大学物理

典型题分析解集

王　彬　等编

西北工业大学出版社

大学物理典型题分析解集

王 彬 张 承 编

西北工业大学出版社

（陕）新登字 009 号

【内容简介】 本书是根据高等学校大学物理课程的教学要求编写的学习指导书，书中内容主要是从现行的教科书中精选出来的。本书每章按内容提要、典型题分析、练习题等三个模块编写，书末附有模拟试题及其答案，旨在帮助学生熟练掌握大学物理课程的基本理论、重点和解题的方法与技巧。

本书可作为高等学校理工科本科生学习大学物理课程的复习辅导书，也可供大专学生阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理典型题分析解集/王彬，张承编．—西安：西北工业大学出版社，1999.12
ISBN 7-5612-1194-5

Ⅰ．大… Ⅱ．①王…②张… Ⅲ．物理-高等学校-解题
Ⅳ．04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 51563 号

*

（邮编：710072　西安市友谊西路 127 号　电话：8491147）
全国各地新华书店经销
西安市向阳印刷厂印装

*

开本：850 毫米×1 168 毫米 1/32　印张：11.125　字数：273 千字
2000 年 1 月第 1 版　2000 年 3 月第 3 次印刷
印数：11 001－17 000 册　定价：14.50 元

前　言

大学物理是高等工业学校各专业学生的一门重要必修基础课，它对于培养学生的科学素质和创新能力起着不可替代的重要作用。大学物理习题是帮助学生理解和掌握物理学的基本概念、基本规律、基本方法的必要手段，也是培养学生学会用科学的思想方法分析问题和解决问题的有效途径。为了帮助学生学好大学物理课程的基本理论和解题方法，我们根据长期教学研究和教学改革的实践经验编写了本书。

全书共 12 章，依据大学物理课程教学的基本要求，覆盖了需要掌握的基本理论和基本方法。选材的类型既有从生产实际中提炼出的理想模型，注重学生的基本分析能力和计算能力训练，又有联系现代科学技术的题目，使学生认识各种物理规律的价值，还有需要研究的实际问题，通过删除枝节，突出主干的简化处理，再作进一步研究，以利于学生科学素养的培养与提高。选题的内容力求全面，使学生接触到各种风格、形式和不同提问角度的题目。

本书每章按内容提要、典型题分析、练习题 3 个模块编写。内容提要指出本章的基本概念、规律和方法；典型题分析在“题”与“解”之间给出了分析，有的指出解题依据，有的点明解题的关键步骤和方法，旨在帮助学生学会用基本理论去分析、判断、计算；练习题供学生深入理解基本内容，熟练掌握解题的思路和方法。本书最后给出 6 套模拟试题，学生可在学完大学物理之后，进行自我检测。

全书由王彬编写。张承检查、验算了每一道题解。感谢许启明教授、马永庚教授、何安明教授、唐远河副教授为本书提供了宝贵

资料。

限于编者的水平，错误和不妥之处在所难免，恳请读者不吝赐教。

编　者
1999年9月

目　　录

第一章　质点运动学

一、内 容 提 要

本章讨论质点机械运动的位置随时间变化的规律。

1. 参考系

描述物体运动时用作参考的其他物体。参考系的定量化即在此参考系上建立固定的坐标系。

2. 描述质点运动的基本物理量

(1) 线量

位置矢量(矢径)：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

位移矢量(位移)：

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k}$$

速度矢量(速度)：

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

加速度矢量(加速度)：

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

一般地　　$|\Delta\boldsymbol{r}| \neq \Delta r,\ |\Delta\boldsymbol{v}| \neq \Delta v$

注意：矢径、位移、速度、加速度均具有矢量性、瞬时性、叠加性

和相对性。

(2) 角量

角坐标: θ

角位移: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

角速度: $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \dfrac{v}{R}$

角加速度: $\beta = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

(3) 线量与角量的关系

$$S = R\theta \quad (S\text{ 是圆心角 }\theta\text{ 对应的弧长})$$

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = R\omega$$

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = R\beta, \text{沿切线方向}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2, \text{指向圆心}$$

