

正交设计在混凝土 中的应用

蔡正詠 王足献

中国建筑工业出版社

正交设计在混凝土 中的应用

蔡正詠 王足献

中国建筑工业出版社

本书以水泥混凝土试验研究实例为基础，从数理统计的角度，系统介绍正交设计的基本方法和在混凝土中的应用，主要包括在优选高强硅酸盐水泥熟料矿物组成，优选减水剂的品种及最佳掺量，配制特种混凝土，选择混凝土配合比，研究混凝土性能，优选混凝土的成型，蒸汽养护工艺等试验研究中的应用。

本书可供混凝土材料的试验研究人员和混凝土工程的施工技术人员参考。

正交设计在混凝土中的应用

蔡正泳 王足献

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

开本：787×1092毫米 1/32 印张：7 5/8 字数：170千字

1985年1月第一版 1985年1月第一次印刷

印数：1—9,700册 定价：1.15元

统一书号：15040·4713

前 言

随着我国社会主义建设的发展，混凝土材料的需用量日益增大，特别是新的原材料、新工艺不断出现，混凝土材料试验任务愈来愈多。传统的混凝土材料试验的特点是：因素多，周期长，误差波动大，工作量繁重，试验资料往往杂乱无章，难于分析。实践表明，试验安排得好，试验次数不多，就能得到满意的结果；安排不好，次数既多，结果还不一定满意；试验次数多得不合理，必然浪费大量人力物力，有时由于时间拖长，试验条件的改变，可能得出不正确的结论。

长期以来，对于混凝土材料试验主要是被动地处理试验数据，而对试验的安排几乎不提任何要求，这不仅容易造成盲目地增加试验次数，而且试验还往往不能提供充分可靠的信息，以致在许多多因素试验中达不到预期的目的。正如有的试验工作者说：“这是撒大网，捉小鱼，有时还捉不到鱼。”因此，如何能把试验设计和数据分析紧密结合起来，既做到试验次数少，又提供丰富的试验信息，并能得出全面的结论，就是一个值得研究的问题。应用正交设计安排混凝土试验正是研究和解决这个问题行之有效的好方法。

正交设计已在许多行业中得到了广泛应用。最近几年来，在混凝土材料试验中的应用，已取得良好的效果。例如，国外已在碾压混凝土、膨胀剂、蒸养工艺和干热地区混凝土性能试验研究中均有成效地采用了正交设计。我国在混

凝土试验研究中，也应用了正交设计，并取得了可喜的成果。例如，CS和CAS促凝剂的配方及促凝压蒸新技术的工艺参数，FDN等高效能减水剂的生产工艺参数都是用正交设计找到的。又如，在粉煤灰质量标准的试验研究中，曾作过近300组试验，试验资料虽多，但结果无一定的规律性，后来用正交设计，仅用了其中24次试验结果就找出了各种影响因素的主次关系和若干规律。

虽然正交设计在混凝土材料试验中的应用已取得了初步成效，但应用的深度和广度远不能适应要求。因此，交流这方面的经验，大力宣传、推广有关的基本知识实属十分必要。近几年来，作者曾应邀多次参加土木工程学会和硅酸盐学会及有关单位举办的讲座，系统介绍这方面的知识，受到欢迎。本书就是在这种情况下根据广大混凝土材料试验工作者的需要写成的。我们根据从事混凝土材料试验应用正交设计的些微体会，参考有关资料，学习国内外的经验，初步整理，选出大约30个有代表性的实例，希望这些实例能起触类旁通、举一反三的效果，使读者能够结合专业较快地掌握和运用这种方法。

本书主要根据专业需要编写的。一方面考虑混凝土材料专业的各种内容，包括从原材料的研制和使用到特种混凝土性能的试验研究共十个方面（参看本书附录Ⅱ）；另一方面又以专业实例为基础，从数理统计的角度，系统介绍正交设计的基本方法和应用正交设计的主要经验。本书着重于方法的应用，未作数学上的严格推导，希望了解数学原理的读者，可以参考本书所附的参考书目。

