地下水流动问题数值方法

DI XIA SHUI LIU DONG WEN TI SHU ZHI FANG FA

陈崇希 唐仲华 编著

高等学校教材

中国地质大学出版社

高等学校教材

地下水流动问题数值方法

陈崇希　唐仲华　编著

中国地质大学出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了求解地下水流动问题的各种数值方法，重点阐明有限差分法和二维、准三维迦辽金有限元法。考虑到不同层次读者的需求，又介绍了里茨有限元法以及三维流问题解法。另外，对近年来发展起来的边界元方法也作了简单介绍。同时，用较多的篇幅介绍、讨论了数值模型设计及数值法对水文地质勘探要求方面的问题，以缩短数值法理论到实际应用之间的过程。

在每一种方法之后，我们还附有FORTRAN 77语言编写的程序13个以及少量习题，供上机实习之用。

本书为高等学校水文地质专业及有关专业大学生和研究生的教材，也适于从事水文地质、地热、石油等方面研究的工作人员参考。

高等学校教材
地下水流动问题数值方法
陈崇希　唐仲华　编著
责任编辑　邓祥明
责任校对　杨　霖
•
中国地质大学出版社出版
（武汉市　喻家山430074）
湖南省地质测绘印刷厂印刷　湖北省新华书店经销
•
开本 787×1092 1/16　印张 15.5　字数 396千字
1990年6月第1版　1990年6月第1次印刷
印数：1—2000册
ISBN 7-5625-0443-1/P·141
定价：3.20 元

前　言

近10多年来，由于城市建设和工农业生产的迅猛发展而大量地开采地下水，使得一些地区出现地下水资源枯竭、地面沉降、海水入侵和地下水水质恶化等一系列环境水文地质和工程地质问题。如何定量评价上述问题，我们已经学习过地下水动力学。在那里，主要讨论的是渗流理论基础和求解地下水流动问题的解析方法。解析方法是研究地下水流动问题的基本方法，其解的形式通常可用简单明了的解析式（例如地下水不稳定井流的泰斯公式）给出，使得人们能够从解析式看出各种因素以什么形式影响着地下水的流动，从而形成一些有关地下水流动的概念和规律。另外，解析式的计算一般比较简便，而且是精确解。正是这些优点，使得解析法成为地下水动力学的基本方法。但是，解析法只能用于水文地质条件比较简单的情况，例如含水层是均质的，边界是简单的几何形状等等。因此，使得解析法的应用受到一定的限制。为了解决实际生产问题中出现的复杂水文地质条件下的地下水定量问题，目前最有力的手段之一就是数值方法。近年来，地下水定量计算的数值方法已成为地下水动力学的重要组成部分。

80年代初，我国出版了几本有关地下水流动问题数值方法的专著，它们对推广数值方法在水文地质中的应用起到了积极的作用。然而，至今还缺少一本适用于高等学校教学需要的教材。基于此，笔者以10多年来该课程的讲稿为基础，经修改、补充，并结合我们从事这方面工作的成果与体会，编写成这本《地下水流动问题数值方法》。

本书把重点放在有限差分法和二维、准三维迦辽金有限元法上。这是由于目前生产实际问题大多可用二维或准三维模型模拟，以及基于变分原理的里茨有限元法与基于加权剩余法的迦辽金有限元法所建立的代数方程组是相同的，而后者比前者更容易理解、推导和具普遍性。因此，就解决生产实际问题来说，一般情况只要学习到二维、准三维迦辽金法就可以了。然而考虑到不同层次读者的需要，本书又介绍了里茨有限元法以及三维流问题解法。另外，本书对近年来发展起来的边界元方法也作了简单介绍，使感兴趣的读者有个初步了解。

本书的另一个特点，是避开地下水稳定流动问题，而直接对地下水不稳定流动问题建立有关方程及编制程序，这是由于生产实际问题大多属于不稳定流动。为使这类问题有个完整的、系统的推导，我们不采用一般文献中先叙述稳定流，再进而讨论不稳定流的编写方法，这样可避免两个推导过程过多的重复，或导致最常用的不稳定流动问题的阐述不够完整之弊病。对于地下水稳定流动问题，只要令其中的$\frac{\partial H}{\partial t}=0$，整个推导过程及计算机程序基本上都有效。

