

工程湍流流动、传热及 传质的数值模拟

倪浩清 沈永明 编著

中国水利水电出版社

内 容 提 要

本书详细讨论了水环境工程、冷却水工程和海洋工程中的工程湍流流动、传热和传质问题,特别是对湍浮力回流、湍浮力环流、单流体流、双流体流和单相流、两相流进行了近代的精细湍流模拟计算,为工程的优化布置、电厂效率提高提供了定量设计的有力工具。

本书共分七章:一章、四章、五章、七章为浮力回流、浮力环流的代数应力模式;深度平均全场模式;抛物化三维管道模式;准三维近海水质的模式。二章、三章、六章为浮力回流的双流体模式;气-水蒸发模式;液固两相流的湍流模式。结合电厂的冷却水工程和海洋工程进行了实例模拟计算。

本书内容新颖、概念清晰、论述详细,可供从事水环境、火电厂冷却水、石油、核电、工程热物理、流体力学、水力学、热能工程、航空及航天、冶金、化工等领域的设计与研究人员、高校教师、研究生作参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

工程湍流流动、传热及传质的数值模拟/倪浩清、沈永明编著。—北京:中国水利水电出版社,1996.4

ISBN 7-80124-133-9

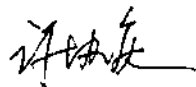
I. 工… II. ①倪…②沈… III. ①湍流流动—数值模拟②湍流传热—数值模拟③湍流传质—数值模拟 N. TK124

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 02868 号

书 名	工程湍流流动、传热及传质的数值模拟
作 者	倪浩清 沈永明 编著
出版、发行	中国水利水电出版社(北京市三里河路6号 100044)
经 售	全国各地新华书店
排 版	廊坊市双英打字社
印 刷	北京市朝阳区小红门印刷厂
规 格	787×1092毫米 16开本 11.50印张 271千字 插页2页
版 次	1996年7月第一版 1996年7月北京第一次印刷
印 数	0001—1000册
定 价	27.00元

序

本书作者倪浩清教授，在中国水利水电科学研究院冷却水所，近10余年来，结合水环境工程、冷却水工程和海洋工程开展了工程湍流流动、传热和传质的数值模拟研究。在国内外学术刊物和会议上先后发表了30余篇论文，得到了国内外学术界的肯定和好评，曾荣获：能源部科学技术进步一等奖一次；电力工业部科学技术进步一等奖一次；能源部科学技术进步二等奖一次；水利电力部科学技术进步三等奖三次。在水利电力科学技术的发展工作中做出了重大贡献。他的学术贡献在这本专著里已有所反映。沈永明副教授协助倪浩清教授为完成此专著付出了艰苦的劳动。作者积多年研究经验，写成了《工程湍流流动、传热及传质的数值模拟》这一专著，我认为这是一本好书，愿在此推荐给广大读者。



1995年11月于北京中国水利水电科学研究院

前 言

近十多年来,湍流模式理论研究有了很大进展,应用湍流模式理论进行模拟计算实际工程问题的人越来越多。湍流模式可以分为两类:一类是有效粘性模式,它的基本出发点是 Boussinesq 假定或混合长度理论;另一类是我国周培源教授早在 30 年代末、40 年代初所提出的著名的 17 方程理论,在世界上首次建立了一般湍流的雷诺应力的输运方程,在国际上产生了重大影响,并获得高度评价,他由此被公认为湍流模式的奠基人。1951 年联邦德国的 Rotta 发展了周培源所开创的工作,提出了完整的雷诺应力模式。他们的工作现在被认为是二阶封闭模式为主的现代湍流模式理论的最早的奠基性工作。这两种模式在工程应用中,前者发展较快。现有的有效粘性模式,最具有代表性的和广为人们所接受的首推 $k-\epsilon$ 双方程湍流模式,这个模式先后由周培源 (1945), Davidov (1961), Harlow-Nakayama (1968), Jonas-Launder (1972) 提出来的,多年来,已得到广泛的应用。大量预报及其与不同实验结果的对照,该模式可以完成或基本上成功地用于以下几种情况:无浮力平面射流;平壁边界层;管流、通道流或喷管内流动;无旋及弱旋的二维及三维回流流动。 $k-\epsilon$ 双方程模式用于以下几种情况则遇到较大问题或者说不成功:强旋流(旋流数大于 1);浮力流;重力分层流;曲壁边界层;低 R_t 数流动;圆射流。80 年代初美国爱依华大学陈景仁教授应中国水利水电科学研究院林秉南院长邀请,来华讲授了现代湍流模式理论及其数值模拟计算。陈教授精辟地分析了湍流模式理论研究的过去、现状及未来的发展,由浅入深,诙谐有趣,最精彩的是他介绍了由周培源 (1945)、Rotta (1951)、Daly 和 Harlow (1970)、Donaldson 及其同事 (1972、1976)、Launder 及其同事 (1975、1978、1980) 先后用了几十年时间才提出了的二阶封闭模式理论,称之为现代雷诺应力湍流理论模式。这一模式的优点是可准确地考虑各向异性效应如浮力效应,旋转效应,曲率效应,二次流效应等,因而在不少情况下预报流动效果优于 $k-\epsilon$ 双流体模式。另一方面此模式对工程应用而言尚嫌过于繁杂,发展较慢,所需计算时间长,耗资大。实际经验表明,用雷诺应力模式计算流场时,经常发生由于初始条件给的不合适,在计算过程中出现负的湍流动能,因此认为此模式中压强应变项模拟论据尚不充分,不能满足可实现性条件,有待今后改进。但现在可以预测,随着计算技术的发展及其模式改进,在今后的十余年内,工程上解决湍流问题主要依靠雷诺应力方程的湍流模式。正基于上述情况,80 年代初, Rodi 提出了一种折衷方案,即所谓代数应力模式 (ASM),试图将通用性和经济性加以调和。作者在 Rodi 提出的代数应力模式基础上,进一步的作了简化工作,通过水槽实验验证,证明这一模式是当前研究浮力回流,温差异重流,弯道二次流及浮力旋流的一种较为通用模式。该模式计算简单,经济易行,已在实际的冷却水工程,水环境工程及水利工程中应用。