全书共分七章和三个附录。初学者阅读第一、二两章即可初步掌握基本方法，再根据需要进行其它有关章节。附录Ⅰ

目 录

前言

第一章 正交设计初步	1
1-1 试验为什么要正交设计	1
1-2 正交设计的基本方法	4
1-3 正交设计的基本原理与特点	16
第二章 正交设计的灵活运用	24
2-1 水平个数不相等的正交设计	24
2-2 拟水平法	28
2-3 活动水平及其应用	32
2-4 复合因素及其应用	36
2-5 多指标正交设计的分析方法	39
第三章 正交设计的方差分析	48
3-1 方差分析简介	48
3-2 正交设计的方差分析	61
3-3 误差的处理	85
第四章 正交设计的简化方差分析 与多重比较	90
4-1 极差与均方差的关系	90
4-2 极差法在方差分析中的应用	92
4-3 多重比较—— T 法	101
第五章 有交互作用的正交设计	106
5-1 交互作用的概念与判断	106
5-2 交互作用与试验误差的区分	111

5-3 有交互作用的试验安排与分析方法.....	114
5-4 混杂技巧.....	126
第六章 正交设计的回归分析.....	129
6-1 回归分析简介.....	129
6-2 二元正交回归分析.....	138
6-3 多元正交回归分析.....	144
第七章 正交设计的数据结构与效应估计.....	153
7-1 数据结构的基本概念.....	153
7-2 正交设计的数据结构.....	157
7-3 正交设计中的效应估计.....	160
附录 I 补充实例.....	165
附录 II 全书实例索引.....	202
附录 III 附表.....	207
参考文献.....	235

第一章 正交设计初步

1-1 试验为什么要正交设计

凡是要做混凝土试验，就存在如何安排试验方案和怎样分析试验结果的问题。

先看一个简单的例子。

【例 1-1-1】某单位在研制明矾石高强水泥时，考虑到明矾石（A）、无水石膏（B）和矿渣（C）是影响明矾石水泥强度的主要因素，打算对每个因素各选三个不同的掺量（称为水平）进行试验，以确定明矾石高强水泥的最优配方。试验中的因素和水平列于表1-1-1。

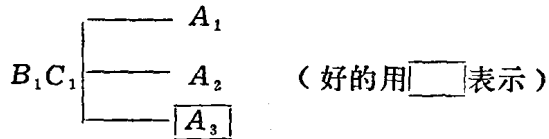
因素水平表

表 1-1-1

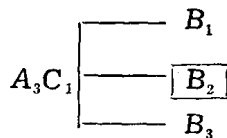
水 平	因 素		
	A.明矾石掺量 (%)	B.无水石膏掺量 (%)	C.矿渣掺量 (%)
1	8	5	13
2	10	7	11
3	12	9	6

为了叙述方便，因素A的三个水平分别用 A_1 、 A_2 和 A_3 表示；B、C的表示方法也是一样。首先回顾一下过去是怎样进行这个试验的。以往，在许多情况下是采用下述方法：

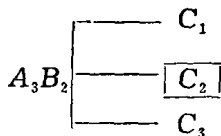
首先固定 B 为 B_1 , C 为 C_1 , 变化 A , 即



三次试验中发现 A_3 较好。然后固定 A 为 A_3 , C 为 C_1 , 变化 B , 即



试验结果中发现 B_2 较好。最后固定 A 为 A_3 , B 为 B_2 , 变化 C , 即



结果是 C_2 较好。于是下结论说 $A_3B_2C_2$ 是最佳的配方。这种安排试验的方法称为“孤立变量法”。这种方法安排试验也能得到一定的效果, 但它的最大缺点是, 试验的代表性太差。如果把这几个试验点画在图1-3-2上, 就会看到试验点分布在试验范围内的一个角上, 其它大部分范围内没有试验点, 因此这样安排试验自然是不全面的。另外, 如果选出配方的因素之间存在交互作用^①, 这种安排试验的方法就可能得不到正确的结论。因此, 在有交互作用的情况下, 就要按明矾石、无水石膏和矿渣的全部组合进行试验, 我们称之为

