水声学波动问题

〔苏〕E. Л. 沈杰罗夫 著

何祚镛　赵晋英 译

国防工業出版社

水声学波动问题

〔苏〕E. Л. 沈杰罗夫 著

何祚镛 赵晋英 译

国防工業出版社

内容简介

本书论述了物体辐射声场和衍射声场计算的基本方法。分析了声波和弹性体之间的相互作用，以及声波通过弹性板和壳的透射。书中所提供的资料是分析各种结构声学特性的基本依据。本书适用于从事水声、造船、建筑声学的广大工程技术人员进行声场计算。可供海军和海运船队的专业人员以及高等学校相应专业师生参考。某些章节也可供电磁波方面专业人员参考。

ВОЛНОВЫЕ ЗАДАЧИ
ГИДРОАКУСТИКИ
Е. Л. Шендеров
Издательство «Судостроение» 1972

*

水声学波动问题

〔苏〕 Е. Л. 沈杰罗夫 著
何祚镛 赵晋英 译

*

国防工业出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张12 3/8 313千字
1983年12月第一版 1983年12月第一次印刷 印数：0,001—1,350册
统一书号：15034·2559 定价：1.85元

原 序

鉴于船舶上广泛使用声学仪器，有必要对声辐射器的声场、对通过船壳的声场和从船体反射的声场等进行计算，同时还要涉及各种不同表面声辐射、障碍物上的声衍射以及声波通过弹性板和壳的透射等的计算。关于这些计算所依据的理论基础，在众所熟知的教科书中均有论述〔例如 С. Н. Ржевкин《Курс лекций по теории звука》(声学理论教程)，Ф. Морз《Колебания и звук》(振动和声)●，Е. Скучик《Основы акустики》(声学基础)〕。

本书主要目的是为工程技术人员提供实际计算声场的基础。声学中的理论方法，有多种多样，工程技术人员选取解题方法，总是力图使之有助于分析问题的物理现象本质，同时避免不必要的冗长和繁重的计算。但遗憾的是，在大多数情况下，声学中计算方法没有简单公式，而物理现象只有在进行数字计算、包括选用不同参数值重复计算（数字计算有时被称作计算实验）之后，才能分析清楚。

在声场计算中，常常要从积分方程解或无穷代数方程组的解中，确定一些必要量。常常广泛采用把确定声场的表达式展成级数的形式。对此，工程技术人员感兴趣的不仅是能找到解析解，还希望能借助计算手段（包括电子计算机）求得数值结果。

电子计算机的应用，大大增加了水声各类问题可取得数值解的范围。例如在电子计算机出现以前，为计算衍射声场和辐射声场采用按特殊函数级数展开的方法，只局限在小的波数尺寸，其

● 还有Morse 和 Ingand 的《理论声学》。

能计算值约为一位整数。在许多书中干脆说明，级数解只用于小波数尺寸值。现在情况有了根本变化。例如球或柱的散射波的一个声压值的计算，即使波数尺寸为几百的量级，甚至要计算的级数为几百项或几千项，用电子计算机只要几秒时间就可算完。至于复杂的积分计算以及积分方程和代数方程组的解算，大体也是如此。

本书对运用电子计算机时解题的有效方法给予相当大的注意。但现有的电子计算机的功能也是有限的。如果解题需要用几十小时的机算时间，则这种情况的方程和算法对工程人员来说是无益的。但这种情况还是常遇到的。对此要考虑渐近解。

本书中所用的数学工具，基本上不超出高等工程院校的教程范围。在某些需要补充知识的地方，则给予必要的简短说明。

本书未涉及海水中声的传播问题。因为这些问题在某些著作中已有充分论述。如Л.М.Бреховских《Волны в слоистых средах》(分层介质中的波)、Д.П.Сташкевич《Акустика моря》(海中声学）以及И.Толстой和К.Клей《Акустика океана》(海洋声学)。