本书另一特点，是用较多的篇幅来介绍、讨论数值模型设计及数值法对水文地质勘探要求方面的问题。从初学数值法理论到实际应用，中间还有一个过程，这部分内容的详细介绍、讨论，将会缩短这个过程。

书中所介绍的各种方法，具相对的独立性，以便不同层次的读者可以相对独立地选取有关章节阅读。在每一种方法之后，附有FORTRAN 77语言编写的程序10多个，供上机实习之用（另附部分计算结果，可供读者核对）。为了加强理论联系实际的教学环节，在相应部分还附有少量的习题。

在编写本书的过程中，除了参考有关公开出版和发表的文献外，还利用了兄弟单位提供的许多宝贵资料；张蔚榛教授和周有武教授在百忙之中对本书进行了细致的审阅，并提出了许多宝贵意见；在程序调试过程中，方淑镇、舒本援同志做了许多工作，特此一并表示深切的谢意。

限于笔者的水平，书中可能存在不少不妥与错误之处，恳请读者批评指正。

编著者

1989年10月于中国地质大学（武汉）

目　录

第一章　地下水流动定解问题概述

§1.1　地下水流动微分方程

我们假定读者已具备渗流理论基础知识。下面根据达西定律和水均衡原理建立潜水和承压水二维不稳定流动的微分方程。至于稳定流动问题可视为其特例来处理。

一、潜水二维不稳定流动微分方程

设渗流区为D，取xoy平面为水平坐标面，z坐标为渗流场中空间位置高度（图1-1）。对于一般潜水流动而言，铅垂线并非等水头线（图1-2），因此严格地来说，其流动应该是

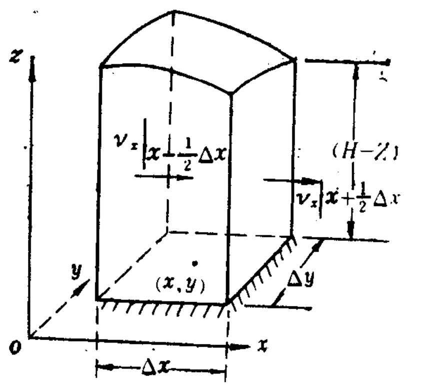

图1-1　潜水含水层典型均衡区示意图

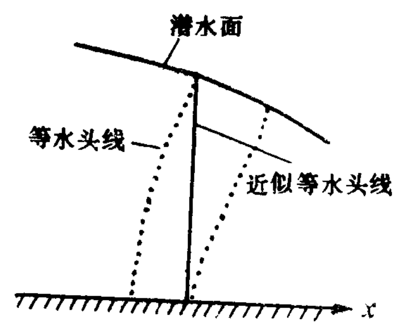

图1-2　潜水含水层等水头线（虚线）近似为铅垂线（实线）示意图

三维的（即沿z方向的速度分量不为零）。考虑到自然界地下水流动大多满足裘布依（J. Dupuit）假定——任何铅垂线上各点的水头值几乎相等，即任何铅垂线上各点的水力坡度水平分量几乎相等。正是这一假定使我们能将实质上的三维流动问题简化为二维问题来研究。下面就在裘布依假定条件下，根据水均衡原理和达西定律建立潜水二维流动微分方程。

在渗流场内划出一块含水层作为均衡区（图1-1）。它的上界面为潜水面，下界面为隔水底板的顶面，四周分别是二组相距为Δx和Δy的垂直断面。这一小均衡区在水平面上的投影区域为$\Delta x\Delta y$。流入流出项包括四个侧面的水平流动和顶面的垂直流动（降雨入渗补给和蒸发排泄等）。

设v_x和v_y分别表示x方向和y方向的渗透流速，H为潜水面标高，Z是隔水底板顶面标高。当裘布依假定满足时，则在Δt时段内，沿x方向流入的水量为

$$v_x(H-Z)\big|_{x-\frac{1}{2}\Delta x}\Delta y\Delta t$$

而x方向流出的水量为

$$v_x(H-Z)\big|_{x+\frac{1}{2}\Delta x}\Delta y\Delta t$$

因此，Δt时段内沿x方向流入与流出的水量之差为

$$\left[v_x(H-Z)\big|_{x-\frac{1}{2}\Delta x}-v_x(H-Z)\big|_{x+\frac{1}{2}x\Delta}\right]\Delta y\Delta t$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x}\Big(v_x(H-Z)\Big)\Big|_\xi \Delta x\Delta y\Delta t$$