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t$$

3. 运动方程

质点位置随时间的变化规律,这是运动学的核心问题。

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$$

例 匀加速运动 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$,初始条件:$\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{v}_0$

4. 相对运动

$$\boldsymbol{r}_{绝对} = \boldsymbol{r}_{相对} + \boldsymbol{r}_{牵连}$$

$$\Delta\boldsymbol{r}_{绝对} = \Delta\boldsymbol{r}_{相对} + \Delta\boldsymbol{r}_{牵连}$$

$$\boldsymbol{v}_{绝对} = \boldsymbol{v}_{相对} + \boldsymbol{v}_{牵连}$$

5. 运动学的两类问题

(1) 已知 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{v}_0$,求运动方程 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$—— 积分;

(2) 已知 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$ 求 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t), \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t)$ 等 —— 求导。

二、典型题分析

1.(1) 对于作匀速圆周运动的质点,试用直角坐标和单位矢量 $\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{j}$ 表示其位置矢量 $\boldsymbol{r}$,并由此导出速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 的矢量表示式。

(2) 试证明加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向指向轨道圆周的中心。

分析 描述质点运动的基本物理量 $\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},\boldsymbol{a}$ 的求解。

解 (1) 由图 1-1 可知

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = r\cos\theta\boldsymbol{i} + r\sin\theta\boldsymbol{j}$$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\cos\theta) = -r\omega\sin\theta$$

$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\sin\theta) = r\omega\sin\theta$$

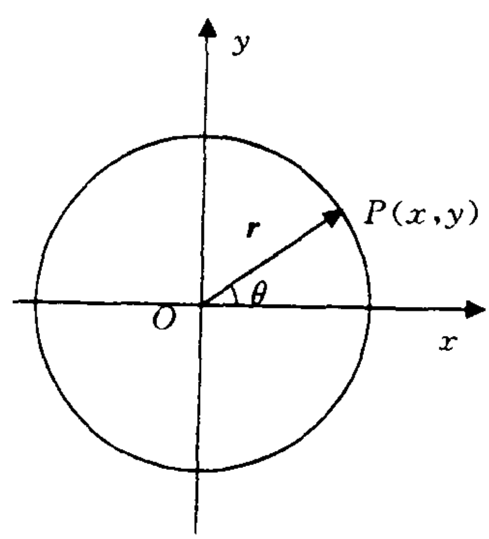

图 1-1

式中 $\omega = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$,$\theta = \omega t$,且根据题意 ω 是常数,所以,有

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} = -r\omega\sin\theta\boldsymbol{i} + r\omega\cos\theta\boldsymbol{j}$$

又因

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -r\omega^2\cos\theta$$

$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -r\omega^2\sin\theta$$

所以 $$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = -r\omega^2\cos\theta\boldsymbol{i} - r\omega^2\sin\theta\boldsymbol{j}$$

(2) $$\boldsymbol{a} = (-r\omega^2\cos\theta)\boldsymbol{i} + (-r\omega^2\sin\theta)\boldsymbol{j} = -\omega^2(r\cos\theta\boldsymbol{i} + r\sin\theta\boldsymbol{j}) =$$

$$-\omega^2(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j})=-\omega^2\boldsymbol{r}$$

由上式可见，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 方向相反，即 $\boldsymbol{a}$ 指向轨道圆周中心。

2. 在离船的高度为 h 的岸边，绞车以恒定的速率 v_0 收拖缆绳，使船靠岸如图 1-2 所示。求当船头与岸的水平距离为 x 时，船的速度与加速度。并讨论以下几个问题。

(1) 缆绳上各点的速度相同吗？

(2) 有人认为船的速度为 $v=v_0\cos\theta$（θ 为缆绳与水平面间的夹角）对不对？为什么？

(3) 还有人认为：若设船为运动的质点，以岸上滑轮处为原点则 $v_0=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，对不对？$v_0$ 的物理意义是什么？

