y = - (y - \eta_0) \quad (1.5)$$

并且 D 与 B 之间由于 $Q(y) = -\eta_0$, 因而

$$Q(y) - y = - (y + \eta_0) \quad (1.6)$$

即, 式(1.5), (1.6)分别表示 C 点到 A 点、 D 点到 B 点的跳跃量。

由 Dirac- δ 函数的性质, 对于任意无限小的量 ϵ 均有

$$\int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} \Phi(t) \delta(t - t_0) dt = \Phi(t) \Big|_{t=t_0} \quad (1.7)$$

因此, 若设 t_0 为上述 C 到 A 的跳跃时刻, 则 y 的变化量 Δy 为

$$\begin{aligned}\Delta y &= \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} v dt + 2 \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} [Q(y) - y] \delta(v) dt \\ &= 2[Q(y) - y]|_{t=t_0}\end{aligned}\quad (1.8)$$

由于 $t=t_0$ 时刻辅助状态变量 y 不连续, 根据超越函数理论

$$[Q(y) - y]|_{t=t_0} = \frac{1}{2}(\eta_0 - y_c) \quad (1.9)$$

因此

$$\Delta y = 2[Q(y) - y]|_{t=t_0} = \eta_0 - y_c \quad (1.10)$$

即 Δy 恰好为 $t=t_0$ 时刻 y 从 C 到 A 的跳跃量。式(1.4)中第二项的系数 2 就是为了考虑上述时刻 y 的不连续性而引入的。当 y 从 D 跳跃到 B 点时亦不难证实式(1.4)的正确性。

将式(1.1)代入到式(1.3)和式(1.4), 即得 $Q(y)$ 和 dy/dt 的富里叶积分表达式:

$$Q(y) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned}dy/dt &= v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y + i\gamma v) d\beta d\gamma \\ &\quad - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma\end{aligned}\quad (1.12)$$

对于第一分支刚度与第二分支刚度比 $r \neq 0$ 的一般情况, 其恢复力表达式为

$$Q(x, y) = rx + \frac{(1-r)}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (1.13)$$

(二) 退化双线性恢复力模型

为了在结构弹塑性随机响应分析中利用简单的恢复力模型去替代相对复杂的恢复力模型, 以便使随机响应分析变得可能和简便, 作者曾提出如图1-5所示退化双线性恢复力模型^[12]。

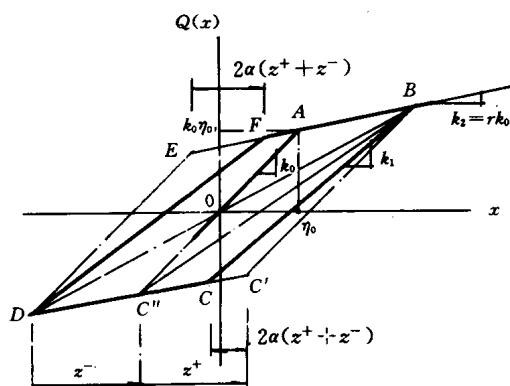


图 1-5 退化双线性恢复力模型

这一退化双线性恢复力模型的刚度 k_1 由下式给出:

$$k_1 = k_0 \frac{r\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0}{\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0} \quad (1.14)$$

其中 α , z^+ 和 z^- 分别为刚度退化参数和正负方向最大塑性变形量, 其值随着响应同时变化。 r 和 η_0 分别为第一分支刚度与第二分支刚度比值和最大弹性变形量。

刚度 k_1 虽然随着最大塑性变形量的增加相应地退化, 但其基本特征由刚度退化参数 α 来确定。如 α 取 0 或 0.5 时该模型简单地化为双线性或顶点指向型恢复力模型。就是说