同理可得，沿y方向在Δt时段内流入与流出的水量之差为

$$-\frac{\partial}{\partial y}\Big(v_y(H-Z)\Big)\Big|_\eta \Delta x\Delta y\Delta t$$

如果令ε为垂向补给强度，即单位时间单位面积上的垂向补给量（补给时为正、排泄为负），则Δt时段内垂向补给均衡区的水量为

$$\varepsilon\Delta x\Delta y\Delta t$$

于是我们得到Δt时段小均衡区内的净流入水量为

$$\left[-\frac{\partial}{\partial x}\Big(v_x(H-Z)\Big)\Big|_\xi-\frac{\partial}{\partial y}\Big(v_y(H-Z)\Big)\Big|_\eta+\varepsilon\right]\Delta x\Delta y\Delta t$$

该量必然引起均衡区内储存量的增减，它反映在潜水位H的变化上。

设$H(x,y,t)$为渗流区点(x,y)处t时刻的水头值，因此从t到$t+\Delta t$时刻 水头变化值为

$$H(x,y,t+\Delta t)-H(x,y,\Delta t)=\frac{\partial H}{\partial t}\Big|_t\Delta t$$

当水头改变$\frac{\partial H}{\partial t}\Delta t$时，小均衡区内所需储存（或释放——当$\frac{\partial H}{\partial t}<0$时）的水量为①

$$\mu_d\frac{\partial H}{\partial t}\Delta x\Delta y\Delta t$$

其中μ_d为潜水层的（重力）给水度。这里忽略了一般情况下比重力储存（或释放）的水量小得多的弹性储存（或释放）的水量$\mu_e\frac{\partial H}{\partial t}\Delta x\Delta y\Delta t$。于是，由水均衡原理得

$$\left[-\frac{\partial}{\partial x}\Big(v_x(H-Z)\Big)\Big|_\xi-\frac{\partial}{\partial y}\Big(v_y(H-Z)\Big)\Big|_\eta+\varepsilon\right]\Delta x\Delta y\Delta t$$
$$=\mu_d\frac{\partial H}{\partial t}\Big|_t\Delta x\Delta y\Delta t$$

两边除$\Delta x\Delta y\Delta t$，并令$\Delta x\to0$，$\Delta y\to0$，$\Delta t\to0$，得

$$-\frac{\partial}{\partial x}\Big(v_x(H-Z)\Big)-\frac{\partial}{\partial y}\Big(v_y(H-Z)\Big)+\varepsilon=\mu_d\frac{\partial H}{\partial t} \qquad (1\text{-}1)$$

此式即潜水二维不稳定流动的连续性方程。对于各向异性含水层，若x、y坐标与主渗透系数方向一致，且裘布依假定成立，渗流遵守达西定律时，有

$$v_x=-K_{xx}\frac{\partial H}{\partial x},\qquad v_y=-K_{yy}\frac{\partial H}{\partial y} \qquad (1\text{-}2)$$

将（1-2）式代入（1-1）式得

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}(H-Z)\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}(H-Z)\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=\mu_d\frac{\partial H}{\partial t} \qquad (1\text{-}3)$$

① 这里假定：水位（头）下降引起地下水从储存量中的释放是瞬时完成的。

其中K_{xx}、K_{yy}分别表示各向异性介质的主渗透系数。这就是著名的布西涅斯克（J. Boussinesq）方程（1904），即二维潜水不稳定流动微分方程。若隔水底板顶面水平，且水头函数$H(x, y, t)$的基准面取在隔水底板顶面处，则（1-3）式可写成

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}H\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}H\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=\mu_d\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1-4}$$

若含水层介质为均质、各向同性，则（1-3）和（1-4）可简写为

$$K\frac{\partial}{\partial x}\left((H-Z)\frac{\partial H}{\partial x}\right)+K\frac{\partial}{\partial y}\left((H-Z)\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=\mu_d\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1-3$'$}$$

