

量子力学思考题集

王家庆 雷世曾 编 喀兴林 校

高等教育出版社

量子力学思考题集

王家庆 雷世曾 编

喀兴林 校

高等教育出版社

1992 年

(京)112 号

内 容 提 要

本书编集了 500 多道量子力学的思考题,涉及高等学校量子力学课程的各个方面,旨在帮助初学者深入理解量子力学的基本概念,切实掌握量子力学的实质内容.书中每一道题都给出了详尽的答案,有些还提供了有关的参考文献以开拓思路.

本书可以作为综合大学、师范院校和师范专科学校学生学习量子力学课程的辅助读物,也可供有关教师在教学中参考使用.

本书初稿由王家庆编写,二稿由雷世曾执笔,经二人讨论后定稿,全书由喀兴林审校.

量子力学思考题集

王家庆 雷世曾 编

喀兴林 校

*

高等教育出版社出版

新华书店总店科技发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 11.75 字数 280 000

1993 年 10 月第 1 版 1993 年 10 月第 1 次印刷

印数 0 001—1 650

ISBN7-04-004345-9/O·1239

定价 5.45 元

JY11/131/17

序

量子力学是近代物理学两大支柱之一，是描述微观世界运动规律的一门学科。在高等学校，通常是在理论力学、热力学、统计物理和电动力学等经典理论物理课程之后学习量子力学的。由于微观世界的运动规律与宏观世界显现的规律有很大的不同，学习量子力学时要建立许多新的概念，这些新概念与经典概念完全不同，又无生活经验可以借鉴，特别是对刚刚学过经典理论物理课程的学生，经典概念已在头脑中根深蒂固，要在短时间内建立起新的微观世界的各种概念，是一件很不容易的事。

于是，如何正确地理解和掌握这些描述微观世界的新概念，便成了学习量子力学过程中的一个突出的问题。现行量子力学教材中的习题多数是计算题。计算题固然也能对搞清概念和巩固概念起一定的作用，但这些题目的重点往往偏重数学计算。我们在多年讲授量子力学课程中，深感只有计算题还是不够的，还应该多出一些思考题，帮助同学开动脑筋，更好地掌握量子力学中的有关概念。这就是我们编写这本《量子力学思考题集》的原由。

本书的目的就是为初学量子力学的同学提供一批思考题，帮助他们更准确、更深刻地掌握有关概念，学好量子力学。从而使本书成为基本教材之外的一本辅助读物。

要深刻地理解概念，就要反复推敲、反复思考。思考题，顾名思义就是引起思考的题目：或是正面提出问题请你回答；或是提出一个似是而非的问题请你判断；或是提出几种不同答案请你选择。总之，为初学者多开辟一些思路，促使他们多问几个为什么，以提高他们的理解能力、鉴别能力和判断能力，达到更好地学习量子力学的目的。

我们对每一道思考题都给出了参考答案，有些题的答案中还给出了一些说明或指出了思路。为了使你拿到题目之后要自己多想一想，答案并不是直接附在题后，而是要多翻几页才能找到。

本书中的大部分题目都在教材范围之内。但也有一部分题目超出了教材的范围，介绍了一些新的概念。这样做的目的仍是帮助初学者更深入、更全面地掌握教材范围之内的概念。

本书一般不包括单纯的计算题。但是，理论物理是离不开数学公式的，许多概念问题就隐藏在公式中，本书题目中出现的数学计算都是很简单的，其目的仍是为了深入地搞清某一概念。

尽管量子力学中的各种具体规律以及各种概念之间的关系早已为人们所公认并为无数实验现象所证实，然而对于某些规律的理解，对于某些概念的解释，却一直未取得一致的看法，特别是对于量子力学的若干基本问题仍有着相当不同的观点存在。由于这些根本问题不是初等量子力学的重点，也不宜于在初学时展开讨论，本书尽量不去涉及这类问题。尽管如此，我们在某些问题的分析中，仍难免会流露出倾向性，偏向于某一种观点而怠慢了另一种观点。这种情况并不很多，既然目前还没有公认的一致看法，这些问题应该怎样理解是完全可以讨论的。