该模型通过给定适当的参数值 α 来确定模型的退化程度, α 值在 0 到 0.5 之间。

Clough 双线性退化模型能量吸收能力介于双线性型和顶点指向型之间。在窄带域响应 (narrow band response) 中, 尤其在平稳响应中由于恢复力滞回时程曲线趋于稳定, 利用能量吸收能力等效的原则来确定适当的 α 值, 可用退化双线性恢复力模型近似地替代 Clough 双线性退化模型以进行响应分析。可以证明当给定 α 如下参数值时

$$\alpha = \begin{cases} (\eta_0 - rz^+)/ (4\eta_0); dQ/dx < 0 \\ (\eta_0 - rz^-)/ (4\eta_0); dQ/dx > 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

对于平稳响应, 上述两个恢复力模型的能量吸收能力相等。实际上当由式 (1.15) 给定 α 值时, 图1-6中 Clough 双线性模型所给出的滞回曲线轨迹 (OABCD''EFB) 和退化双线性的轨迹 (OABDEGB) 所包络的面积相等。

Clough 双线性退化模型恢复力的富里叶积分描述的困难在于加载和卸载时其刚度的折线性变化使得不得不增设更多的辅助状态变量。当然, 这并不是说这一描述是不可能的。但由于结构弹塑性恢复力模型的多样性, 只在数学处理上下功夫并不是唯一可取的。另一方面, 能量法或能量原理是力学中的有力手段。实际上现在经常所采用的各种恢复力模型也是将大量的实验数据进行整理, 并用能量原理进行模型化即简单化的结果。

由于在统计地震响应分析中一般情况下假设窄带域响应是可以接受的, 当由式 (1.15) 给定 α 值时可以期望由双线性退化模型去替代 Clough 双线性退化模型。图1-7为具有这两种恢复力特性的单自由度系统在白噪声激励下响应的几个统计量之间的比较。可以认为本文所建议的近似方法是可行的, 并且给出偏于安全的结果。

利用与处理双线性恢复力模型完全相同的方法可以很方便地对双线性退化恢复力模型进行富里叶积分描述。

辅助状态变量 y 的变化率 dy/dt 由下面的一阶微分方程给出:

$$dy/dt = v + 2 \left\{ \frac{[\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]}{\eta_0} Q(y) - y \right\} \delta(v) \quad (1.16)$$

恢复力 $Q(y)$ 表示为

$$Q(y) = \frac{\eta_0}{\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} H(W) P_{0, [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]}(y - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(-W) P_{-[\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0], 0}(y - W) dW \right\} \quad (1.17)$$

利用式 (1.1), 由式 (1.16), (1.17) 最终可以导出 dy/dt 和 $Q(y)$ 的富里叶积分表式:

