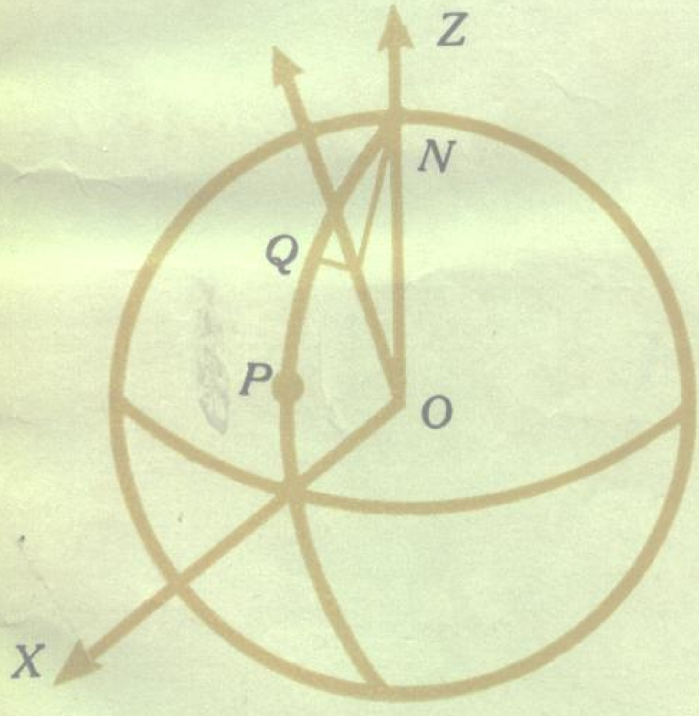
理论地球物理学引论

〔美〕C. B. 奥菲塞 著



科学出版社

理论地球物理学引论

〔美〕C. B. 奥菲塞 著

$\boxed{\text{王子昌}}$ 吴庆鹏 朱仁益 李文艺 阚济生 译

$\boxed{\text{王子昌}}$ 校

科学出版社

1983

内 容 简 介

本书系统地介绍了理论地球物理学的一些重要分支：地热、海洋、地震、重力、地磁、地球动力学等学科的物理学基本原理，概念明确，公式推导比较详细．章节后面还附有习题，这些习题可作为正文的补充．

本书可作高等学校地球物理专业高年级学生和研究生的参考书，地球物理工作者及其他有关科技人员亦可阅读参考．

C. B. Officer

INTRODUCTION TO

THEORETICAL GEOPHYSICS

Springer-Verlag, 1974

理论地球物理学引论

[美] C. B. 奥菲塞 著

王子昌 吴庆鹏 朱仁益 李文艺 阙济生 译

王子昌 校

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1980年9月第一版 开本：787×1092 1/32

1983年3月第二次印刷 印张：13 3/8

印数：3,501—5,000 字数：302,000

统一书号：13031 · 1302

本社书号：1809 · 13—15

定价：2.05元

前　言

本书旨在以一种统一协调的方式来论述整个理论地球物理学．书中所应用的数学基础是微积分和微分方程，同时，还采用适当的物理基础和初等矢量分析．本书的水平相当于高年级大学生或一年级研究生的教程．它的目的是对整个理论地球物理学，给读者提供一个全貌．

书中所着重的都是一些基本的和初等的内容．在这里所论述的一些分支学科中，任何一位专家都会发现，自己所研究的专门领域里有许多内容没有写入书内，这是毋庸讳言的．为了用统一的方式来处理所有的各个方面，本书对各种不同的物理问题采用了最简单的数学符号，也就是标量、三维矢量和矢量算子梯度、旋度、散度等．可以意识到，这种简单符号也许往往不太有助于求解某些更为复杂的地球物理学问题．

本书几乎对每一种情形都力求详尽地进行推导．有时省略了代数上和微积分上的一些细节，而把它们放到有关章节后边的习题中去分析．本书着重于推导的物理意义和对地球物理学中各种重要物理学原理的解释，如对连续性、混合、扩散、传导、对流、进动、摆动、射线、波、频散、势论等．

习题是本书的一个重要组成部分．它们包括充实正文中数学推导的细节，以及这些推导的应用和推广．它们确实是相当的错综复杂，并各有不同．

各章次序并非完全随意确定的．第一部分是一个必要的“杂烩”．它包括对物理学中某些基本偏微分方程解的讨论，特别是对地球物理学有关的一些函数性质的讨论．第二部分

论述地球热力学和地球外表面，海洋的流体动力学. 第三部分——地震学、重力学和地磁学，大都是各种物理学原理在一个定义上的应用和地球及其性质的研究. 第四部分是有关地球本身的动力学，这里必然包括前面许多章节中的研究成果在内. 此外，本书在论述的过程中，内容的复杂性也随主题的深入而有所增加.