书中阐明的一系列问题，也可用于电磁波技术，因为在声学中和电磁学中所用的数学模型在很多情况是相似的。

译 者 的 话

《水声学的波动问题》一书介绍不同表面条件的典型几何形状物体、板和薄壳结构等物体上的声衍射、声辐射问题，以及它们的声透射问题。有关此类问题已有不少书籍介绍。然而，把散射体和辐射体作为弹性体，考虑到弹性体和声场的互作用，则是此书特色。上述问题无论在水声或建声中，对于声学系统的声学特性分析和结构设计、舰船壳体振动与噪声分析以及板壳结构振动分析等均常遇到。此书对求这类问题解的方法具有一定参考价值。对于科技人员以及高年级大学生、研究生都有参考意义。此外，此书对借助电子计算机进行数值计算给予一定注意，也颇有益。

本书有其特色，但也有其不足，如弹性界面波导中声传播以及关于 Helmholtz 公式的有限元面近似算法等，几乎全未提及。尽管如此，此书仍是一本好书。另外，原文中错误较多，在译校过程中均已作了认真核算修正。

全书共九章四十二节。第 1～32 节由何祚镛翻译；33～42节由赵晋英翻译，二人译稿互校。错误之处欢迎读者批评和指正。

目 录

第一章　声场的基本方程

§1　赫尔姆荷茨(Helmholtz)方程和边界条件

波动方程

液体中声音传播过程的研究，联系到几个基本的声学方程。在这一节中扼要地提一下表征声场的几个量之间最基本的关系。关于这些方程在众所周知的一些书中〔42、71、79、90〕，有详尽的推导。

液体中声压 p 满足波动方程

$$\Delta p-\frac{1}{c^2}\ \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=0, \tag{1.1}$$

式中　Δ——拉普拉斯（Laplace）算子；c——声音在介质中的传播速度。

波动方程确定许多类函数，它们描述液体中任意一种波动。实际上，波动方程是牛顿定律用于可压缩流体微幅振动的公式[●]。

一度空间情况，方程式（1.1）的物理解释是特别简明的。考虑一根管子，截面为1平方厘米，充有介质密度为 ρ，在管中置一活塞，活塞在和管轴重合的 x 轴方向作振动。选取管中小段体积，它以相隔距离等于 dx 的两个平面为界。显然，作用于小元体 x 方向的力，等于作用于体积左右两面上总压力 $\tilde{p}$（已设截面为单位面积）之差：

$$\tilde{p}(x)-\tilde{p}(x+dx)\approx-\frac{\partial p}{\partial x}dx。 \tag{1.2}$$

● 确切地说，尤拉方程（1.4）才是流体连续介质中牛顿第二定律的应用。

假如元体左界面位移为 $u(x)$、而右面位移等于 $u(x+dx)$，则元体的相对形变是 $\frac{\partial u}{\partial x}$。元体的惯性力等于 $\rho dx\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$。令这个表达式和式（1.2）右边相等，得到

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\tag{1.3}$$

式（1.3）对 x 坐标微分，并应用虎克(Hook)定律 $p=-\beta\frac{\partial u}{\partial x}$，此处 β 是介质的体积弹性模量。考虑到 $\frac{\partial\tilde{p}}{\partial x}=\frac{\partial p}{\partial x}$，得到

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=0;\qquad c=\sqrt{\frac{\beta}{\rho}}。$$

所以波动方程的第一项是由介质元体压缩引起的，而第二项则是惯性作用引起的。

介质中质点的振动速度向量 $\vec{v}$ 和声压之间的关系，决定于尤拉（Euler）方程

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\frac{1}{\rho}\operatorname{grad}p=0。\tag{1.4}$$

速度势

严格说来，声场是向量场，因为每个质点的运动由振动速度向量 $\vec{v}$ 来描述，它在坐标轴方向的分量是 v_x，v_y，v_z。虽然如此，但还是可以作到仅用一个标量函数 $\Phi(x, y, z, t)$ 来表征一个声场，就是说它可以确定声压和振动速度。此函数称为势函数，并且

$$\vec{v}=-\operatorname{grad}\Phi。\tag{1.5}$$

利用尤拉方程（1.4），得到

$$p=\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t}。\tag{1.6}$$

并非所有向量场，都能用一个标量势函数来完全地加以描述。为此，这个场必须是无旋的，也就是说应能满足条件 $\operatorname{rot}\vec{v}=0$。在理想的流体中，没有粘滞性，则作用在小元体上的合力通过元体