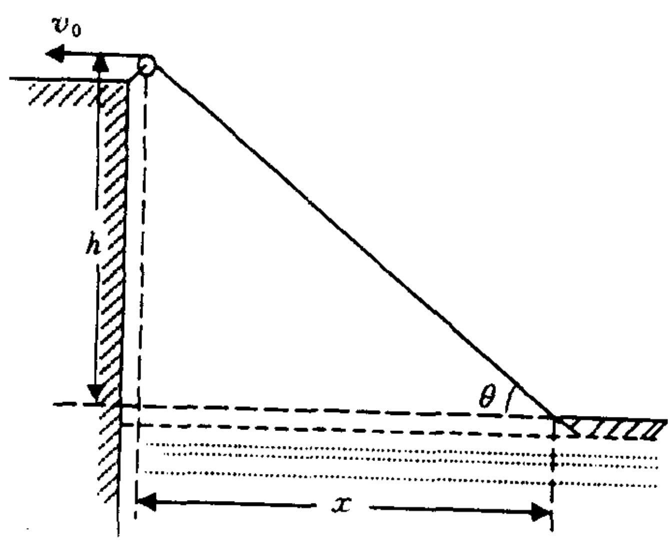

图 1-2

分析 加速度与速度定义的灵活应用计算。

解 首先讨论如下问题，明确收绳速率，v_0 与绳的速度以及船的速度三者区别与联系。

(1) 现取绳上的两点 A 和 B。对地面参照系而言，在收绳使船前移过程中，经过一段时间 Δt，A 运动到 A' 处，B 运动到 B' 处，如图 1-3 所示。二者移动的距离不同，位移的方向也不同，但时间间隔是相同的，因此绳上各点的移动速度均不相等。而 v_0 是绳上各

点沿绳方向运动的速率，它不代表绳上各点的运动速率。

（2）如果认为 v_0 是船头的速率，运动方向沿着绳，则船沿水面运动的速度是这一速度的水平分量。设绳与水平方向夹角为 θ，船的水平速度为

$$v = v_0\cos\theta < v_0$$

显然这个结论是错误的。由图 1-2 看出当船行走了 Δx 后，绳与水平面夹角由 θ 变为 θ'，而绳缩短了 Δr，其关系为 $\frac{\Delta r}{|\Delta x|}\cos\theta$。由于 $|v| = \frac{|\mathrm{d}x|}{\mathrm{d}t}$，$v_0 = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，所以应有 $v_0 = v\cos\theta$，而不是 $v = v_0\cos\theta$。

（3）建立如图 1-3 所示的坐标（设滑轮为质点），视船为一质点。从图中看出在收绳拉船过程中，绳与水平面的夹角是逐渐增大的（$\theta' > \theta$），$\cos\theta$ 值减小，由关系式 $\frac{\Delta r}{|\Delta x|} = \cos\theta$ 可知 $\frac{\Delta r}{|\Delta x|}$ 的值是减小的。若取同样的时间间隔，Δr 相同；则 $|\Delta x|$ 必须增大；可见船的速率 v 增大。船并不是以 v_0 速率均匀地移动，所以 $v_0 \neq \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$。

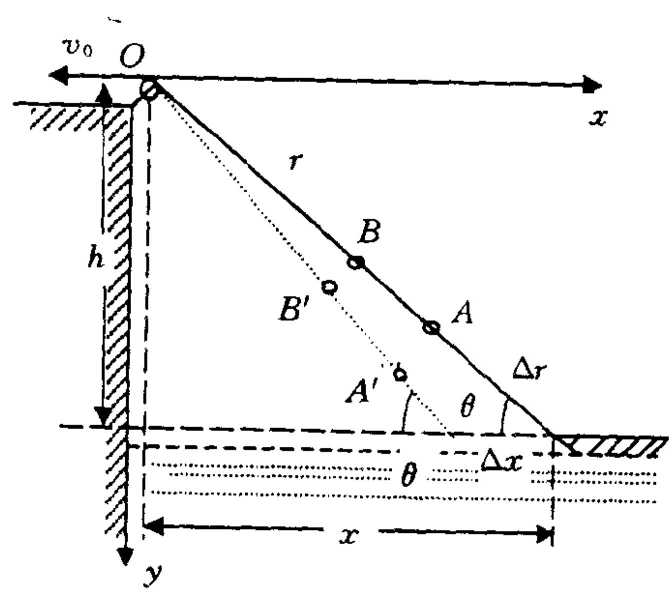

图 1-3

通过上述讨论，已基本明确了 v_0 的物理意义。v_0 是 $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，即矢