本书是王家庆、雷世曾二人共同编写的。第一稿由王家庆编写，第二稿经充分讨论后由雷世曾执笔，经二人共同定稿的，全书由喀兴林担任审校工作。由于水平所限，题目的编选可能不尽恰当，题目的解答也可能有不深刻、不全面、不妥当甚至错误之处，我们诚恳地希望各界读者给予指正。

编 者

1992年12月1日

目 录

思考题	1
第一章 黑体辐射, 光的波粒二象性	1
第二章 微观粒子的波粒二象性	8
第三章 波函数 态叠加原理 波动方程	11
第四章 力学量与算符	19
第五章 定态解	27
第六章 不确定关系	34
第七章 绘景和表象	37
第八章 角动量 自旋	43
第九章 全同粒子	53
第十章 定态微扰与量子跃迁	58
第十一章 散射理论	61
第十二章 原子与分子	65
第十三章 对称性与守恒定律	71
解答	77
第一章	77
第二章	93
第三章	102
第四章	134
第五章	167
第六章	187
第七章	194

第八章.....	220
第九章.....	270
第十章.....	294
第十一章.....	307
第十二章.....	336
第十三章.....	361

思 考 题

第一章 黑体辐射, 光的波粒二象性

1. 什么叫黑体?

(1) 黑颜色的物体.

(2) 完全吸收任何波长的外来辐射而无反射的物体.

(3) 完全吸收任何波长的外来辐射而无任何辐射的物体.

(4) 吸收比为 1 的物体.

(5) 在任何温度下, 对入射的任何波长的辐射全部吸收的物体.

以上哪个说法是正确的?

2. (1) 与热辐射有关的物理量: 辐射出射度、辐射体亮度、吸收比、比辐射率(发射率, emissivity)是如何定义的? 试给出它们间及与辐射能密度间的基本关系.

(2) 下面列出常见的几种书中^①, 使用的有关热辐射的主要名

① [1] 王竹溪,《热力学》,1955年,高等教育出版社;《热力学简程》,1964年,人民教育出版社.

[2] C. 福里斯等,吉林大学译,《普通物理学》第三卷第一分册,1955年,高等教育出版社.

[3] F. C. 兰斯别尔格,杨葭荪等译,《光学》下册,1957年,高等教育出版社.

[4] 母国光等,《光学》,1979年,人民教育出版社.

[5] 程守洵等,《普通物理学》(第三版),1979年,人民教育出版社.

[6] 史包尔斯基,周同庆等译,《原子物理学》第一卷,1954年,高等教育出版社.

[7] E. 赫克特, A. 赞斯, 詹达三等译,《光学》下册,1981年,人民教育出版社.

词。请按(1)中出现的物理量,把物理上的同义词归类。

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| ① (总)发射(辐射)本领 E | ② 光谱面发光度 |
| ③ 面辐射强度 | ④ 辐射率 $r_{\lambda \cdot T}$ |
| ⑤ 单色发射本领 | ⑥ 总辐射率 R |
| ⑦ (能量)面发光度 | ⑧ 辐射本领 r_{λ} |
| ⑨ 表面亮度 B | ⑩ 能量亮度 |
| ⑪ 出射度(exitance) | ⑫ 总辐射通量密度 |
| ⑬ 光谱出射度 | ⑭ (单色)吸收本领 $d_{\lambda \cdot T}$ |
| ⑮ 光谱通量密度 | ⑯ 光谱能量密度 u_{ν} |
| ⑰ 总辐射度 | ⑱ 单色辐射亮度 b_{ν} |
| ⑲ 吸收率 | ⑳ 单色辐射度 |
| ㉑ 总能量密度 ρ | ㉒ 光谱辐射亮度 $b_{\nu \cdot T}$ |
| ㉓ 吸收因数 α_{λ} | ㉔ 辐射能密度 u |
| ㉕ 能量密度 ρ_{ν} | ㉖ 吸收比 |

3. 分别写出以单色辐射能密度 u_{ν} , u_{ν} , u_{λ} ; 单色辐出度 $r_{\lambda \cdot T}$, $r_{\nu \cdot T}$ 及辐射体单色亮度 b_{ν} , b_{λ} 表出的普朗克黑体辐射公式。讨论这些分布曲线间,哪些形状相同?哪些不同?