中心，且中心的转动力矩等于零。因此理想流体中有 $\mathrm{rot}\vec{v}=0$。

在固体中，在小元体的界面上存在切应力。其结果，在固体的小元体上有转动矩的作用，因而小元体除了平动位移之外还要作转动。这样一来，在固体中 $\mathrm{rot}\vec{v}=0$，因此不能只引进一个标量势函数来描述其整个运动。所以，当问题的解涉及到弹性波在固体中传播时，或者是直接考虑应变分量，或者是除了引用标量势函数之外，再引入一个向量函数。这类问题将在第六章中研究。

赫尔姆荷茨方程

本书中主要考虑如下形式的谐和振动。

$$p(\vec{r})=p_0(\vec{r})\cos[\omega t+\alpha(\vec{r})], \tag{1.7}$$

这里 $p_0(\vec{r})$——振幅；$\alpha(\vec{r})$——振动相位；ω——声音的角频率。(1.7) 表达式可以用以下复数形式来代替

$$p_0(\vec{r})=p_0(\vec{r})\,e^{\pm i[\omega t+\alpha(\vec{r})]}。 \tag{1.8}$$

这时，应该考虑到只有式 (1.8) 的实部具有物理意义。因为当指数函数的指数前无论取正号或负号，其实部都和式 (1.7) 相同，所以为表达时间变化的关系采用 $e^{+i\omega t}$ 的形式或采用 $e^{-i\omega t}$ 的形式都一样。

平面声波的描述，可以采用以下任何一种形式

$$p=p_0e^{+i(\omega t-kx)}; \tag{1.9a}$$

$$p=p_0e^{-i(\omega t-kx)}, \tag{1.96}$$

这里 $k=\dfrac{\omega}{c}$——波数。不管怎样，在用来描述沿 x 正向传播的波的表达式中，ωt 项和 kx 项都应该具有异号。并且，一旦选定 ωt 项的符号，以后必须保持不变。

在多数书籍和文献中，选用时间关系的形式 $e^{-i\omega t}$，我们也将采用这种表达形式。若要改变到另一种书写形式时，只要在所有表达式中 i 的前面改变为反号就行了。

假若声压写成 $p(\vec{r},\ t)=p(\vec{r})e^{-i\omega t}$ 形式，并把它代入波动

方程（1.1）中，则得到赫尔姆荷茨方程

$$\Delta p(\vec{r})+k^2p(\vec{r})=0。\tag{1.10}$$

在数学物理中，通常归为以下一类偏微分方程。

$$a_1\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_1^2}+a_2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_2^2}+\cdots+a_n\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_n^2}$$
$$+F\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_1};\ \frac{\partial\Phi}{\partial x_2};\ \cdots;\ \frac{\partial\Phi}{\partial x_n};\ \Phi\right)=0。$$

这类方程，只要诸系数 a_j 中有一个和其余系数反号，则称作双曲型的。假如所有 a_j 皆同号，则方程就称作椭圆型的。假如系数 a_j 有一个为零，则称之为抛物型的。

根据所说分类，可以知道，波动方程是双曲型的，而赫尔姆荷茨方程是椭圆型的。这些方程的解法实际上是不同的。当研究非稳态过程时，常采用波动方程，例如地震学中（处理方法的理论见文章〔102〕)；在声学和水声学中，大多数情况考虑赫尔姆荷茨方程。抛物型方程（扩散和热传导方程）至今在声学中没有应用，然而随着波场近似计算方法的发展，也会采用这种所谓“抛物方程解法”〔11〕。关于这方面的阐述，见评述文章〔57〕。

双曲型方程和椭圆型方程之间的物理差异，可由运动介质声学的例子来说明。我们知道〔6〕，当介质沿 x 方向以速度 $U=$ Mc（M——马赫数）运动时，在此介质中声传播方程具有

$$(1-\mathrm{M}^2)\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}+2ik\mathrm{M}\ \frac{\partial p}{\partial x}+k^2p=0$$