本书是作者在中国水利水电科学研究院冷却水研究所近 15 年来专为研究火、核电厂的冷却水工程、水环境工程及水利工程等的专业的基础上,对工程湍流流动、传热及传质进行了一系列模拟计算,特别是代数应力湍流模式、浮回流的双流体模式及液固两相流模式紧密结合工程作了探讨,获得了成功。作者所提出的扩展的 $k-\epsilon$ 双方程模式也大都已付诸实施。

作者在撰写本书时要衷心感谢十多年来清华大学工程力学系周力行、林文漪两位教授，对模式理论及其模拟计算与我们紧密合作，真诚相助，获益非浅。感谢我的同事和学生张雅琪工程师、王能家博士、李振海高级工程师、阳昌陆博士、邹志军硕士、付云飞硕士、周俊洋付教授等，他们在第一作者的指导下为发展工程湍流的数值模拟计算作出了贡献，他们的工作充实了本书的内容。

作者要真挚地感谢我国水利、水电工程界老前辈、工程湍流流动与其数值模拟计算的倡导者与支持者林秉南院士、教授。作者还要对冷却水所创始人陈惠泉教授表示由衷的感谢，感谢他对本课题的建立、近代湍流全场模式与其验证试验的关注指导。

最后，我要以最诚挚态度，欢迎读者们对本书提出宝贵的批评意见，使今后不断加以充实和改进。

作 者

1995 年 6 月于中国水利水电科学研究院

符号说明

英文符号

A —流场通用变量; 面积
 $\vec{A}$ —面积矢量
 A_i —分潮 i 的振幅
 A_{ij} —应力对流项的非导数部分
 A_{bc} —网格边界面积
 ASM —代数应力模式
 $\vec{a}$ —单元体上面积矢量 ($=\sum_a \vec{n}_a$)
 a_n — U_P 控制体的北面积

 B —浮力
 b —Bowen 比系数; 通用物理变量
 b_i —单位质量所受体积力分量

 C —物质浓度; 对流项
 C_i —对流系数
 c —谢才系数
 c_f —摩擦系数
 c_P —定压比热
 c_p —水的比热
 c_{pl} —水汽等压比热
 c_{pz} —空气等压比热
 c_{pL} —水的定压比热
 $c_\mu, c_{u1}, c_\epsilon$ —经验常数
 $\frac{g}{c^2}$ —可调整的无因次数

 D —分子扩散系数; 宽度
 $D_{ij, T}$ —水的涡动热流散系数
 D_{ij, v_i} —流散系数
 $D_{ij, \Phi}$ — Φ 变量的流散系数
 D_T —湍流总扩散系数
 DSM —雷诺应力方程模式
 d —平均水深; 直径
 $d\Omega$ —某一单元上微分体积

 E —蒸发量; 光滑墙壁粗糙度系数; 东
 e_a —水面上方的空气水汽分压
 e_s —相应于水面湿度的饱和水汽压

F_M —Magnus 力
 F_S —Saffman 力; 平均组分质量分数
 f —coriolis (柯氏) 系数 (北半球 $f=2\omega\sin\varphi$)
 f_i —单位质量所受的体积力分量 (包括重力和柯氏力)

 G —总质量流; 质量流率; 结点
 G_k —湍动能产生项
 G_{ij} —浮力产生项
 G_{kv} —湍动能产生项的深度平均特性所带来的新的源项
 G_{wv} —湍动能耗散率产生项的深度平均特性所带来的新的源项
 g —重力加速度
 g_{1w}, g_{2w} —分界面物质流
 g_i —分潮 i 的迟角