和

$$K\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial H}{\partial x}\right)+K\frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=\mu_d\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1-4$'$}$$

其中，$K=K_{xx}=K_{yy}$

上述方程是以潜水流动为对象推导出来的。而在实际水文地质工作中，由于开采疏干等原因，承压含水层可能出现水头值低于隔水顶板底面的情形，即出现无压状态。在这种情况下，其流动规律也是由方程（1-3）、（1-4）来描述的。因此，我们常把（1-3）、（1-4）式称为无压水流动微分方程。

二、承压水二维不稳定流动微分方程

设有一承压含水层，其隔水顶板底面和隔水底板顶面的倾角不大，因此可近似作为二维流动问题考虑。在含水层中划出一个以dx、dy为底面边长的含水层柱体(柱体高度为含水层厚度M)，见图1-3。仿照上段的方法可以得到dt时段内净流入含水层柱体的水量为

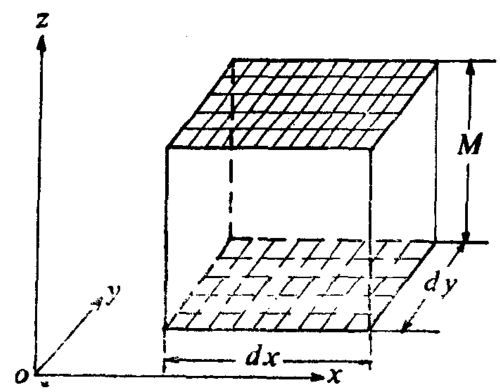

图1-3　承压含水层典型均衡区

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}M\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}M\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon\right]dxdydt \tag{1-5}$$

其中M为含水层厚度；K_{xx}、K_{yy}分别为各向异性介质的主渗透系数；ε为垂向补给强度（如越流等）。

根据水均衡原理：在dt时段内，含水层柱体净流入的水量应等于dt时段内含水层柱体内储存水量的增量，即

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}M\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}M\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon\right]dxdydt=\mu_e\frac{\partial H}{\partial t}dxdydt$$

两边除以$dxdydt$，得

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}M\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}M\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=\mu_e\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1-6}$$

其中μ_e表示单位水平面积含水层柱体（柱体的高为含水层厚度M）当水头下降（或上升）一个单位时所释放（或储存）的水量。

（1-6）式就是承压水二维流动微分方程。它适用于非均质、各向异性、不等厚的承压含水层。若含水层是均质、各向同性、等厚的，这时$K_{xx}=K_{yy}=K$，于是（1-6）可写成

$$T\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right)+\varepsilon=\mu_e\frac{\partial H}{\partial t} \tag{1-7}$$

其中$T=KM$为导水系数。

由上述推导可以看出，承压含水层地下水流动微分方程是线性方程，过水断面Mdy（或Mdx）与水头H无关。而无压含水层地下水流动微分方程（1-3）和（1-4）是非线性偏微分方程，方程中的水头H有两种作用，一是描述水力坡度$\left(\frac{\partial H}{\partial x}\text{或}\frac{\partial H}{\partial y}\right)$，另一是描述过水断面的潜水面高度（$H-Z$）。对于非线性偏微分方程，求解比较困难。为了便于求解，通常将其变换为近似的线性方程。这一点我们将在下章讨论。

三、地下水稳定流动微分方程

前面两段我们分别讨论了潜水和承压水非稳定流动的微分方程。作为它们的特例，当水头不随时间变化，即$\frac{\partial H}{\partial t}=0$时，地下水为稳定流动。此时水头函数$H$只是空间坐标（$x$，$y$）的函数，而与时间$t$无关。于是（1-3）式和（1-6）式就变成

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}(H-Z)\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}(H-Z)\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=0 \tag{1-8}$$

和

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}M\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}M\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\varepsilon=0 \tag{1-9}$$

方程（1-8）和（1-9）分别称为无压含水层和承压含水层地下水稳定流动微分方程。然而要注意的是，不要以为微分方程右端项为零者，均属于稳定流动，因为当取$\mu_e=0$时（坝下渗流计算往往如此处理，假定水和多孔介质不可压缩）微分方程右端也为零，但它完全可以刻画地下水不稳定流动的动态——那是由于边界条件的变化所引起（例如库水水位的升降）。