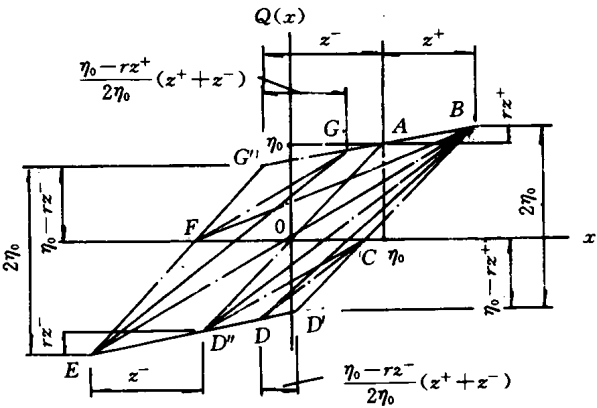


图 1-6 退化双线性型和 Clough 双线性退化模型能量吸收能力的比较

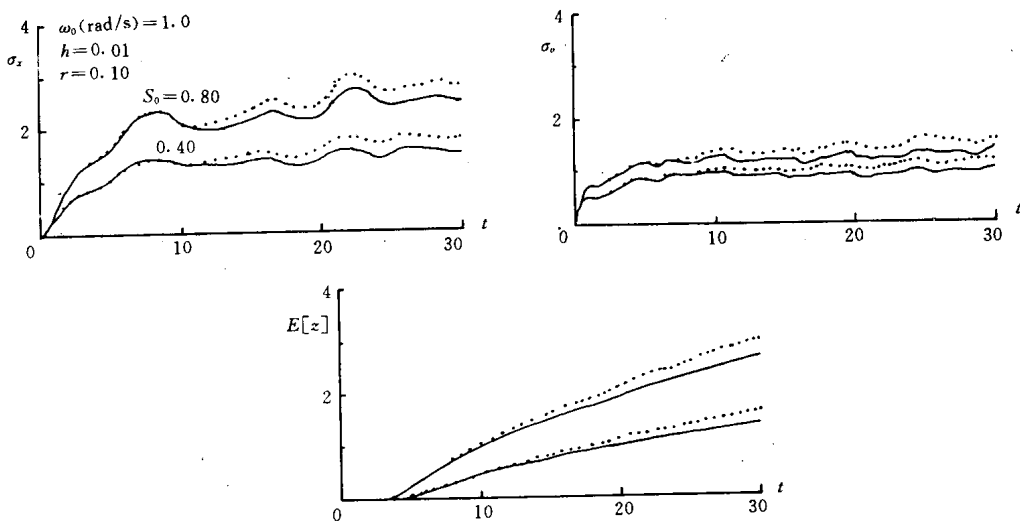


图 1-7作者的模型, —— Clough 的模型

$$dy/dt = v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]}{\beta^2} \exp[i(\beta y + \gamma v)] d\beta d\gamma - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma \quad (1.18)$$

$$Q(y) = \frac{\eta_0}{\pi i [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \{\beta [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]\}}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (1.19)$$

与双线性恢复力模型不同,由于在双线性退化模型恢复力的富里叶积分描述中引入最大塑性变形量为其参变量,式(1.18), (1.19)中包含 z^+ , z^- 。最大塑性变形量 z^+ , z^- 为属于加法过程一类的随机过程,因而与通常可假设为高斯过程的位移、速度、辅助状态变量 y 完全不同,为此本文用如下方法进行统计意义上的近似处理。

首先 z^+ , z^- 的变化率 dz^+/dt , dz^-/dt 可表示为

$$\begin{aligned} dz^+/dt &= \dot{z}^+ = vH(v)H[x - (z^+ + \eta_0)] \\ dz^-/dt &= \dot{z}^- = -vH(v)H[-x - (z^- + \eta_0)] \end{aligned} \quad (1.20)$$

式(1.20)可作如下解释:以 $\dot{z}^+$ 为例,由于 z^+ 是正方向最大塑性变形量,仅当 $x \geq z^+ + \eta_0$ 且 $v \geq 0$ 时 z^+ 的变化率与 x 的变化率相同,其他情况下其变化率为零。 $\dot{z}^-$ 的解释与以上解释相类似,略。

为了克服因难以确定最大塑性变形量的概率结构所带来的困难,当进行理论推导和数值积分时,经常采用以其期望值去近似的方法。当进行逐步数值积分时,设时间间隔 Δt 为很小,则第 i 步逐步积分的 z^+ , z^- 的期望值可以表示为

$$\begin{aligned} E[z_i^+] &= E[z_{i-1}^+] + \frac{1}{2} \Delta t (E[\dot{z}_{i-1}^+] + E[\dot{z}_i^+]) \\ E[z_i^-] &= E[z_{i-1}^-] + \frac{1}{2} \Delta t (E[\dot{z}_{i-1}^-] + E[\dot{z}_i^-]) \end{aligned} \quad (1.21)$$

若用最大塑性变形量的期望值近似其变化率公式(1.20),则有

$$\begin{aligned} dz^+ / dt &= \dot{z}^+ \approx vH(v)H[x - (E[z^+] + \eta_0)] \\ dz^- / dt &= \dot{z}^- \approx -vH(-v)H[-x - (E[z^-] + \eta_0)] \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\text{令} \quad \bar{\eta}_0^+ = \eta_0 + E[z_{i-1}^+] + \frac{1}{2}\Delta t E[\dot{z}_{i-1}^+]$$

$$\bar{\eta}_0^- = \eta_0 + E[z_{i-1}^-] + \frac{1}{2}\Delta t E[\dot{z}_{i-1}^-] \quad (1.23)$$