本书在编写工作中得到达特默思学院贝克图书馆和地球科学系的支持，对此谨表谢意.

C. B. 奥菲塞

1974 年 1 月于新罕布什尔，汉诺佛

译 者 的 话

各种地球物理学现象往往是相互联系、错综交织的．对一个从事地球物理学的工作人员来讲，常常会由于自己专业知识的局限而感到工作上所产生的困难，因而希望有一本综合介绍各种地球物理学现象而又有一定深度的参考书，以利于丰富和加深对地球物理学知识的理解．查尔斯·奥菲塞所著的《理论地球物理学引论》正是符合这样要求的一本书．

这本书内容比较广泛，涉及地热学、物理海洋学、地震学、重力学、地磁学和地球动力学，几乎包括了大气物理学以外的地球物理的所有方面，并且还介绍了国际上有关领域中理论研究的动态．作者阐述全面，条理清楚，文笔流畅，所附习题颇引人入胜．对开阔思路、提高分析问题能力来讲，它不失为一本水平较高的好书．但作者如果能结合地球内部的物理状态和发生的过程进行阐述，将会更好．

本书共有十一章，其中一、二和十三章由王子昌翻译，三、四两章由朱仁益翻译，五、八两章由吴庆鹏翻译，六、七两章由李文艺翻译，九、十一两章由阚济生翻译．全部译稿均经王子昌审校．限于译者水平，谬误难免，希望广大读者予以指正．

目　　录

第一部分　绪　　论

第二部分　热力学和流体动力学

第三部分 地震学、重力学和地磁学

第一部分 绪 论

第一章 数学提要

1.1 矢量分析

假定读者具有初步的三维矢量分析运算基础，这里我们将复习，或更确切地讲，重述在以后章节的推导过程中所用到的一些更为重要的关系式.

本书里一个矢量是用一个粗体的英文字母来表示；它的大小则用同一个粗体字母，两旁各加上一直线，或简单地就用同一字母的斜体字来表示. 因此，矢量 $\mathbf{P}$ 的大小是用 $|\mathbf{P}|$ 或 P 来表示.

一个单位矢量是一个大小等于一的矢量. 三个分别平行于 X, Y, Z 直角坐标轴的单位矢量，今后则用 $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ 来表示. 三根直角坐标轴总是采用右旋系统组合，也就是 Z 轴的正方向，取决于右手螺旋在 XY 平面内从 X 轴的正方向转过两轴之间一个直角而到达 Y 轴正方向时的螺旋前进方向.

有时为了方便，一个矢量的方向可由自己跟三根坐标轴 X, Y, Z 的三维余弦 l, m, n 来规定，这里读者可回忆一下下列两个几何关系式：

$$l^2+m^2+n^2=1 \tag{1.1}$$

$$\cos\theta=l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2 \tag{1.2}$$

在第二个关系式中，θ 是两条直线之间的夹角，它们的方向余弦分别是 l_1, m_1, n_1 和 l_2, m_2, n_2.

两个矢量相加，如图 1.1 所示，它们的总和或合矢量 $\mathbf{R}$ 简单地是

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha \tag{1.3}$$

一个矢量 $\mathbf{P}$ 的分量简单地就是总和为 $\mathbf{P}$ 的几个任何矢量. 最经常应用的一些分量是那些分别平行于 X，Y，Z 用 P_x, P_y, P_z 来表示的三个正交分量，它们所遵循的关系式是

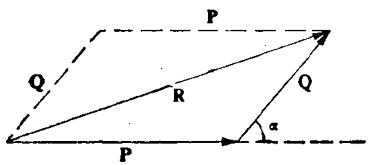


图 1.1

$$P^2 = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 \tag{1.4}$$

一个表面，如图 1.2 中 ABC 所示，可用一个大小等于这个表面面积和方向垂直于这个表面的矢量 σ 来表示. 对一个闭合的表面，取朝外的法线方向为正；对一个不闭合的表面，周线的含义跟法线正方向的含义相关，如图 1.2 所示.