 H —水体总体深度; 水深; 热交换项; 拉梅系数
 H_m —无量纲系数
 h —混合气体的焓; 水深零点高程

 J_{1w} —水汽分子扩散流
 J_{2w} —空气分子扩散流

 K_s —水面综合散热系数
 K_ϕ —无量纲系数
 k —湍流动能; k 相
 $k-\epsilon$ —湍流动能和其耗散率的双方程模式

 L —潜热
 $Leibnitz$ 公式—莱布尼兹公式
 l —湍流尺度; 长度; 层流

 M_k — k 组频率每个颗粒的时均质量
 m_k — k 组频率每个颗粒的体平均质量

 N_k — k 种颗粒的时均数密度

Navier—Stokes 方程—N—S 方程

N_u —Nuselt 数

$\vec{n}_s$ —表面处法向矢量

n_k — k 种颗粒的体平均数密度

P —时均压强

P^* —流体时均动压强

$\bar{P}$ —全水深平均压强

P_B —给定边边界压强

P_{ij} —应力产生项

P_i —湍动流产生项

P_f —浮力产生项

$P_{r,i}$ —湍流普朗特数

p —大气压强；压强

p^* —流体动压强

p^0 —静止均匀流体产生的静压强

Q —流量，循环水量

Q_A —颗粒表面热效应

$Q_{k,i}$ —各颗粒与流体间对流传热

Q_{ra} —颗粒辐射热

q_e —蒸发潜热

q_R —单位时间内辐射到系统内单位质量流体上热量

q_r —流体辐射热

q_t —总热流

q_{tr} —水的涡动热流散系数

$\bar{q}_{t-A}^*$ —水体向底面散发的湍动能 k

$\bar{q}_{tr}^*$ —水体向大气散发的湍动能 k

$\bar{q}_{t-A}^*$ —水体向底面散发的 ϵ

$\bar{q}_{tr}^*$ —水体向水面和大气散发的 ϵ

Re —雷诺数 (Reynold 数)

RH—相对湿度

S —盐度；表面；分层参数

S_A —气相 (流体) 均自身源项

$S_{k,i}$ —两相间的物质交换

S_P —线性化时截距 (常数)

$S_{p,A}$ —颗粒群造成的源项

S'_p —源项线性化时斜率

$\tilde{S}_p$ —非壁面源的其他源项

S_0 —源项，应力代数模式源项

$\tilde{S}$ —非壁面源的其他源项

T —温度；时均水温；体积平均水温

$\bar{T}$ —垂向深度平均水温

T'' —温度脉

T_S —水面温度

T_w —底壁水温

T_{w1} —环境水温

T_f —流体温度

T_p —颗粒温度

T_∞ —自然水温

TDMA—三对角线矩阵算法

U — x 向时间平均速度分量

U^* —特征速度

U_∞ —水面上方无穷远处气流速度

URF Φ —变量 Φ 的松弛因子

u^+ —壁面附近的速度

u_i — i 向脉动速度分量

$\tilde{u}_i$ — i 向瞬时速度分量

$\hat{V}$ —计算准速度

V_0 —容积；网格容积；积分体积

V_i — i 向时间平均速度分量

V_i —速度校正值

$\bar{V}_i$ — i 向水体深度平均速度分量

V_i^0 —估计速度

V_k —悬沙沉降速度

W —风速； z 向时间平均速度分量

W_p —颗粒在河床壁面处的沉降速度

$W_{a,p}$ —网格体积

w —颗粒物质的沉降速度；反应率；壁面

w_i —流体相中 i 组分反应率

$w_i Q_i$ —流体相单位体积中反应放热

x, y, z —坐标

Y_i —水汽质量相对浓度

Y_L —表面水汽浓度

Y_∞ —水面上方无穷远处水汽浓度

y^+ —无量纲距离 (壁函数)

希腊文符号

α —松弛因子; 蒸发系数
 α_f —相间(动量)摩擦系数
 α_s —相变中 s 组分的贡献分数
 β —体积膨胀系数, 流体热膨胀系数

Γ_0 —容积分数的扩散系数
 Γ_{wf} —壁面有效交换系数
 Γ_x — x 方向输运系数
 Γ_y — y 方向输运系数
 γ —无因次应力系数

ΔK —综合散热系数增量
 ΔT —水气温差
 ΔT_v —虚温差
 δ —壁面到邻近结点的距离
 δ_s —网格尺度
 δ_j —单位张量

ϵ —湍流动能的耗散率
 ϵ_p — ϵ 方程的壁面函数

θ —风向与 x_i 方向之间夹角

κ —Kármán 常数

λ —水的层流导热系数
 λ_T —湍流导热系数, 湍流热扩散系数

μ —分子粘性系数; 动力粘性系数
 $\bar{\mu}$ —水体深度平均的动力粘性系数
 μ_e —有效粘性系数
 μ_l —水的层流粘性系数
 μ_T —湍流动力粘性系数

ν —分子运动粘性系数; 分子粘性系数
 ν_l —分子层流运动粘性系数
 ν_e —有效运动粘性系数
 ν_T —涡粘性系数; 湍流引起的湍流扩散系数

Π_i —压强应变项

ρ —密度; 空气密度; 流体相视密度
 $\rho_i V_i$ —蒸发率; 蒸发流

Σ —求和
 ΣSm —物质迁移过程中生物化学转化过程的源、汇项

σ —Stefan-Boltzmon 系数
 σ_T —湍流 Prandtl 数
 σ_k —湍动能 Prandtl 数
 σ_ϵ —湍动能耗散率 Prandtl 数