并对式(1.22)两边取期望值,则有

$$\begin{aligned} E[\dot{z}_i^+] &\approx E\left[vH(v)H\left\{x - \left(\bar{\eta}_0^+ + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^+]\right)\right\}\right] \\ E[\dot{z}_i^-] &\approx E\left[-vH(v)H\left\{-x - \left(\bar{\eta}_0^- + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^-]\right)\right\}\right] \end{aligned} \quad (1.24)$$

如果第 $i-1$ 步积分已经完成,由式(1.24)即可算出第 i 的最大塑性变形量变化率的期望值。这是由于式(1.23)所表示的 $\bar{\eta}_0^+, \bar{\eta}_0^-$ 只与 t_{i-1} 时刻及以前的响应量有关。并且,如果第 i 步的 x, v 的结合概率密度函数 $f(x, v|i\Delta t)$ 为已知,则

$$\begin{aligned} E[\dot{z}_i^+] &= \int_0^\infty dv \left[\int_0^\infty dx - \int_0^{\bar{\eta}_0^+} dx - \int_{\bar{\eta}_0^+}^{\bar{\eta}_0^+ + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^+]} dx \right] v f(x, v|i\Delta t) \\ E[\dot{z}_i^-] &= - \int_{-\infty}^0 dv \left[\int_{-\infty}^0 dx - \int_{-\bar{\eta}_0^-}^0 dx - \int_{-(\bar{\eta}_0^- + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^-])}^0 dx \right] v f(x, v|i\Delta t) \end{aligned} \quad (1.25)$$

如果各状态变量 x, v, y 等的初始值为零,并且激励是期望值为零的散粒噪声,则可方便地假设各状态变量是期望值为零的高斯过程。在这种情况下,为了不失一般性,可设 $\dot{z}_0^+ = \dot{z}_0^- = 0$ 。在上述假设前提下不难由式(1.25)看出 $E[\dot{z}_i^+]$ 与 $E[\dot{z}_i^-]$ 、进而 $E[z_i^+]$ 与 $E[z_i^-]$ 、 η_0^+ 与 η_0^- 均取相同的值,以下均记为 $E[\dot{z}_i]$ 、 $E[z_i]$ 、 $\bar{\eta}_0$ 等。这样,式(1.25)中的两式可以统一写成

$$E[\dot{z}_i] = \int_0^\infty dv \left[\int_0^\infty dx - \int_0^{\bar{\eta}_0} dx - \int_{\bar{\eta}_0}^{\bar{\eta}_0 + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i]} dx \right] v f(x, v|i\Delta t) \quad (1.26)$$

因假设 Δt 充分小,用积分中值定理,由式(1.26)可得 $E[\dot{z}_i]$ 的计算公式:

$$\begin{aligned} E[\dot{z}_i] &= A_i / B_i \\ A_i &= \frac{\sigma_v}{2\sqrt{2\pi}} \left\{ 1 - 2\operatorname{erf}\left[\frac{\bar{\eta}_0}{\sigma_x \sqrt{1-\rho_{xv}^2}}\right] + \rho_{xv} \exp\left(-\frac{\bar{\eta}_0^2}{2\sigma_x^2}\right) \left[1 + 2\operatorname{erf}\left[\frac{\rho_{xv}\bar{\eta}_0}{\sigma_x \sqrt{1-\rho_{xv}^2}}\right] \right] \right\} \\ B_i &= 1 + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\sqrt{1-\rho_{xv}^2}\sigma_v}{2\pi\sigma_x} \exp\left(-\frac{\bar{\eta}_0^2}{2\sigma_x^2(1-\rho_{xv}^2)}\right) + \frac{\rho_{xv}\bar{\eta}_0\sigma_v}{2\sigma_x^2\sqrt{2\pi}} \right. \\ &\quad \left. \times \exp\left(-\frac{\bar{\eta}_0^2}{2\sigma_x^2}\right) \left[1 + 2\operatorname{erf}\left[\frac{\rho_{xv}\bar{\eta}_0}{\sigma_x \sqrt{1-\rho_{xv}^2}}\right] \right] \right\} \end{aligned} \quad (1.27)$$