① 交互作用的概念参见第五章。

全面试验。

本例是三因素三水平试验，若将表1-1-1中的三个因素的每个水平都相碰一次，就需作 $3^3=27$ 次试验，将27次试验全部作完，称为“全面试验法”。27次试验的全部组合条件列于表1-1-2。

$3^3=27$ 次试验组合条件

表 1-1-2

B	C	A		
		A ₁	A ₂	A ₃
B ₁	C ₁	A ₁ B ₁ C ₁	A ₂ B ₁ C ₁	A ₃ B ₁ C ₁
	C ₂	A ₁ B ₁ C ₂	A ₂ B ₁ C ₂	A ₃ B ₁ C ₂
	C ₃	A ₁ B ₁ C ₃	A ₂ B ₁ C ₃	A ₃ B ₁ C ₃
B ₂	C ₁	A ₁ B ₂ C ₁	A ₂ B ₂ C ₁	A ₃ B ₂ C ₁
	C ₂	A ₁ B ₂ C ₂	A ₂ B ₂ C ₂	A ₃ B ₂ C ₂
	C ₃	A ₁ B ₂ C ₃	A ₂ B ₂ C ₃	A ₃ B ₂ C ₃
B ₃	C ₁	A ₁ B ₃ C ₁	A ₂ B ₃ C ₁	A ₃ B ₃ C ₁
	C ₂	A ₁ B ₃ C ₂	A ₂ B ₃ C ₂	A ₃ B ₃ C ₂
	C ₃	A ₁ B ₃ C ₃	A ₂ B ₃ C ₃	A ₃ B ₃ C ₃

“全面试验法”对事物内部的规律性可以剖析得比较清楚，但最大的缺点是要求的试验次数太多。从表1-1-3可见，试验中采用的因素数目每增加一个，即使是二水平的情况，其试验次数也要增加到原来的二倍，即当因素增加时，试验次数是按等比级数增加的。因此，遇到多因素多水平的试验时，作全面试验的次数多得惊人，实际上往往不可能做到。

此外，用“孤立变量法”安排试验，如不作重复试验，它给不出试验误差的估计。

从“孤立变量法”到“全面试验法”的比较中，我们自

应用全面试验法时试验的次数

表 1-1-3

因 素	水 平	水 平 数			
		2	3	4	5
因 素 数	1	2	3	4	5
	2	4	9	16	25
	3	8	27	64	125
	4	16	81	256	625
	5	32	243	1024	3125
	6	64	729	4096	15625
	7	128	2187	16384	78125
	8	256	6561	65536	390625
	9	512	19683	262144	1953125
	10	1024	59049	1048576	9765625

然要问：有没有这样一种方法，既能保持较少的试验次数，又能克服上述缺点呢？回答是肯定的。正交设计就是一种科学地安排多因素试验方案和有效地分析试验结果的好方法。它吸收了上述两种方法的优点，克服了它们的缺点。正交设计是用一套编好的正交表，从为数众多的多因素的全面试验中，挑选出次数较少，但很有代表性的组合条件去作试验，通过较少的试验，并进行简单的计算，就能找出较好的工艺条件或最优配方。下一节我们将结合实例，详细介绍应用正交设计安排试验方案和分析试验结果的基本方法。

1-2 正交设计的基本方法

一、什么是正交表

正交表是利用“均衡分散性”与“整齐可比性”这两条正交性原理，从大量的试验点中挑选出适量具有代表性的试

验点，制成有规律排列的表格，这种表称为正交表。它是正交设计的基本工具。我们首先认识下列几张简单的正交表。

$L_9(3^4)$ 正交表有9个横行，4个纵列。表中由字码“1”、“2”、“3”组成。它有两个特点：（1）每个纵列“1”、“2”、“3”出现的次数相同，都是三次；（2）任意两个纵列，其横方向形成的9个有序数字对（1, 1）、（1, 2）、（1, 3）、（2, 1）、（2, 2）、（2, 3）、（3, 1）、