τ_{ij} —雷诺应力
 τ_{rt} —颗粒弛豫时间
 τ_w —壁面剪应力

Φ —通用时均因变量; 容积分数
 Φ_k — k 相容积分数
 Φ_k^* —未经归一化 k 相容积分数
 φ —所在地纬度; 通用脉动因变量
 $\hat{\varphi}$ —瞬时通用因变量

Ω —柯氏系数 ($\Omega = 2\omega \sin\varphi$); 单元体体积
 Ω_i — i 向涡强度
 ω —地球自转角速度
 ω_i —分潮 i 的角频率

计算符号

“[[]]”—取二者之中的大者

目 录

序

前 言

符号说明

第一章 浮力回流湍流模式及其在冷却水工程中的应用	1
一、引言	1
二、湍流流动的随机瞬时值方程和湍流模拟的原则	2
三、湍流分析中的平均概念	3
四、 $k-\epsilon$ 双方程模式	6
五、Reynolds 应力方程模式 (DSM)	12
六、代数应力模式 (ASM)	18
参考文献	24
第二章 湍浮力回流的双流体模式	25
一、导论	25
二、数学物理模式	31
三、模式方程组的简化途径与数值方法	40
四、模式的检验与结果分析	56
五、评价	59
参考文献	60
第三章 有蒸发的气-水湍流流动模式	61
一、前言	61
二、水面蒸发的机理及 Stefan 流	63
三、数学模式的建立	64
四、方程的离散化	69
五、差分方程的求解	76
六、SIMPLE 算法	82
七、解题步骤	83
八、计算结果分析	84
九、结束语	92
参考文献	93
第四章 深度平均的湍流全场水环境新模式及其在大水域冷却池中的应用	94
一、前言	94
二、全场模式	95
三、数值计算方法、隔离区处理	104
四、计算结果分析	114
五、结语	114
参考文献	115
第五章 明渠弯道中三维浮力湍流流动的数值模拟	116
一、前言	116
二、模式与基本方程	116

三、计算对象和数值解法	119
四、计算结果分析	119
五、结语	123
参考文献	124
附录 明渠弯道环境流体力学的几种改进湍流模式	125
第六章 河口悬沙冲淤问题的湍流液—固两相流动的数值模拟	144
一、文献评述和本文任务	144
二、挟沙水流的湍流液—固两相流动理论	146
三、某工程煤码头附近水域悬沙冲淤问题的湍流液—固两相流动的数值模拟	149
四、数值模拟结果及分析	156
五、结论	161
参考文献	162
附录 湍流两相流基本守恒方程组	163
第七章 近海环境准三维湍流流动和水质的精细模拟	167
一、引言	167
二、数学模式	167
三、数值计算及结果分析	169
四、结语	176
参考文献	176

第一章 浮力回流湍流模式及其在冷却水工程中的应用

一、引言

湍流是对空间不规则和对时间无秩序的一种非线性的流体运动。这种运动表现出来非常复杂的流动状态。百余年来,世界上不少学者为了探索其中奥秘,花费了巨大精力,创造了一些实际可用的湍流模式理论和湍流统计理论,特别值得指出的是,我国周培源教授研究湍流逾 60 年,为之作出了举世公认的突出贡献。早在 30 年代末、40 年代初,他提出的著名的剪切湍流 17 方程理论^[1],在世界上首次建立了一般湍流的 Reynolds 应力所满足的输运微分方程组,在国际上产生了重大影响并获得高度评价,他由此被公推为湍流模式的奠基人。1950 年为了克服描述湍流方程不封闭而另辟蹊径,他从弄清湍流本身内部结构的物理本质着手,提出先解方程后平均的湍流理论。50 年代末,他完善和发展了湍流相似理论,80 年代中又把它应用到模式理论中去,获得了巨大成功。1951 年联邦德国的 Rotta 发展了周培源所开创的工作,提出了完整的雷诺应力模式。他们的工作现在被认为是以二阶封闭模式为主的现代湍流模式理论的最早的奠基性工作。由于当时计算手段的限制,他们所建立的十分复杂的方程组还没有实际求解的可能。因此,他们的工作被冷落了几十年。60 年代以后,由于计算机技术与数值方法的飞跃发展,周培源等人的理论才重新获得了生命力。20 多年来,种类繁多的湍流模式以及各种湍流模式的检验、比较工作大量涌现。

前已述过,湍流是一种极其复杂的流动,近年来国内外许多研究者从不同角度对它的机理进行了研究,诸如:混沌^[2]、分形^[3]、重整化群^[4]的方法;切变湍流的拟序结构^[5];直接数值模拟^[6];大涡模拟^[7];概率密度分布函数模拟^[8]等等。这些湍流机理,有的概念虽然清晰、机理也较为完整,但由于所解的偏微分方程组过于庞大、复杂,所以距解决工程中实际问题为期甚远。其中最有帮助的是直接数值模拟和大涡模拟,尽管它们受到计算机速度与容量限制,但它们的结果可以用来检验各种湍流模式,特别有意义的是能提供很多在实验上目前还无法测量的量。总的来说,工程中最常用的方法仍然是湍流模式。当前,我们需要发展多重尺度模式;改进 $k-\epsilon$ 双方程中各向同性问题;研究逆梯度现象及非线性湍流模式的模拟问题;紧密结合工程中湍流现象,对模式进一步合理的简化,便于工程实际应用。