§1.2 定解条件及定解问题

上一节中所导出的潜水和承压水不稳定流的微分方程，没有涉及到地下水流动的初始状态和边界动态。它是根据达西定律和水均衡原理所建立起来的。也就是说，地下水在含水层中的流动，不论地下水初始时刻的状态如何以及边界上的动态怎样，只要其运动符合达西定律及水均衡原理，那么水头H的时空分布就满足上节所导出的基本微分方程，所以地下水不稳定流动的微分方程反映的是地下水流动的一般规律。实践和理论表明，对于一个含水层，其水头H的时空分布不仅与含水层的导水系数和给水度有关，而且依赖于渗流区边界上的情况（边界条件）和渗流区内各点初始时刻的水头分布情况（初始条件）。因此，仅有微分方程是不能描述含水层内水头分布具体规律的，还必须考虑含水层的边界条件和初始条件。对于一个具体的含水层，正是其边界条件和初始条件刻划了这一含水层的特殊性。基于这种考虑，我们完全可以说，在水文地质计算中，正确地确定渗流区的边界条件和初始条件是最重要的环节之一。下面具体讨论渗流区边界条件和初始条件的表示方法。

一、边 界 条 件

边界条件是指渗流区边界上水力特征的条件，即边界上的水头分布和变化情况或边界上流入（或流出）含水层的水量分布和变化情况。主要有两类：

1. 第一类边界条件

这是已知边界上的水头分布规律的边界条件。如果在边界B_1上的点（x，y）处t时刻的水头值为$\varphi(x, y, t)$，则第一类边界条件可表示为

$$H|_{B_1}=\varphi(x, y, t) \qquad (x, y)\in B_1 \tag{1-10}$$

其中$\varphi(x, y, t)$为B_1上的已知函数；B_1为D的第一类边界。

这类边界最常见的是渗流区与地表水体（如河流、湖泊、海洋等）相接触，与地表水体存在着水力联系的渗流区边界线（面）。这时地表水体的水边线（或面）就可作为渗流区D的边界，其水头值的变化规律就可作为这类的边界条件。在（1-10）式中，若$\varphi(x、y、t)$不随时间t变化，则它描述的就是通常所说的定水头边界条件。

2. 第二类边界条件

这是已知边界上单位宽度流量q随时间变化规律的边界条件。可表示为

$$T\frac{\partial H}{\partial n}\bigg|_{B_2}=q(x, y, t) \qquad (x, y)\in B_2 \tag{1-11}$$

其中n表示边界B_2上某点（x，y）处的外法线方向；B_2为D的第二类边界。

例如，已知流量为Q的承压含水层中完整抽水井，它的井壁就可作为这类边界。其边界条件可表示为

$$T\frac{\partial H}{\partial n}\bigg|_{B_w}=-\frac{Q}{2\pi r_w}$$

其中n代表含水层井壁上的法线方向，指向井心；r_w为井半径；Q为抽水井流量（取正值）。

在（1-11）式中，若$q=0$则它表示零流量边界。一般有两种情形：一是隔水边界，二是地下水分水岭的界面。

在地下水流动问题中主要有两类边界条件。对于一个渗流区而言，很可能有一部分边界上的水头是已知的，它适合于用第一类边界条件来描述；另一部分边界上是已知流量，适合于用第二类边界条件来描述。因此，在确定边界条件时，应根据水文地质条件以及现有的资料来综合考虑。

二、初 始 条 件

描述初始时刻（$t=0$）渗流区D内各点（x，y）处的水头分布情况的条件，称初始条件。如设某个时刻（通常取该时刻为$t=0$）渗流区D内各点的水头值为$H_0(x, y)$，则初始条件可写成

$$H|_{t=0}=H_0(x, y) \qquad (x, y)\in D$$

从原则上讲，初始时刻是可以任意取定的，只要那个时刻的水头分布为已知。因此，我们不应该把初始条件理解为含水层的原始状态，即没有开采以前的状态。具体如何取，应该视问题的需要、资料来源、计算方便与否等因素而定。例如作抽水试验时，就可取开泵时刻为初始时刻，此时渗流区D内的水头分布值即可作为初始值；也可取停泵时刻作为初始时