径大小的变化率，也就是绳子长短的变化率，可称为收绳速率。

方法 1　由图 1 - 3 看出船的位矢为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + h\boldsymbol{j}$$

而
$$x = \sqrt{r^2 - h^2}$$

由速度定义有

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{0} = v_x\boldsymbol{i}$$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{r^2 - h^2} = \frac{r}{\sqrt{r^2 - h^2}}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

因绳子变短故$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = -v_0$代入上式有

$$v_x = -\frac{r}{\sqrt{r^2 - h^2}}v_0 = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0$$

故
$$\boldsymbol{v} = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0\boldsymbol{i}$$

负号表示 $\boldsymbol{v}$ 的方向与正 x 方向相反。

根据加速度定义

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -v_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sqrt{x^2 + h^2}/x) =$$

$$v_0\frac{h^2}{x^2\sqrt{x^2 + h^2}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{-v_0^2h^2}{x^3}$$

$$a_y = 0$$

故
$$\boldsymbol{a} = -\frac{v_0^2h^2}{x^3}\boldsymbol{i}$$

负号表示 $\boldsymbol{a}$ 的方向与 x 正方向相反，但由于 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向，所以船是加速靠岸的。

方法 2

因
$$\frac{|\Delta r|}{|\Delta x|} = \cos\theta$$

则有
$$|\Delta x| = \frac{|\Delta r|}{\cos\theta}$$

$$\frac{|\mathrm{d}x|}{\mathrm{d}t} = \frac{\frac{|\mathrm{d}r|}{\mathrm{d}t}}{\cos\theta}$$

即

$$|v_x| = \frac{|v_0|}{\cos\theta}$$

因

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

考虑到 v_x 方向

所以

$$v_x = -\frac{v_0\sqrt{x^2 + h^2}}{x}$$

而

$$v_y = 0$$

$\boldsymbol{a}$ 的解法同上。

方法 3 根据 v_0 的物理意义

$$v_0 = -\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{x^2 + h^2} =$$

$$-\frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}v_x$$

所以有

$$v_x = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0$$

3. 已知一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + (2 - t^2)\boldsymbol{j}$(SI 制)。

(1) 画出质点的运动轨迹。

(2) 求出 $t = 1$ s,和 $t = 2$ s 时质点的位矢。

(3) 求出 1 s 末和 2 s 末的速度。

(4) 求出加速度。

分析 根据定义由质点位置矢量求解质点速度与加速度。

解 (1)

由

$$x = 2t$$

$$y = 2 - t^2$$

可得

$$y = 2 - \frac{1}{4}x^2$$

轨迹为一抛物线(图 1-4)

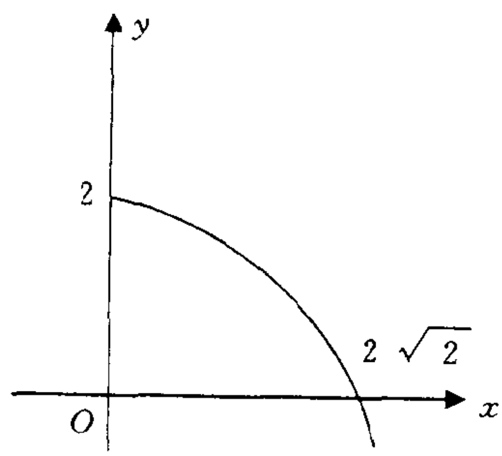

图 1-4

(2) $t = 1$ s 时

$$\boldsymbol{r}_1 = 2\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$$

$t = 2$ s 时

$$\boldsymbol{r}_2 = 4\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j}$$

(3)

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2\boldsymbol{i} - 2t\boldsymbol{j}$$

$t = 1$ s 时 $\qquad \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j}$

即 $v_1 = 2\sqrt{2}$ m/s, $\theta_1 = -45°$(θ_1 为 $\boldsymbol{v}_1$ 与 x 轴的夹角)