4. 黑体辐射公式

$$b_{\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \text{ 及 } u_{\nu} = \frac{4\pi}{c} b_{\nu} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

是偏振辐射?还是非偏振辐射的公式?

有些书中,如本章第2题注中[1]及[6],首先由偏振辐射 $u_{\nu} = \frac{4\pi}{c} b_{\nu}$ 得出相应的 $u = \frac{4\pi}{c} B$ 。进一步对非偏振辐射,考虑到两个独立的偏振方向,则 $u_{\nu} = \frac{8\pi}{c} b_{\nu}$ 。此时,是否相应应有 $u = \frac{8\pi}{c} B$?

5. 维恩位移定律 $\lambda_{-T} = b$ 是从普朗克公式 u_{λ} 出发,由 $\frac{du_{\lambda}}{d\lambda} = 0$ 求出的。

如果从 u_ν 出发, 由 $\frac{du_\nu}{d\nu} = 0$ 求出使 u_ν 为极大的 ν_m , 再由 $\lambda = \frac{c}{\nu}$

换算出 λ 与 T 的关系, 与前者是否一致? 为什么?

6. 黑体的最大单色辐出度 r_{λ_m} 与温度 T 多少次方成正比?

7. 应用维恩位移定律可估算太阳表面温度, 为什么可以把太阳视为黑体呢?

8. 试估算太阳质量由于热辐射而耗损 1% 所经历的时间(太阳半径 $R = 7.0 \times 10^8$ m, 质量 $M = 2 \times 10^{30}$ kg, $\lambda_m = 0.48$ μ m).

9. 对吸收比与波长无关的非黑体——灰体, 辐出度 R 与温度的关系如何?

10. (1) 带有小孔的几乎封闭的空腔作为黑体时腔壁是否一定由黑体构成?

(2) 腔的线度为 D , 腔壁由反射系数 $k = 0.4$ 的粗糙面构成, 与 D 相比小孔应小到什么程度才能把此空腔视为黑体(准确度到 0.1%)

11. 有完全反射的两空腔, 具有相同直径为 a 的小孔, 两腔的位置使两孔正相对, 相距为 l . 空腔 1 中维持着恒温 T_1 . 问: 空腔 2 中, 稳态温度 $T_2 = ?$

12. 有关热辐射的论述中, 由于对“吸收”与“发射”有惯用的两种不同定义, 因而“发射本领”、“吸收比”等往往因在不同意义下使用而引起混淆.

(1) 在不同定义中, “吸收”, “发射”的含义是什么? 每种定义的特点是什么?

(2) 同一问题, 从不同定义出发, 由理论预期的实验结果是否一致?

(3) 由于两种定义的存在, 什么情况下最易引起混淆?

13. 在 L 系(实验室参考系) 讨论光子被静止自由电子的弹

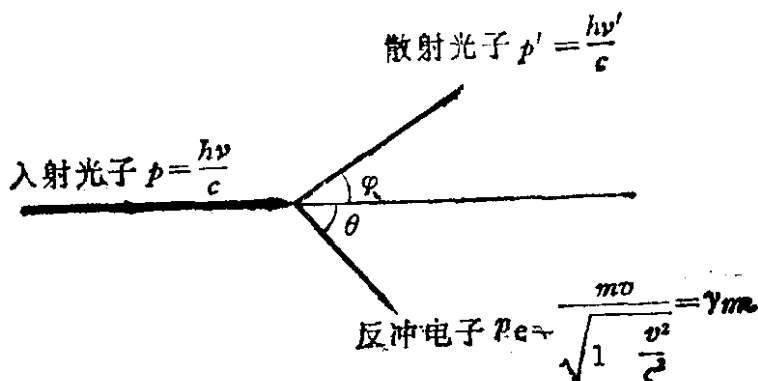


图 1

性散射,如图 1.