刻；以便研究水位恢复规律。所以，我们要根据不同情况灵活运用。

三、描述地下水流动的定解问题

地下水流动微分方程和其渗流区的定解条件构成的问题称为地下水流动定解问题。对于非稳定流动，其定解条件应包括边界条件和初始条件，这类问题也称为混合问题。对于稳定流动，其定解条件只有边界条件，没有初始条件，称这类问题为边值问题。有关详细内容留待以后各章叙述。

第二章 有限差分法

§2.1 有限差分法的基本思想

有限差分法是一种古典的数值计算方法。随着电子计算机的产生与发展，它已广泛地应用于地下水流动问题的计算中。其基本思想是：用渗流区内有限个离散点的集合代替连续的渗流区，在这些离散点上用差商近似地代替微商，将微分方程及其定解条件化为以未知函数在离散点上的近似值为未知量的代数方程（称之为差分方程），然后求解差分方程，从而得到微分方程的解在离散点上的近似值。用差分法求解地下水流动问题，其步骤大体如下：

（1）剖分渗流区，确定离散点　即把所研究的渗流区域按某种几何形状（如矩形、任意多边形等）分割成如图（2-1）所示的网格系统。因此，该法也称为网格法。研究区的边

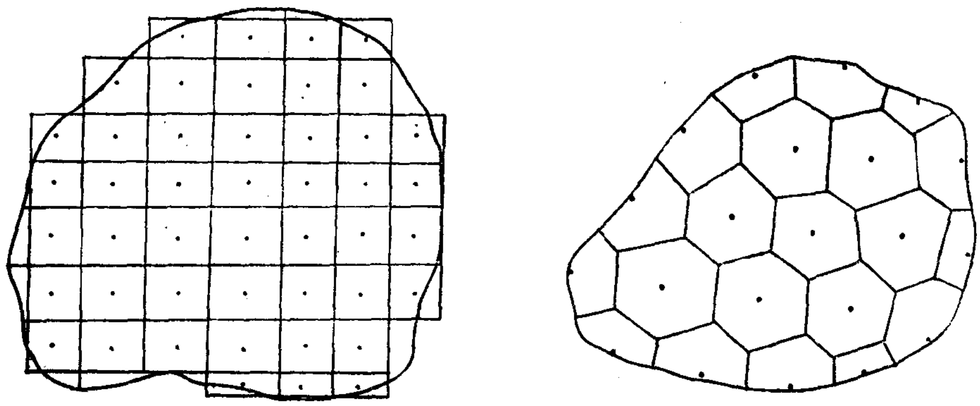

图2-1　均衡网格剖分图

A—矩形网格　B—任意多边形网格

界可以用最接近它的格线近似表示。当网格划分得足够小时，曲折的格线也能够很好地刻画出边界的形状（正象十字针法也能够刺绣出形态逼真的动物和花朵一样）。研究区内部含水层的非均质分区界线等，也可用最接近的格线近似表示。对于矩形网格，x方向上的格距 Δx 和y方向上的格距Δy通常称为空间步长。将区域剖分后，就可确定离散点。所谓数值法求解地下水流动问题，实质上就是计算渗流区中预先设计的有限个点——离散点处的待求量，例如水头值等。关于离散点的确定通常有两种方法：①将离散点置于每个网格的中心处（图2-1），这种离散点通常称为格点。在这种情况下，每个网格都相当于一个均衡区，因此我们称这类网格为均衡（区）网格。②将离散点置于网格的交点上（图2-2）。这种离散点通常称为结点或节点，这类网格可称为结点网格。结点网格本身并非均衡区，结点（i，j）的均衡区是由与点（i，j）相邻结点连线的垂直平分线围成的区域（图2-2B的虚线所围区域）。采用这种网格系统时，研究区的边界一般逼近结点。在网格划分时，通常要求在同一网格内含水层是均质的。对于矩形网格，如果一个结点的所有四个相邻的结点都属于$D+B$（B为D的边界），那么称此结点为内（部）结点（图2-2A中以“•”表示的结点）。如果一个结点的四个相邻结点中至少有一个不属于$D+B$时，则称此结点为边界结点（图2-2A中以