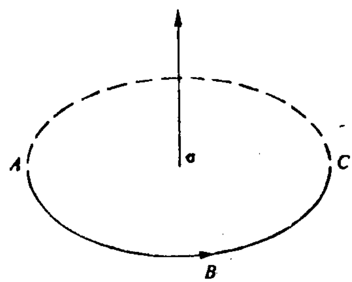


图 1.2

一个矢量 $\mathbf{P}$ 的三个分量从一组直角坐标轴转换到另一组直角坐标轴，跟坐标本身的转换一样. 在图 1.3 的表格中设 l_1, l_2, l_3 是 X' 对 X，Y，Z 的方向余弦，余类推，

$$\begin{aligned}
x' &= l_1x + l_2y + l_3z \\
y' &= m_1x + m_2y + m_3z \\
z' &= n_1x + n_2y + n_3z
\end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned}
x &= l_1x' + m_1y' + n_1z' \\
y &= l_2x' + m_2y' + n_2z' \\
z &= l_3x' + m_3y' + n_3z'
\end{aligned} \tag{1.5}$$

	X	Y	Z
X'	l_1	l_2	l_3
Y'	m_1	m_2	m_3
Z'	n_1	n_2	n_3

图 1.3

或用同样的关系式由 P_x, P_y, P_z 来表示 P'_x，由 $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ 来表示 $\mathbf{i}'$ 等等，而且反过来也是这样.

两个矢量的标量积或点乘积是这样一个标量，它的大小等于这两个矢量大小的乘积再乘以它们之间夹角的余弦. 据此，得出下列一些关系式：

$$\mathbf{Q}\cdot\mathbf{P}=\mathbf{P}\cdot\mathbf{Q} \tag{1.6}$$

$$(\mathbf{P}+\mathbf{Q})\cdot\mathbf{R}=\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}+\mathbf{Q}\cdot\mathbf{R} \tag{1.7}$$

和

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{i}\cdot\mathbf{i}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}=1\\ \mathbf{i}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{k}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{i}=0\end{aligned}\right. \tag{1.8}$$

和

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{P}\cdot\mathbf{Q}&=P_xQ_x+P_yQ_y+P_zQ_z\\ P^2=\mathbf{P}\cdot\mathbf{P}&=P_x^2+P_y^2+P_z^2\end{aligned}\right. \tag{1.9}$$

两个矢量的矢量积或叉乘积是这样一个垂直于它们所组成的平面的矢量，如图 1.4 所示，右手螺旋从前一个矢量转过它们正方向之间的较小夹角而到达后一个矢量，螺旋前进的方向就是矢量积的指向. 矢量积的大小等于两个矢量大小的乘积再乘以它们之间夹角的正弦. 据此，得出下列一些关系式：

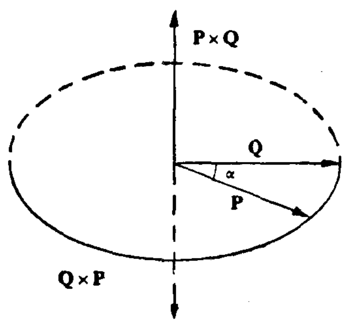


图 1.4

$$\mathbf{Q}\times\mathbf{P}=-\mathbf{P}\times\mathbf{Q}\quad \mathbf{P}\times\mathbf{P}=0 \tag{1.10}$$

和

$$(\mathbf{P}+\mathbf{Q})\times\mathbf{R}=\mathbf{P}\times\mathbf{R}+\mathbf{Q}\times\mathbf{R} \tag{1.11}$$

和

$$
\begin{gathered}
\mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k} \quad \mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i} \quad \mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j} \\
\mathbf{i}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\times\mathbf{k}=0
\end{gathered}
\tag{1.12}
$$

和

$$
\begin{aligned}
\mathbf{P}\times\mathbf{Q} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} \\
&= \mathbf{i}(P_yQ_z-P_zQ_y)+\mathbf{j}(P_zQ_x-P_xQ_z) \\
&\quad +\mathbf{k}(P_xQ_y-P_yQ_x)
\end{aligned}
\tag{1.13}
$$

这里(1.13)式中等号右边的式子是行列式.