(1) 应用相对论能量动量守恒,可得到几个联立方程?方程中含多少变量?

(2) 写出两组参量(一组含动量 p, p_e, p' ; 一组含频率 ν, ν')下的联立方程.

(3) 在联立方程中消去只与电子有关的参量 v 与 θ , 将得到什么结果?

(4) 方程中消去速度 v 与频率 ν' , 得到什么结果?

(5) 方程中消去散射角 φ , 得到什么结果?

(6) 在方程中消去频率 ν 与 ν' , 求出: 散射光子的 p' 与反冲电子的速度 v 间夹角 $\phi = \theta + \varphi$ 与 θ 的关系.

14. 康普顿效应中,反冲电子的动能 E_k 与入射光子能量 $E = h\nu$ 间的关系如何?在什么情况下,电子只吸收很小的能量?反冲电子运动方向有什么特点?

15. 在M系(质心系)讨论康普顿散射,求出入射与散射量间的关系.并画出动量矢量图.

16. 证明:对R系(反冲电子为静止)康普顿散射相当于反射.

(1) 利用上题在M系讨论康普顿散射的结果作定性论证.

(2) 利用本章第3题对L系的结果.作定量计算.

17. 如以粒子的散射代替康普顿效应中的光子散射, 上题的结论是否仍成立?

18. 康普顿效应中入射光子的能量只有部分被电子吸收, 这是否意味着光子在相互作用过程中是可分的?

19. 可以观察到可见光的康普顿效应吗? 光电效应对入射光有截止频率的限制, 康普顿效应对入射光有没有类似限制?

20. 试还几种在原子物理范围内从实验上测定普朗克常数 h 数值的方法, 比较哪种方法最准确?

21. 光电效应中, 对入射光有截止频率(红限)的限制是否必需? 因为当一个电子同时吸收两个或几个频率低于截止频率的光子或电子可积累多次吸收光子的能量, 则在任何频率光入射时都能形成光电流.

22. 光电效应中, 是否每个入射光子都能释放出一个电子? 功率为 P , 频率为 ν 的入射光, 每秒入射光子数 $N = \frac{P}{h\nu}$, 如释放出电子数(即有效光子数)为 n , 定义: 量子效率 $\eta = \frac{n}{N}$.

如何从实验中求出量子效率 η ? $\eta = 1$? $\eta < 1$?

23. 以波长 $\lambda = 0.3 \times 10^{-6} \text{ m}$ 的光照射一光电管, 使工作于产生饱和光电流状态. 已知, 此光电管的光谱灵敏度 $J = 4.8 \text{ mA/W}$.

求, 一个入射光子所产生光电子的数目, 即量子效率 $\eta = ?$

24. 什么实验事实说明: 单色入射光产生的光电子初速度是不一致的? 电子按速度分布曲线是否可由实验求出? 这个速度分布是连续的还是离散的, 产生速度分布的原因是什么?

25. 既然光电子初速度呈某种分布, 爱因斯坦方程 $h\nu = \frac{mv^2}{2} + \phi$ 式中出现的电子速度 v 指的是哪个速度? 为什么方程习惯上用最大速度 v_m 表出? 它与用任意速度 v 表出有什么不同?