模式理论的思想可追溯到 100 多年以前。1872 年 Boussinesq 就提出用涡粘性系数来模拟 Reynolds 应力

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \nu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.1.1)$$

直到第二次世界大战前,发展了一系列所谓半经验理论,其中包括得到最广泛应用的 Prandtl 混合长度理论,以及 Taylor, G. I. 的涡量转移理论和 Kármán, Th. von 的相似理论等。这些理论的基本思想都是建立于 Reynolds 应力的模式假设,使 Reynolds 平均运动方程得以封闭。由流场中各瞬时量的 $N-S$ 方程组出发,忽略脉动及输运系数脉动可得 Reynolds 平均值方程,或者考虑密度脉动可得 Favre 平均值方程。这样方程组就不能自行

封闭, 因为各湍流输运项 $-\rho \overline{u_i \varphi}$, 即 Reynolds 应力 $-\rho \overline{u_i u_j}$ 、Reynolds 扩散流 $-\rho \overline{u_j c_i}$ 、Reynolds 热流 $-\rho c_p \overline{u_i \theta}$ 以及湍流条件下统计平均反应项 W_i 的规律都是未知的。所谓湍流模式就是以 Reynolds 平均守恒方程中的湍流输运项的规律作出公设性的假定, 以使联立方程组封闭。假设二阶关联量与平均参数的梯度成比例, 变量中具有平均变量, 这种模式称为一阶模式。湍流应力输运方程中, 对三阶关联量采用模拟公式, 变量包括平均变量梯度和二阶关联量, 这种模式即为二阶模式。目前采用的大多是一阶和二阶模式, 湍流模式的问题集中在如何应用模拟的方法求解未知的湍流有效粘性系数或者各个 Reynolds 应力分量的问题上。求得湍流输运项而无需增加偏微分方程的模式称为零方程模式, 增加一个湍流动能 k 偏微分方程的模式为单方程模式, 增加两个湍流量 k 及 ϵ 偏微方程的模式则为双方程的模式。近年来, 工程界非常关注工程湍流模式的研究 (着重考虑工程中的实际边界条件, 解决工程实际中的复杂湍流物理现象), 一个新的研究领域—流体流动、传热和传质的湍流模拟计算的新技术在世界各国正在迅速发展起来。本章主要评述、探讨那些应用广泛的双方程模式 ($k - \epsilon$)、雷诺应力模式 (DSM)、代数应力模式 (ASM)。

二、湍流流动的随机瞬时值方程和湍流模拟的原则

(一) 不可压缩的瞬态 Navier—Stokes 方程

连续方程

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.2.1)$$

三维动量方程

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t_i} + \tilde{u}_e \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_e} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_e^2} \quad (1.2.2)$$

三维旋度方程

$$\frac{D \tilde{\Omega}_i}{Dt} = \tilde{\Omega}_e \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_e} + \nu \nabla^2 \tilde{\Omega}_i \quad (1.2.3)$$

二维旋度方程

$$\frac{D \tilde{\Omega}_3}{Dt} = \nu \nabla^2 \tilde{\Omega}_3 \quad (1.2.4)$$

(二) 湍流模拟的原则

根据我们对湍流现象的了解以及建立封闭方程组的基本目的, 可以提出以下基本假设与原则作为建立湍流二阶封闭模式的依据:

- (1) 平均了的 $N - S$ 方程与脉动运动方程是我们基本出发点。
- (2) 所有湍流输运量都是 Reynolds 应力、湍流动能、湍动能的耗散率、平均流动的变量和热力学变量的局部函数 ($\overline{u_i u_j}, k, \epsilon, U_i, \rho, P, T$)。
- (3) 所有被模拟的项在模拟以后的形式必须与原项有相同量纲。
- (4) 被模拟后的形式必须与原项相同的数学特性, 例如对称性、置换性、迹为零等。
- (5) 可实现性条件是构造通用湍流模式的一个极端重要有效的约束条件。这个条件最早针对雷诺应力提出的。Schumann 指出, 不管用什么方程或方法计算雷诺应力 $\overline{u_i u_j}$ 都必须

保证三个正应力的值不为负,非对角线上的分量满足 Schwarz 不等式 $(\overline{u_1 u_2})^2 \leq \overline{u_1^2} \cdot \overline{u_2^2}$ 。以后 Lumiey 把它推广,用于标量方差和通量模式的建立。

(6) 小的湍流涡是各向同性的。

(7) 满足不变性原则。模式表述式与坐标系的选择无关,当坐标系作伽利略变换时,模式与待模拟的量按相同的规律变化。

(8) 湍流各种尺度或者可用 (k, ϵ) 表示,如 $u = \sqrt{k}, l = k^{3/2}/\epsilon, t = k/\epsilon$ (特别是对于那些主要由大尺度涡决定的性质),或者可用 (ϵ, ν) 表示,即 $v = (\nu\epsilon)^{1/4}, \eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}, t = (\nu/\epsilon)^{1/2}$,后者仅用于由小尺度涡决定的性质。