式中 $\sigma_x, \sigma_v, \rho_{xv}$ 分别为 x, v 标准差及相关系数函数。

$E[z_i], \bar{\eta}_0$ 分别由下式计算:

$$E[z_i] = E[z_{i-1}] + \frac{\Delta t}{2}(E[\dot{z}_{i-1}] + E[\dot{z}_i]) \quad (1.28)$$

$$\bar{\eta}_0 = \eta_0 + E[z_{i-1}] + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_{i-1}] \quad (1.29)$$

当进行数值积分时,先算出第 i 步的 σ_x, σ_v 和 ρ_{xv} ,再由式(1.27),(1.28),(1.29)分别算出第 i 步的 $E[\dot{z}_i], E[z_i]$ 以及为第 $i+1$ 步计算的 $\bar{\eta}_0$ 值。

(三) 顶点指向型恢复力模型

石丸氏曾研究过顶点指向型和滑移型恢复力模型^[8],他在论文中指出,若以塑性变形累积量作为参变量(同时引入辅助状态变量 y)不难对顶点指向型和滑移型模型的恢复力进行富里叶积分描述。作者曾经指出^[13],由于对上述两个模型来说最大塑性变形量和塑性变形累积量是同一量(塑性变形累积量等于正方向和负方向最大塑性变形量之和的一半)。在有些情况下并不需要引入辅助状态变量即可对其恢复力进行富里叶积分描述。

对于图1.8所示顶点指向型恢复力 $Q(x)$,若最大塑性变形量 z^+, z^- 已给定,则其第一分支刚度 k_1 为

$$k_1 = \frac{\eta_0}{0.5(z^+ + z^-) + \eta_0} k_0 \tag{1.30}$$

且其骨架曲线为6-4-3-1-2-5。

如果注意到 $Q(x)$ 骨架曲线对称于 $x = 0.5(z^+ - z^-)$ 点,不难用与前两节完全相同的方法对 $Q(x)$ 进行富里叶积分描述。利用阶跃函数和矩型脉冲函数, $Q(x)$ 可以表示为

$$Q(x) = \frac{k_0 \eta_0}{0.5(z^+ + z^-) + \eta_0} \left[\int_{-\infty}^{\infty} H(W - 0.5(z^+ - z^-)) P_{0.5(z^+ - z^-), \eta_0 + z^+}(x - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(0.5(z^+ - z^-) - W) P_{-(z^- + \eta_0), 0.5(z^+ - z^-)}(x - W) dW \right] \tag{1.31}$$

由于在前一节中所讨论的条件下,正方向和负方向最大塑性变形量的期望值相同,若用最大塑性变形量去近似式(1.31)或图1-8中 $Q(x)$ 的骨架曲线就可以发现式(1.31)中的 $0.5(z^+ - z^-)$ 一项全部消失,且骨架曲线亦近似地对称于原点。

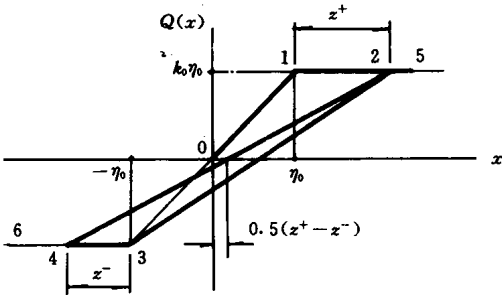


图 1-8 顶点指向型恢复力模型

考虑到上述情况并利用阶跃函数的富里叶积分表达式,则顶点指向型模型的恢复力 $Q(x)$ 的富里叶积分表达式为

$$Q(x) = \frac{k_0 \eta_0}{E[z] + \eta_0} - \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \tag{1.32}$$