对三个矢量的乘积，可以有两种不同的组合．三重标量积是这样一个标量:

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})\cdot\mathbf{R} &= \mathbf{R}\cdot(\mathbf{P}\times\mathbf{Q}) = -\mathbf{R}\cdot(\mathbf{Q}\times\mathbf{P}) \\
&= -(\mathbf{Q}\times\mathbf{P})\cdot\mathbf{R}
\end{aligned}
\tag{1.14a}
$$

这里先进行矢量积 $\mathbf{P}\times\mathbf{Q}$ 的运算，然后再取这个矢量和 $\mathbf{R}$ 的点乘积．我们还可以得到其他一些关系式:

$$
(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})\cdot\mathbf{R}=\mathbf{P}\cdot(\mathbf{Q}\times\mathbf{R}) \tag{1.14b}
$$

和

$$
\mathbf{P}\times\mathbf{Q}\cdot\mathbf{R}=\begin{vmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{vmatrix} \tag{1.15}
$$

和

$$
\mathbf{i}\times\mathbf{j}\cdot\mathbf{k}=\mathbf{i}\cdot\mathbf{j}\times\mathbf{k}=-\mathbf{i}\cdot\mathbf{k}\times\mathbf{j}=1 \tag{1.16}
$$

三重矢量积是这样一个矢量:

$$
(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})\times\mathbf{R}=-\mathbf{R}\times(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})=\mathbf{R}\times(\mathbf{Q}\times\mathbf{P}) \tag{1.17}
$$

这里先进行矢量积 $\mathbf{P}\times\mathbf{Q}$ 的运算，然后再取这个矢量和 $\mathbf{R}$ 的叉乘．在图 1.5 中，$(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})\times\mathbf{R}$ 显而易见是在由 $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{Q}$ 组成的平面内．因此我们能够得到这样一些关系式:

和
$$(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})\times\mathbf{R}=\mathbf{R}\cdot\mathbf{P}\mathbf{Q}-\mathbf{R}\cdot\mathbf{Q}\mathbf{P}$$
$$\mathbf{R}\times(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})=\mathbf{R}\cdot\mathbf{Q}\mathbf{P}-\mathbf{R}\cdot\mathbf{P}\mathbf{Q}. \tag{1.18}$$

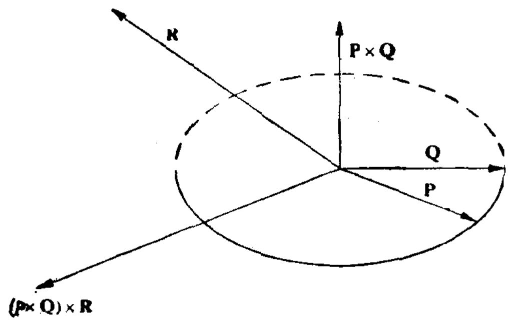


图 1.5

现在来求矢量函数的导数. 设有一个矢量函数 $\mathbf{r}$ 定义为
$$\mathbf{r}(t)=\mathbf{i}x(t)+\mathbf{j}y(t)+\mathbf{k}z(t),$$
这里自变量 t 是一个标量, 同时 X, Y, Z 是固定的直角坐标轴. 它对 t 的导数是
$$\frac{d\mathbf{r}}{dt}=\mathbf{i}\frac{dx}{dt}+\mathbf{j}\frac{dy}{dt}+\mathbf{k}\frac{dz}{dt}$$
和
$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}=\mathbf{i}\frac{d^2x}{dt^2}+\mathbf{j}\frac{d^2y}{dt^2}+\mathbf{k}\frac{d^2z}{dt^2} \tag{1.19}$$
对标量积和矢量积的导数, 我们也得出
$$\frac{d}{dt}(\mathbf{P}\cdot\mathbf{Q})=\frac{d\mathbf{P}}{dt}\cdot\mathbf{Q}+\mathbf{P}\cdot\frac{d\mathbf{Q}}{dt}$$
和
$$\frac{d}{dt}(\mathbf{P}\times\mathbf{Q})=\frac{d\mathbf{P}}{dt}\times\mathbf{Q}+\mathbf{P}\times\frac{d\mathbf{Q}}{dt} \tag{1.20}$$
矢量微分算子 ∇ 由下列的量来定义:
$$\nabla=\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z} \tag{1.21}$$