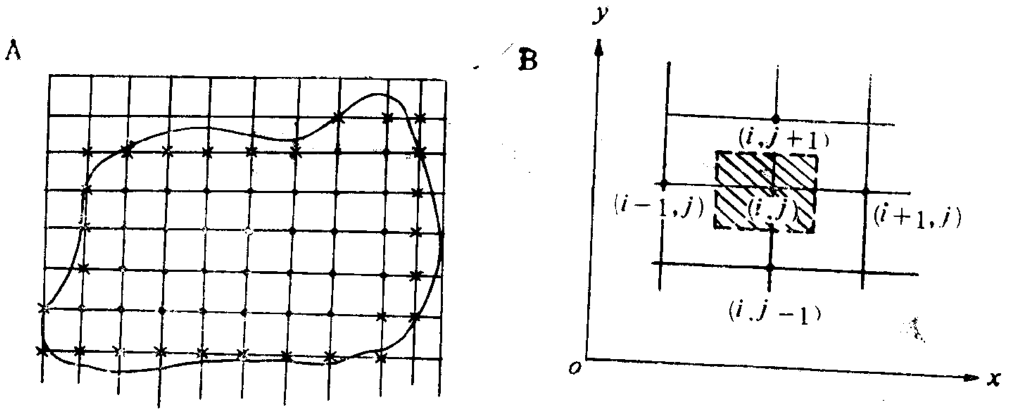

图2-2　结点网格剖分示意图

A—结点网格系统　B—典型结点网格及均衡区

“×”表示的结点）。

上述对区域进行剖分并确定离散点，通常称为空间离散化。用数值法求解地下水不稳定流动问题时，还要对时间进行离散化，即将连续的时间分割成相等或不相等的时段 Δt_n，通常称 Δt_n 为时间步长，并记为 $t_n=\Delta t_1+\Delta t_2+\cdots+\Delta t_{n-1}+\Delta t_n$（$n=1, 2, \cdots, M$）；称时刻 $t_1, t_2, \cdots, t_M$ 为时阶、时间层或时间水平。我们将时间离散点和空间离散点联合组成的网格称为时空网格（如图2-3所示）。这是一维不稳定流动问题的时空网格。有限差分法求解地下水不稳定流动问题就是要计算出时空网格上各离散点处的水头值，或是在不同时间层各空间离散点的水头值。

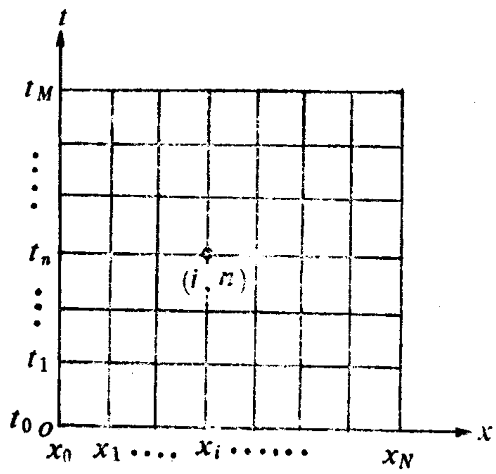

图2-3　一维不稳定流动问题的时空网格

(2)建立地下水流动问题的差分方程组

根据建立差分方程的途径不同，可分两种方法。一种是先根据达西定律和水均衡原理，按第一章的论述，建立描述地下水流动问题的定解问题，然后用差商代替微商（导数），从而将定解问题的求解转化为差分方程的求解；另一种方法是根据达西定律和水均衡原理直接对格点或结点的均衡区，建立有限差分形式的水均衡方程，而不涉及微分方程定解问题。这两种方法各有优缺点。前者容易估计误差，而后者物理意义较明确。对于同一个问题而言，相对于同一种时空网格，按上述两种方法建立的差分方程组实质上是相同的。因此，从这个角度而言，我们应该根据具体问题的需要，并视计算的方便与否，来选择合适的方法建立差分方程。

（3）求解代数（差分）方程组。

§2.2　导数的有限差分近似表示

有限差分法的基本原理是将某点处水头函数的导数用该点和其几个相邻点处的水头值及其间距近似表示。这些点的间距可以相等，也可以不相等，它们分别相当于等格距(均匀)与