$L_9(3^4)$

列号 试验号	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

$L_4(2^3)$

列号 试验号	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

$L_8(4^1 \times 2^4)$

列号 试验号	1	2	3	4	5
1	1	1	2	2	1
2	3	2	2	1	1
3	2	2	2	2	2
4	4	1	2	1	2
5	1	2	1	1	2
6	3	1	1	2	2
7	2	1	1	1	1
8	4	2	1	2	1

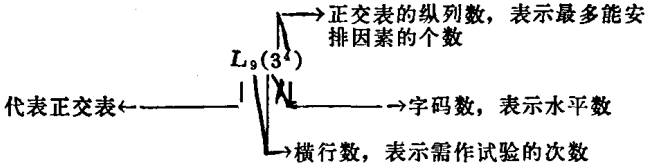
(3, 2)、(3, 3)出现的次数相同，都是一次即任意两纵列的字码“1”、“2”、“3”的搭配是均衡的。

$L_4(2^3)$ 是最小的正交表，它也具有类似 $L_9(3^4)$ 的两个特点：(1) 每个纵列有两个“1”，两个“2”；(2) 任意两个纵列，其横方向形成的四个有序数字对(1,1)、(1,2)、(2,1)、(2,2)各出现一次，即它们的搭配也是均衡的。它有四个横行，三个纵列。

$L_8(4^1 \times 2^4)$ 是一种混合水平（即水平数不相等）的正交表。有八个横行，五个纵列。第1纵列由字码“1”、“2”、“3”、“4”组成，而其余四列均由字码“1”、“2”组成。这张表有一个因素可以考察四个水平，其它因素是两个水平。它仍有类似上面的两个特点：(1) 每个纵列中，就各自的字码来说，出现的次数是相同的；(2) 任意两个纵列，其横方向形成的八个数字对，就各自的字码来说，出现的次数亦相同，即对任意两个纵列它们字码间的搭配也是均衡的。这两个特点正是“均衡分散性”和“整齐可比性”这

两条正交性原理的体现，也就是正交表“正交性”的含意。

正交表符号所表示的意思，以 $L_9(3^4)$ 为例，图解如下：



常用正交表见附录Ⅲ表一。

二、怎样设计试验方案

先看一个例子。

【例 1-2-1】 在试制高强混凝土时，复合掺用矿渣、石膏和铁粉以提高混凝土的强度。如果每个因素取三个水平，要求选择各因素的最优掺量。

如上所述，如果每个因素各个水平的所有组合都作试验，要作 $3^3=27$ 次，试验次数太多，能否作一部分试验，又能得出好的结果呢？换句话说，怎样设计该例的试验方案呢？用正交设计安排试验方案的基本方法如下：

1. 明确试验目的，确定考核指标

试验前，首先要明确通过试验想解决什么问题，摸清什么规律，继而确定考核指标。如例1-2-1试验的目的是：通过试验，摸清复合使用矿渣、石膏和铁粉对混凝土强度影响的规律，从而选择各因素的最优掺量。这样，考核指标就是抗压强度。

必须注意，在混凝土试验中，我们所确定的考核指标，应该都能直接用量来表示，如强度、坍落度、冻融失重率等，它们均叫做定量指标。不能用量表示的非定量指标，要想办法变成定量指标（如评分等）才能进行正交设计。

2. 挑因素、选水平，制定因素水平表

所谓因素是指对考核指标有影响的因素，所谓水平是指各因素在试验中要比较的具体条件。因素与水平是根据试验条件、试验目的，并在一定的试验基础上或凭借专业知识来确定的。本例挑了三个因素，每个因素各选三个水平，见表1-2-1。表中因素A（矿渣掺量）的三个水平分别是：水平1~10%，水平2~15%，水平3~20%。因素B（石膏掺量）和因素C（铁粉掺量）的三个水平类推。