(9) 所有湍流模式的模数都要通过实验验证加以确定。

应该注意,如果一个模式是较为完备的,那么这个湍流模式的模数相对于湍流条件和几何特性来说是唯一的和不变的。然而,现在还没有这样一个较为通用的模式。因此,在上述假定条件下,产生了许多湍流模式,诸如:高雷诺数模式^[9,10],低雷诺数模式^[11,12],近壁湍流模式^[13],双尺度湍流模式^[14]等等。一些模式作了特定调正而一些模式试图放宽上述假定。例如修改假定(6)、(8)可以考虑湍流涡是各向异性的,把大小涡改成相应湍流涡大小的多重尺度。

三、湍流分析中的平均概念

分析湍流时常引进平均值的概念,如平均流速,平均压力等。因此,先解释一下如何引进平均值的问题,我们知道,表征湍流场的任一瞬时物理量 $\tilde{\varphi}$ ($\tilde{\varphi}$ 表示速度分量、压力、密度和温度)都是空间点和时间的随机函数即

$$\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}(x, y, z, t) \quad (1.3.1)$$

随机函数 $\tilde{\varphi}$ 具有以下性质:在一次试验中, $\tilde{\varphi}$ 随空间位置和时间变化是极不规则的;在相同条件下重复试验,每次试验所得函数 $\tilde{\varphi}$ 均不相同;在相同条件下重复多次试验,且对多次试验所得函数 $\tilde{\varphi}$ 进行统计平均,则平均值是一个确定的函数。

下面介绍三种基本的湍流统计平均法

(一) 时间平均法

设 $\tilde{\varphi}(x, y, z, t)$ 代表某一物理量的随机函数,定义 $\Phi^{(t)}$ 为随机函数 $\tilde{\varphi}$ 对时间的平均值(见图 1.3.1)

$$\Phi^{(t)}(x, y, z) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} \tilde{\varphi}(x, y, z, t) dt \quad (1.3.2)$$

其中, T 称为平均周期,它是一个常数。

时均法的平均值与平均的起始时刻 t_0 及时间间隔 T 无关,而且平均值不再是时间函数,因此,时均法只能用于湍流定常流动。

引进物理量时间平均值后我们可将 $\tilde{\varphi}$ 进行雷诺分解

$$\tilde{\varphi} = \Phi + \varphi \quad (1.3.3)$$

式中, φ 为相对 Φ 的脉动值。

设: $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$ 为湍流中物理量的瞬时值; A, B, C 为物理量的时均值; a, b, c 为物理量的脉

动值, 则在准定常的均匀湍流场中具有以下时均运算规律。

(1) 时均量的平均值等于原来的时均值。

即

$$\overline{\overline{A}} = A \quad (1.3.4)$$

(2) 脉动量的平均值等于零, 即

$$\overline{\overline{a}} = 0 \quad (1.3.5)$$

(3) 瞬时物理量之和的平均值, 等于各个物理量平均值之和, 即

$$\overline{\overline{a} + \overline{b}} = A + B \quad (1.3.6)$$

(4) 时均物理量与脉动物理量之积的平均值等于零, 即

$$\overline{A\overline{b}} = 0; \quad \overline{B\overline{a}} = 0 \quad (1.3.7)$$

(5) 时均物理量与瞬时物理量之积的平均值等于两个时均物理量之积, 即

$$\overline{A\overline{b}} = AB; \quad \overline{A\overline{c}} = AC \quad (1.3.8)$$

(6) 两个瞬时物理量之积的平均值等于两个物理量之积的平均值之和, 即

$$\overline{\overline{ab}} = AB + \overline{a\overline{b}}; \quad \overline{\overline{ac}} = AC + \overline{a\overline{c}} \quad (1.3.9)$$

推论

$$\overline{\overline{abc}} = ABC + A\overline{\overline{bc}} + B\overline{\overline{ac}} + C\overline{\overline{ab}} + \overline{\overline{abc}} \quad (1.3.10)$$

(7) 瞬时物理量对空间坐标各阶导数的平均值, 等于时均物理量对同一坐标的各阶导数值, 即

$$\overline{\frac{\partial \overline{a}}{\partial x_i}} = \frac{\partial A}{\partial x_i}; \quad \overline{\frac{\partial^2 \overline{a}}{\partial x_i^2}} = \frac{\partial^2 A}{\partial x_i^2} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.3.11)$$

推论: 脉动量对空间坐标各阶导数的平均值等于零, 即

$$\overline{\frac{\partial \overline{a}}{\partial x_i}} = 0; \quad \overline{\frac{\partial^2 \overline{a}}{\partial x_i^2}} = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.3.12)$$

(8) 瞬时物理量对时间导数的平均值, 等于时均物理量对时间导数, 即

$$\overline{\frac{\partial \overline{a}}{\partial t}} = \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1.3.13)$$