26. 光电管的发射极(阴极)与接收极(阳极)为什么用两种不

同金属构成？阴极材料给定后，是否用其他任何金属作阳极都可以？

27. 实验中实测到的光电流特性曲线与教科书中给出的典型的特性曲线不同，如图 2，产生差别的主要原因是什么？

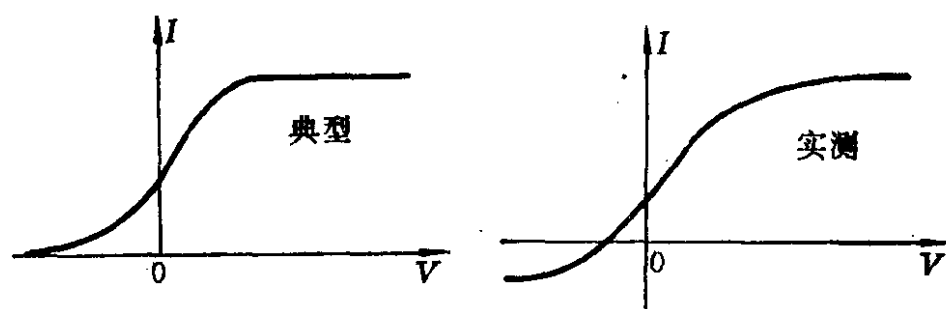


图 2

28. 光电效应实验装置中，当光电流为零时，电压表读数为 V_0 ，通常称此 V_0 为遏止电势，它与光电子最大动能的关系是否为 $eV_0 = \frac{1}{2}mv_m^2$ ？称为遏止电势的 v_0 是否是真正遏止电势？

29. 图 3 中给出典型的光电流特性曲线，从曲线上如何确定惯用的遏止电势 V_0 、阴阳极间接触电势差 V_c 以及真正的遏止电势 V_0 ，并画出 $V_c = 0$ 时的伏安特性曲线。

30. 通常认为：光电管发射极的功函数 ϕ ，可由 eV_0 与 ν 的直线关系 $eV_0 = h\nu - \phi$ 求出，如图 4，这种说法对否？

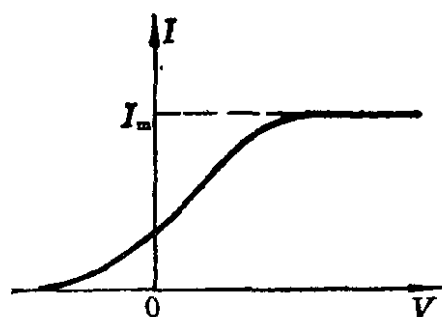


图 3

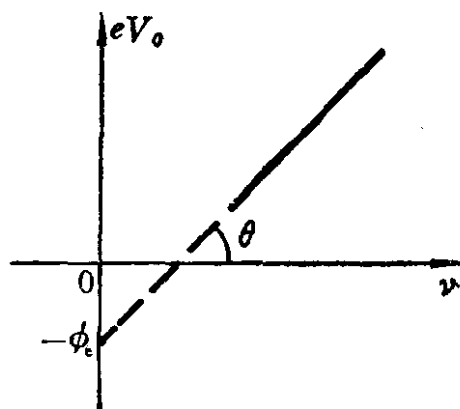


图 4

31. 考虑光电管两极间的接触电势差 V_c , 将对 $eV_0-\nu$ 曲线有什么影响? 是否影响了密立根实验的结果?

32. 密立根验证爱因斯坦方程的实验, 实质上是由 $eV_0-\nu$ 直线的斜率求 h . 对给定光电管只要改变入射光频率 ν , 由电压表测出相应的遏止电势 V_0 就可以了. 但这个实验使密立根用了 10 年的时间才完成. 问题关键在哪里? 实测中如何正确确定遏止电势 V_0 ?

33. 截止频率(红限) $\nu_0 = \frac{\phi_e}{h}$ 及其测定是否与存在接触电势差有关?

34. 密立根当年研究以金属 e 作阴极、金属 c 作阳极的光电效应时, 为了作出 $eV-\nu$ 直线(这里 $V = V_0(e) + V_{ce}$, 其中 $V_0(e)$ 为光电流为零时电压表测值, V_{ce} 为 c、e 两极间接触电势差), 他选金属 e、c、b, 使截止频率 $\nu_0(b) < \nu_0(e) < \nu_0(c)$, 由研究金属 b 的光电效应(分别以 c 及 e 作阳极)即可得出 V_{ce} .

问: V_{ce} 是如何得出的?