因素水平表 表 1-2-1

水 平	因 素		
	A.矿渣掺量 (%)	B.石膏掺量 (%)	C.铁粉掺量 (%)
1	10	2	3
2	15	3.5	6
3	20	5	9

注：掺量为占水泥重量的%。

诸因素中，水平能用量表示的，称为定量因素；不能用量表示的，如水泥品种、减水剂剂种等，称为定性因素。每个因素的水平数可以相等，也可以不相等。重要的因素或需要重点考察的因素可以多选一些水平，其余可少选一些。对于每个因素用哪个水平对应上哪个用量，是可以任意指定的，一般来说，最好是打乱次序来安排。

在水泥混凝土配比试验中必须注意诸因素受到一个关系式的约束。只选（全部因素数-1）个因素进行考察。例如上述明矾石水泥配比试验中，全部因素有4个，即熟料+矿渣+石膏+铁粉=100%组成一个关系式，只选其中矿渣、石

膏、铁粉三个因素，熟料这个因素是不独立的，否则就不能满足这个关系式。又如混凝土配比试验中，一般组成材料用量受到一个关系式的约束，即水泥、水、砂、石用量之和等于混凝土容重（ $U=2400$ 公斤/立米）或所有材料用量绝对体积之和等于1000升。只选其中的用水量、水灰比和石子用量，砂用量这个因素是不独立的，否则就不能满足这个关系式。

3. 利用正交表安排试验

根据因素水平表，安排试验方案的具体步骤如下：

(1) 选出对口的正交表 选表时必须注意：因素水平表中的水平数和对口正交表中的水平数要完全一致。而因素水平表中因素的个数可以小于或等于对口正交表的纵列数。本例是三因素三水平试验，对口的正交表是 $L_9(3^4)$ 。用该表需作9次试验。

(2) 把具体的因素水平填到选出的正交表上。

①因素顺序上列：按因素水平表上固定下来的次序，把A、B、C各因素顺序地放到 $L_9(3^4)$ 的第1、2、3列上，第4列空着，用来估计试验误差。

②水平对号入座：各因素在各列上固定下来以后，在因素A、B、C所在的三个列的字码“1”、“2”、“3”的后面分别填上因素水平表中的具体水平，这里要对号入座。

例如，在第1列中，“1”的后面填上（10%），“2”的后面填上（15%），“3”的后面填上（20%）。第2列、第3列的填法与第1列类似。于是表1-2-2就成了例1-2-1的试验方案。

(3) 列出试验条件 表1-2-2的9个横行就是9次试验的具体条件。例如，第1号试验的试验条件是：矿渣掺量

L₉(3⁴)试验方案与极差计算结果

表 1-2-2

因 素 列 号 试 验 号	A. 矿渣	B. 石膏	C. 铁粉		28天抗压 强度 (公斤/ 厘米 ²)
	1	2	3	4	
1	1 (10%)	1 (2%)	1 (3%)	1	765
2	1 (10%)	2 (3.5%)	2 (6%)	2	810
3	1 (10%)	3 (5%)	3 (9%)	3	858
4	2 (15%)	1 (2%)	2 (6%)	3	857
5	2 (15%)	2 (3.5%)	3 (9%)	1	891
6	2 (15%)	3 (5%)	1 (3%)	2	765
7	3 (20%)	1 (2%)	3 (9%)	2	907
8	3 (20%)	2 (3.5%)	1 (3%)	3	867
9	3 (20%)	3 (5%)	2 (6%)	1	860
K ₁	2333	2529	2397	2516	总和7480
K ₂	2513	2568	2527	2482	
K ₃	2634	2383	2556	2482	
\bar{K}_1	778	843	799	838	
\bar{K}_2	838	856	842	827	
\bar{K}_3	878	794	852	827	
R	100	62	53	12	

(清华大学, 1977年)

10%，石膏掺量2%，铁粉掺量3%。其余8个试验号按上述办法定出试验条件。

试验方案确定后，往下就是严格按试验条件进行试验。需要指出的是：除了选定的因素外，其它条件应该固定，以便进行合理的比较。

三、怎样分析试验结果

9次试验的抗压强度结果记在表1-2-2的右方。