$t = 2$ s 时 $\qquad \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}$

即 $v_2 = 2\sqrt{5}$ m/s, $\theta_2 = -63°26'$

(4)

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -2\boldsymbol{j}$$

4. 路灯离地面高度为 H,一个身高为 h 的人,在灯下水平路面上以匀速度 v_0 步行。如图 1-5 所示。求当人与灯的水平距离为 x 时,他的头顶在地面上的影子移动的速度的大小。

分析 灵活应用速度定义求解问题。

解 建立如图 1-6 所示的坐标,t 时刻头顶影子的坐标为 $x + x$,设头顶影子的移动速度为 v,则

$$v = \frac{\mathrm{d}(x + x')}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} = v_0 + \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

由图中看出有

$$\frac{H}{x + x'} = \frac{h}{x'}$$

则有

$$x' = \frac{hx}{H - h}$$

$$\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} = \frac{hv_0}{H - h}$$

所以有 $$v = v_0 + \frac{hv_0}{H - h} = \frac{H}{H - h}v_0$$

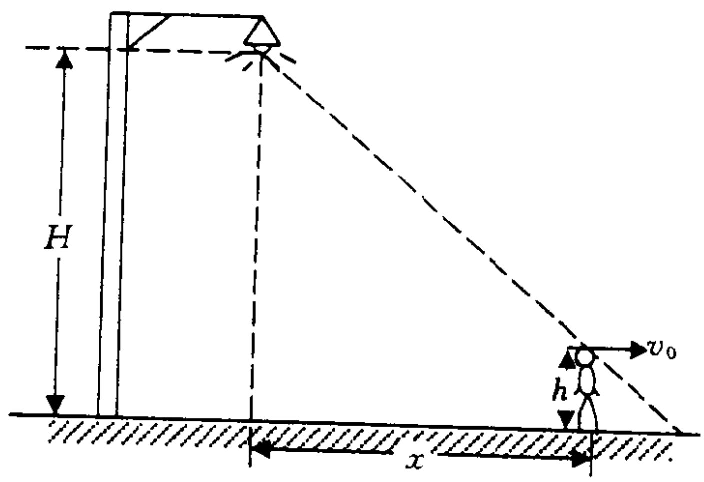

图 1-5

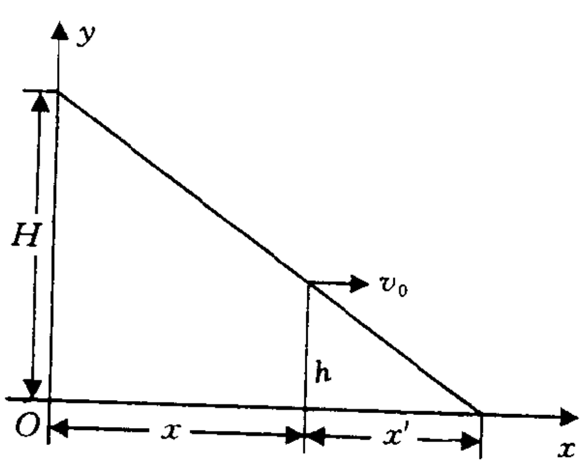

图 1-6

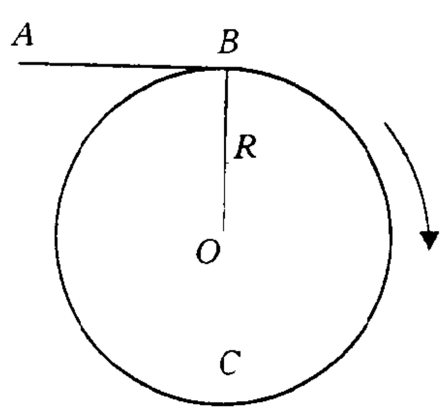

图 1-7

5. 如图 1-7 所示，一卷扬机的鼓轮自静止开始作匀角加速转动，水平绞索上的 A 点经 3 s 后到达鼓轮边缘上的 B 点处。已知 $\overline{AB} = 0.45$ m，鼓轮半径 $R = 0.5$ m。求 A 点到达最低点 C 时的速度与