在准定常条件下

$$\frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (1.3.14)$$

(二) 体积平均

表征湍流流场的物理量不仅对时间是随机变化的, 其在空间的分布也是随机性的。定义湍流的物理量 $\overline{\phi}$ 沿 x 轴的一维平均值 (简称 x -均值, 见图 1.3.2) 为

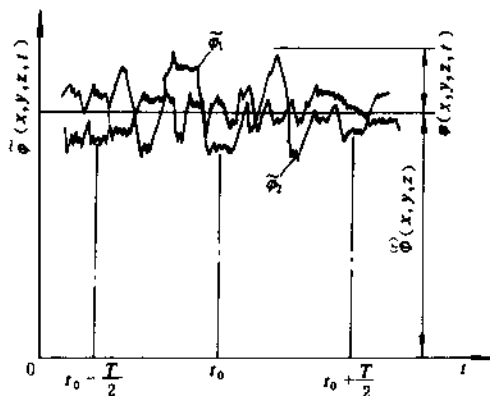


图 1.3.1 时间平均

$$\bar{\Phi}^{(r)}(T) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{x_0-L/2}^{x_0+L/2} \tilde{\varphi}(\xi, t) d\xi \quad (1.3.15)$$

式中, x_0 为任意的起始位置; L 为足够长的距离。

如果考虑到随机变量 $\tilde{\varphi}$ 的三维性, 不难把上式定义的 x - 均值推广到三维空间去。这时, 定义体积平均值 (简称体均值) 为

$$\bar{\Phi}^{(r)}(T) = \lim_{V_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{V_0} \iiint_{V_0} \tilde{\varphi}(\xi_1, \xi_2, \xi_3, t_0) d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (1.3.16)$$

这里 V_0 应理解为包含空间点 (x_1, x_2, x_3) 的足够大体积。严格地说, 体均值只适用于“均匀的”湍流场或者说体积平均方法适用于均匀的湍流场 (均匀的不定场湍流场)。体均值要求与积分体积 V_0 的大小及 V_0 所处的坐标位置无关, 因此严格来说, 体均法只适用描述对体均值而言的均匀的湍流场。

(三) 统计平均法 (或概率平均法或综合平均法)

对于一般的不定常非均匀湍流可以采用随机变量的一般平均法即统计平均法。统计平均法的出发点将重复多次的试验结果做算术平均, 即

$$\bar{\Phi}_i^{(p)}(x, y, z, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N F_i^{(k)}(x_1, x_2, x_3, t) \quad (1.3.17)$$

式中, $F_i^{(k)}$ 为 k 次试验的物理量分布函数, N 为重复次数。由于问题的随机性, 因此只要 N 是足够大, 上述平均函数必然趋向某一确定的函数。上式又可写成概率分布的形式

$$\bar{\Phi}_i^{(p)}(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\varphi}_i p(\tilde{\varphi}_i) d\tilde{\varphi}_i \quad (1.3.18)$$

由概率论中各态历经定理可知, 一个随机变量在重复多次试验中出现的所有可能值, 也会在相当长时间内 (或相当大空间范围内) 一次试验中出现许多次, 并且具有相同概率, 因而在时间上定常, 在空间上均匀的湍流运动, 各种物理量按上述三种平均法所得结果必然相同, 即

$$\bar{\Phi}_i^{(t)} = \bar{\Phi}_i^{(r)} = \bar{\Phi}_i^{(p)} \quad (1.3.19)$$

定常和均匀湍流具有上述特征, 因而在统计湍流理论中普遍采用统计平均法进行理论研究, 用时间平均法来进行校验。

对于非定常的或非均匀的湍流场, 只要选取适当的特征时间 T 或特征长度 L , 并且满足条件: $\tau_{pm} \ll T \ll T_{um}$ 或 $\lambda \ll L \ll \Lambda$ (τ_{pm}, λ 为湍流脉动的特征时间尺度和长度尺度; T_{um} 为流场非定常性的特征时间; Λ 为流场非均匀性的特征长度), 那末在 T 尺度或 L 尺度中, 时间平均值随时间变化或空间平均值随空间变化, 可以忽略, 湍流也是各态历经的, 三种平均值也是接近相等的。这样, 时间平均法就可推广到非定常的或非均匀的湍流场中。

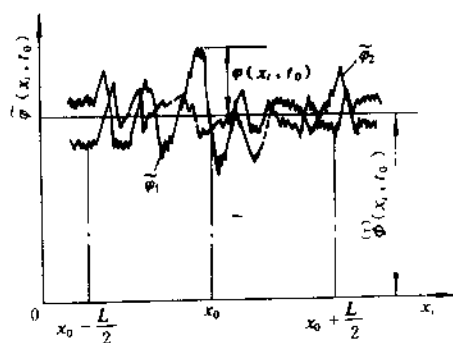


图 1.3.2 空间平均

四、 $k-\epsilon$ 双方程模式

Launder, B. E., 和 Spalding, D. B., 在文献 [15] 中指出, $k-\epsilon$ 双方程模式先后是由周培源 (1945), Davidov (1961), Harlow-Nakayama (1968), Jones-Launder (1972) 提出来的, 在所有各种双方程模式中, $k-\epsilon$ 双方程模式的应用及经受的检验最为普遍。