如用球坐标系 r, θ, φ——这里 r 是矢径, θ 是极角, φ 是方位角, $\mathbf{r}_1$, $\boldsymbol{\theta}_1$, $\boldsymbol{\varphi}_1$ 分别是单位矢量——这时算子∇将给出如下:

$$\nabla=\mathbf{r}_1\frac{\partial}{\partial r}+\boldsymbol{\theta}_1\frac{\partial}{r\partial\theta}+\boldsymbol{\varphi}_1\frac{\partial}{r\sin\theta\,\delta\varphi} \qquad (1.22)$$

如用柱坐标系 ρ, φ, z——这里 ρ 是垂直于柱轴的距离坐标, φ 是方位角, z 是轴向距离坐标, $\boldsymbol{\rho}_1$, $\boldsymbol{\varphi}_1$, $\mathbf{k}$ 分别是单位矢量——这时算子 ∇ 将给出如下:

$$\nabla=\boldsymbol{\rho}_1\frac{\partial}{\partial\rho}+\boldsymbol{\varphi}_1\frac{\partial}{\rho\partial\varphi}+\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z} \qquad (1.23)$$

如果 $\Phi(x, y, z)$ 是一个坐标标量的本征函数, 那末矢量

$$\nabla\Phi=\mathbf{i}\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial\Phi}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial\Phi}{\partial z} \qquad (1.24)$$

叫做 Φ 的梯度. 令$\Phi(x, y, z)=C$ 这个常数定义空间里面的一个表面, 那末 $\nabla\Phi$ 的几何意义就是: 它是一个具有 Φ 的最大空间增加率的大小和方向的矢量. 它垂直于 $\Phi=C$ 这个表面. 它在任意一个方向的分量, 等于沿这个方向的最大增加率,因此如图 1.6 所示,从 A 到 $B\Phi$ 的增量简单地是

$$d\Phi=\nabla\Phi d\lambda\cos\theta$$
$$=\nabla\Phi\cdot d\mathbf{k} \qquad (1.25)$$

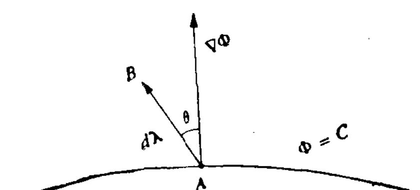


图 1.6

如果 $\mathbf{V}(x, y, z)$是一个坐标矢量的本征函数, 那末标量

$$\nabla\cdot\mathbf{V}=\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{\partial V_z}{\partial z} \qquad (1.26)$$

叫做 $\mathbf{V}$ 的散度. 现在如令 $\mathbf{V}=\rho\mathbf{v}$ 代表在单位时间内流过单位截面积的流体质量, 这里 ρ 是流体的密度, $\mathbf{v}$ 是它的速度, 那末物理量 $-\nabla\cdot\mathbf{V}$ 代表在单位时间内单位体积里由流动而

引起的质量总增加，从而直接导出下列连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{V} \qquad (1.27)$$

或

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \qquad (1.28)$$

如果流体是不可压缩的，也就是说 ρ 是一个常数，那末这些方程就简化成

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \qquad (1.29)$$

再如果 $\mathbf{V}(x, y, z)$ 是一个坐标矢量的本征函数，那末矢量

$$\nabla \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} \qquad (1.30)$$

就叫做 $\mathbf{V}$ 的旋度．现在来考虑一个刚体，以一个不变的角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 绕固定在刚体上的原点 O 而转动，O 本身有一个不变的线速度 $\mathbf{v}_0$，如图 1.7 所示，这时一个点 P 的总线速度将是

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \qquad (1.31)$$

于是我们可以得出关系式：

$$\nabla \times \mathbf{v} = 2\boldsymbol{\omega} \qquad (1.32)$$

所以线速度的旋度等于两倍角速度．

连续使用 ∇ 时，梯度的散度是

$$\nabla \cdot \nabla \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \qquad (1.33)$$

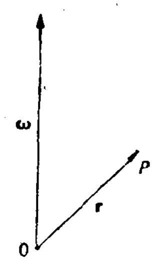


图 1.7

算子

$$\nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (1.34)$$

叫作拉普拉斯算子，可以对一个矢量函数 $\mathbf{V}$ 同样运用．我们还有梯度的旋度是唯一地等于零，或