的形式。

假如 M＜1，则方程式是椭圆型的，并且在这种亚音速介质中的声场和在静止介质中的声场没有什么实质上的区别。但假如 M＞1，则方程变为双曲型方程。在高速气体动力学中就要考虑这类方程的解。在高速运动介质中，出现密度的突变分界面和形成激波现象，这在亚音速情况是不存在的。类似的问题的研究，在气体动力学中是有意义的，在水声学中这样大的速度是遇不

到的[●]。

波的衰减

当考虑到衰减时，应当在振动随时间[●]变化的关系式中引入相应的项，而不同的时间函数所引入的项是不同的。如所周知，公式中引入衰减作用时可以把波数 k 表示成复数形式：$k=k'+ik''$，这里 k' 决定波的相速度；而 k'' 决定波的衰减。

假如对平面波给出（1.9б）形式，则把与 k'' 有关的因子提出来，可以写成

$$p=p_0e^{-k''x}e^{i(k'x-\omega t)}$$

的形式。

实数因子的指数是负的。这表明，当写成（1.9б）形式时，波数表现成具有正虚部的复数量，这确实给出衰减波。假如把波写成（1.9a）形式而波数还是用正虚部，把有关衰减因子提出来便得到

$$p=p_0e^{k''x}e^{i(\omega t-k'x)}$$

波振幅不是衰减，而是随着传播距离增长。由此可以得出，在后一种情况，波数应该写成 $k=k'-ik''$（$k''>0$）的形式。

复数波数也可以写成 $k=k'(1+i\eta_k)$的形式，这里 $\eta_k=\frac{k''}{k'}$ 是衰减系数。η 的脚标 k 表示这里所考虑的衰减是按波数而定的，而不是按声速或按弹性模量来定的。对后两种情况有

$$c=c'(1+i\eta_c); \qquad \eta_c=\frac{c''}{c'};$$

$$E=E'(1+i\eta_E); \qquad \eta_E=\frac{E''}{E'}。$$

● 在水声中虽然不可能$M>1$，但是由于有限振幅的非线性效应具有积累的属性，而且水中声吸收系数很小，所以大振幅声波在水中仍然可能出现锯齿形波形那样的间断面。

● 当考虑空间波的传播衰减时，应当在波随空间变化的关系中，而不是随时间变化的关系中，引入相应的项。

根据以上关系，可以求得 η_k 和 η_c 之间的关系：

$$k=\frac{\omega}{c}=\frac{\omega}{c'(1+i\eta_c)}=\frac{\omega c'}{|c|^2}-i\frac{\omega c'}{|c|^2}\eta_c=k'+ik''。$$

令实部和虚部分别相等，得到

$$k'=\frac{\omega c'}{|c|^2};\quad \eta_k=-\eta_c。$$

这样，声速和波数的衰减系数的绝对值是相等的，但是符号相反。

边界条件的形式

对于谐和律振动，我们由式（1.6）得到 $p=-i\omega\rho\Phi$。因此，势和声压两者之间只差一个常数因子。以后，当常数因子与实际计算无意义时（例如求给定频率声波在同一介质中的反射系数时），就把声压和速度势这两个词当作同义语来使用。

典型的声学问题是声辐射和衍射问题。辐射问题通常概括如下：在某个表面 S 上，给出振动速度的法线方向分量 $v|_S=\left.\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right|_S=f(S)$（此处 n 是表面的法线）。需要确定空间的声场。

有时给出的不是表面上的振动速度，而是声压（或是势函数）$\Phi|_S=f(S)$。也可能是给出复合条件$\left.\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}+\sigma\Phi\right)\right|_S=f(S)$。

根据给定势（声压）求解声场的问题，称为狄利希利(Delechlet）问题，或称作第一边值问题。根据给定导数（振动速度）$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right|_S=f(S)$ 求解场的问题，称作诺依曼(Neumann)问题，或称作第二边值问题。如果给出混合边界条件 $\left.\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}+\sigma\Phi\right)\right|_S=f(S)$，并且在整个 S 面上系数 σ 是常数，则这种问题称作混合问题或者第三边值问题。由混合问题，特殊情况可导致狄利希利和里曼问题。

假如 σ 和表面 S 上点所处的位置有关，则这个问题称作第四边值问题。有时把它当作第三类问题也叫做混合问题。最简单的