35. 康普顿效应中作为散射体的电子是否一定是自由电子? 光子被束缚电子散射时结果如何?

36. 光电效应的爱因斯坦方程, 在什么温度下才准确成立?

第二章 微观粒子的波粒二象性

1. 在德布罗意基本假设中 $\lambda = \frac{h}{p}$, 如何从光学与力学基本概念间存在的深刻的类似性而得到启示?

2. 历史上, 德布罗意如何受狭义相对论的启示得出德布罗意的两个基本关系: $E = \hbar\omega$ 与 $p = \hbar k$?

3. 德布罗意波在电子的椭圆轨道上是否能容纳整数个波而形成驻波? 其含意是什么?

4. 为什么粒子的波动性在我们日常观察中不甚明显? 举例说明.

5. 德布罗意关系式是仅用于基本粒子如电子、中子之类还是同样适用于具有内部结构的复合体系?

6. 粒子的德布罗意波长是否可以比其本身线度长或短? 二者之间是否有必然联系?

7. 什么是德布罗意波包? 给出它的一般表达式?

8. 什么是相速? 什么是群速? 什么情况下它们才相等?

9. 德布罗意波的运动如何与粒子运动联系?

(1) 粒子的力学运动速度 v 与平面波相速间有什么关系?

(2) 证明: 德布罗意波包的群速度 v_g 等于粒子的力学速度 v .

10. 已知粒子(静能 $m_0 c^2 \neq 0$) 能量 E , 求德布罗意波长 $\lambda = ?$

(1) 由 $v = \frac{E}{h\nu}$ 代入公式 $\lambda = \frac{c}{\nu}$ 求出 λ .

(2) 由 $E = \frac{p^2}{2m_0}$ (相对论情形时 $E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$) 计算出与

已知 E 对应的动量 p , 再由 $\lambda = \frac{h}{p}$ 求出 λ .

问:哪个正确?

11. 德布罗意波是否有确定的频率? 频率 $\nu = \frac{E}{h}$ 是否可由直接测量而验证? 波长 $\lambda = \frac{h}{p}$ 呢?

12. 讨论以下类似性: 波动力学(量子力学)与经典力学的关系有似于物理光学(波动光学)与几何光学的关系.

13. 关于粒子的波动性, 某种看法认为: 粒子运行轨迹是波动曲线, 或其速度呈波动式变化, 这种看法对不对?

14. 在电子衍射实验中, 单个电子的落点是无规则的. 而大量电子的散落则形成了衍射图样, 这是否意味着单个粒子呈现粒子性, 大量粒子集合才呈现波动性?

15. 有人认为德布罗意波是粒子的疏密波, 如同声波一样? 这种看法对不对?

16. 粒子按轨道运动这个概念的实质是什么?

试直接从德布罗意假设 $\lambda = \frac{h}{p}$ 出发, 论证: 对微观粒子不存在轨道概念.

17. 为什么德布罗意波包在真空中亦会扩散?

18. 按经典观点解释: 波动性、粒子性.

19. 波动性与粒子性是如何统一于同一客体之中的? 物质在运动过程中是如何表现波粒二象性的?

20. “电子是粒子, 又是波”,

“电子不是粒子, 又不是波”,

“电子是粒子, 不是波”^①,

“电子是波, 不是粒子”,

以上哪一种说法是正确的?

① 康帕涅夫,《理论物理》(中译本), 1960年, 高等教育出版社, p. 264.

21. 量子力学创建时, 德布罗意本人对微观粒子波粒二象性中波和粒子的关系是如何认识的? 薛定谔等人呢?

22. 以下说法是否正确?

(1) 量子力学适用于微观体系, 而经典力学适用于宏观体系.

(2) 量子力学适用于 $\hbar$ 不能忽视的体系, 而经典力学适用于 $\hbar$ 可以忽略的体系.

23. $\hbar$ 既为常数, 通常说 $\hbar \rightarrow 0$ 是指什么意思?

24. 量子化是不是量子力学特有效应? 经典物理中是否有量子化现象?