对于顶点指向型和下面将要讨论的滑移型恢复力模型, $E[z]$ 的计算公式与前述式

(1.27), (1.28), (1.29)完全相同。

(四) 滑移型恢复力模型

如前节所述,在我们所讨论的范围内,滑移型恢复力模型的富里叶积分描述不需要引入辅助状态变量。

如图1-9所示,设恢复力时程路线为0-1-2-3-0-4-5-6-0-3-2等,则考虑到正方向和负方向最大塑性变形量期望值的相同,滑移型模型的恢复力可以用下式表示:

$$Q(x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(W - E[z]) P_{E[z], E[z] + \eta_0}(x - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(-W + E[z]) P_{-(E[z] + \eta_0), -E[z]}(x - W) dW \quad (1.33)$$

这样,滑移型模型恢复力的富里叶积分描述如下:

$$Q(x) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta E[z]]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (1.34)$$

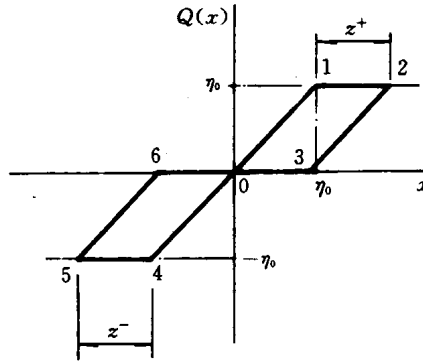


图 1-9 滑移型恢复力模型

(五) 顶点指向和滑移特性结合型恢复力模型

类似图1-10所示的恢复力模型在结构地震响应分析中经常被采用,它具有顶点指向和滑移两种特性,为此在本文中称之为顶点指向和滑移特性结合型恢复力模型,或简称为结合型。

在本文所讨论的范围内,参照图1-11不难对结合型恢复力进行富里叶积分描述。很明显,图1-11所表示的结合型恢复力骨架曲线可以分解为顶点指向型和滑移型的线性组合,这样 $Q(x)$ 可写成:

$$Q(x) = \frac{\alpha\eta_0}{0.5(z^+ + z^-) + \alpha\eta_0} \left[\int_{-\infty}^{\infty} H(W - 0.5(z^+ + z^-)) P_{0.5(z^+ - z^-), \alpha\eta_0 + z^+}(x - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(0.5(z^+ - z^-) - W) P_{-(z^- + \alpha\eta_0), 0.5(z^+ - z^-)}(x - W) dW \right] + \int_{-\infty}^{\infty} H(W - (\alpha\eta_0 + z^+)) P_{\alpha\eta_0 + z^+, \eta_0 + z^+}(x - W) dW \quad (1.35)$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} H((\alpha\eta_0 + z^-) - W) P_{-(\eta_0 + z^-), -(\alpha\eta_0 + z^-)}(x - W) dW$$

利用最大塑性变形量的期望值去近似上式中的 z^+, z^- , 结合型的恢复力 $Q(x)$ 富里叶积分描述最终可以表示为

$$Q(x) = \frac{\alpha\eta_0}{E[z] + \alpha\eta_0} \cdot \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(i\beta x) d\beta \\ + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(i\beta x) d\beta \quad (1.36)$$

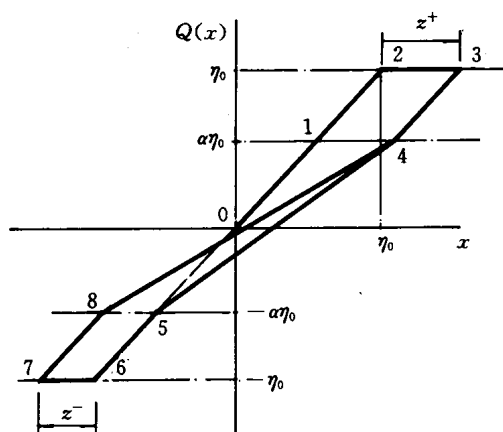


图 1-10 结合型恢复力模型

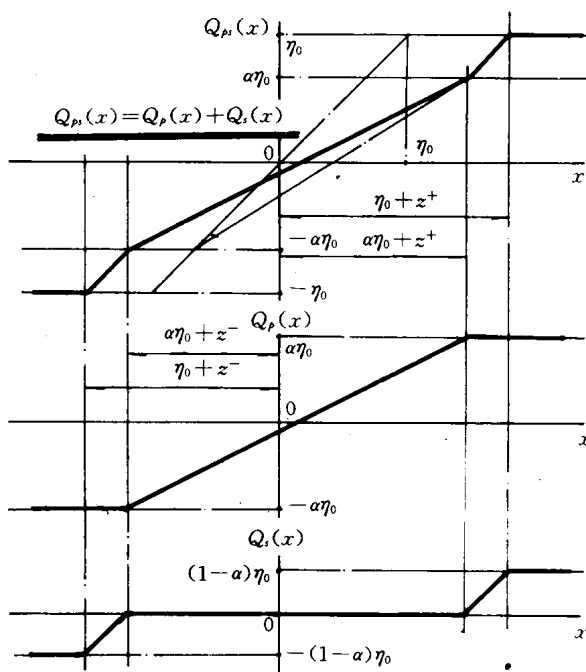


图 1-11

(六) 公式汇总和几点讨论

前几节中讨论了双线性、退化双线性、顶点指向型、滑移型和结合型模型恢复力的富里叶积分描述方法。

双线性 and 退化双线性模型恢复力的富里叶积分描述中需要引入辅助状态变量 y , 其变化率的富里叶积分表达式为:

双线性

$$dy/dt = \dot{y} = v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y + i\gamma v) d\beta d\gamma \\ - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma \quad (1.12)$$

退化双线性

$$dy/dt = v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta [\alpha E[z] + \eta_0]}{\beta^2} \exp(i\beta y + i\gamma v) d\beta d\gamma - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma \quad (1.18)$$

对于第一分支刚性和第二分支刚性比 $r \neq 0$ 的一般情况, 需要把恢复力分解为线性部分和 $r=0$ 的弹塑性部分。为此, 考虑到 $r \neq 0$ 的一般情况, 前几节所讨论的弹塑性恢复力的富里叶积分表达式需略加修改, 它们最后为

双线性

$$Q(x, y) = rx + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (1.13)$$

退化双线性

$$Q(x, y) = rx + \frac{(1-r)\eta_0}{\pi i (2\alpha E[z] + \eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(2\alpha E[z] + \eta_0)]}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (1.19a)$$

顶点指向型

$$Q(x) = rx + \frac{(1-r)\eta_0}{\pi i (E[z] + \eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta [E[z] + \eta_0]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (1.32a)$$

滑移型

$$Q(x) = rx + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta E[z]]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (1.34a)$$

结合型

$$Q(x) = rx + \frac{(1-r)\alpha\eta_0}{\pi i (E[z] + \alpha\eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (1.36a)$$

上述模型最大塑性变形量的期望值公式完全相同, 均可用式(1.27)、(1.28)、(1.29)进行数值积分。值得注意的是, 由于最大塑性变形量的期望值只能用逐步积分方法计算, 并且作为参变量它被引进了大部分恢复力表达式中, 因此在平稳响应分析中也只有用逐步积分方法才能得到平稳响应的各统计量的近似值。

值得注意的另一点是, 在推导最大塑性变形量期望值的逐步积分公式时假定了各状态变量是高斯过程。因为即使在高斯激励下, 非线性结构的响应量也是非高斯的, 所以这一假定只是出于一种“使分析成为可能”的需要。但是在本文所讨论的范围内, 因为设激励为散粒噪声, 这一假定是可以接受的。

二、Fokker-Planck 方法

散粒噪声激励下的多自由度结构系统弹塑性随机响应分析可以利用 Fokker-Planck 方法。只是到目前为止这一系统仅限于剪切型串联多自由度系统。如前所述, 由于引入辅助状态变量等, 弹塑性恢复力可由光滑的至少一阶偏导可微的单值函数(如富里叶积分表示法)描述, 因而在散粒噪声激励下的结构系统的响应量, 如位移、速度及辅助状态变量为 Markov 过程。如果这些响应量可以假设为高斯的, 则通过富里叶变换可以得到响应量二