(一) 雷诺时均方程组

Reynolds 认为湍流的瞬时速度场满足 $N-S$ 方程。按这个观点, 他首先建立了湍流时均方程组。Reynolds 本人所采用是时均法, 而时均法在各态遍历的意义来说是统计方法上的特殊形式。本节推导公式时采用统计平均方法而不附加时均条件, 这样就可得到不定常非均匀的湍流平均运动方程。

最一般情况下, 有传热及反应的单相多组分流体瞬时守恒分程组为连续方程

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (1.4.1)$$

动量方程 ($N-S$ 方程)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} \right) - \tilde{\rho} g_i \beta \tilde{T} \quad (1.4.2)$$

式中, β 为体积膨胀系数, $\beta = \frac{1}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{T}}$

能量方程 (低马赫数, 各成分比热相近)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\rho} \tilde{T}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\rho} \tilde{u}_j \tilde{T}) = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_T} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) + \frac{2}{c_p} \tilde{w}_i \tilde{q}_i - \frac{1}{c_p} \tilde{q}_r \quad (1.4.3)$$

式中, $\tilde{w}_i, \tilde{q}_i$ 为反应热项; $\tilde{w}_i$ 为组分反应率; $\tilde{q}_i$ 为该组分反应热; $\tilde{q}_r$ 为太阳对水体辐热。

组分方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\rho} \tilde{f}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\rho} \tilde{u}_j \tilde{f}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_T} \frac{\partial \tilde{f}_i}{\partial x_j} \right) - \tilde{w}_i \quad (1.4.4)$$

考虑到 $\tilde{\varphi} = \Phi + \varphi, \tilde{\Phi} = \Phi, \overline{\Phi\varphi} = 0, \overline{\varphi\varphi} \neq 0$ 则在忽略密度脉动时, 将各瞬时物理量分解为时均值及脉动值 (Reynolds 展开), 并取时间平均, 可得如下的 Reynolds 时均方程组

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j) = 0 \quad (1.4.5)$$

动量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j U_i) = & -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{u_j u_i}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right) \right] - \rho g_i \beta T \end{aligned} \quad (1.4.6)$$

能量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho \overline{u_j T'} \right) + \frac{1}{c_p} W, Q_s - \frac{1}{c_p} Q_r \quad (1.4.7)$$

状态方程

$$\rho = \rho(T) \quad (1.4.8)$$

组分方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho F_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j F_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D_i \rho \frac{\partial F_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_j f_i} \right) - W_i \quad (1.4.9)$$

以上 Reynolds 方程组是不封闭的, 因为其中表征湍流脉动引起的动量, 能量及浓度的二阶关联项即 $-\rho \overline{u_i u_j}$, $-\rho \overline{u_j T'}$, $-\rho \overline{u_j f_i}$ 以及湍流条件下统计平均的反应项 W_i 的规律都是未知的。它们分别称为雷诺应力, 雷诺热流, 雷诺物质流。如果直接求解湍流场中诸瞬时量的方程, 计算上需要惊人的机器容量, 目前还很难办到。湍流模式的任务就是通过表达式或输运方程用模拟办法来寻找这些未知关联项, 使方程组封闭。

(二) 湍流动能 k 及其耗散率 ϵ 的精确方程

湍流模式主要集中在如何应用模拟的方法求解未知的涡动运动粘性系数或各 Reynolds 应力分量的问题上, 目前采用的大多是一阶和二阶封闭的模拟模式, 而在每种模式中都需要有精确的 k, ϵ 方程进行封闭模拟。

1. k 方程

人们为了进一步改进湍流模式, 用求解 Reynolds 动量微分输运方程的方法来考虑湍流动能及其耗散率的输运方程。这个进展的重要一步是放弃脉动尺度与时均速度梯度之间的直接关联, 而由输运方程 k, ϵ 加以确定这种尺度, 用于涡动力粘性系数公式 ($\mu_T = c_\mu \rho k^2 / \epsilon$, c_μ 为经验常数)。

精确的湍流动能 k 方程可以从 $N-S$ 方程推出, 即首先将 i 分量的瞬时动量方程 (1.4.2) 的各项以瞬时速度 $\tilde{u}_i$ 相乘, 用 $\tilde{u}_i = U_i + u_i$, $\tilde{p} = P + p$, $\tilde{T} = T + T'$ 进行 Reynolds 分解, 并取时间平均得第一个方程, 同时将 i 分量的时均动量方程 (1.4.6) 的各项乘以 U_i 得第二个方程, 再将此两个方程相减得湍动能精确守恒方程为

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho k)}_{\text{变率项}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k)}_{\text{对流输运项}} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}[\delta_{ij} \overline{u_i p} + \rho \overline{u_j k}]}_{\text{扩散输运项}} \\ - \underbrace{\rho u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{P_k = \text{应力产生项}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu u_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]}_{\text{分子输运扩散项}} - \underbrace{\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\epsilon = \text{耗散项}} - \underbrace{\rho g \beta \overline{T' u_i}}_{P_b = \text{浮力项}} \quad (1.4.10)$$

该方程意味着湍流动能 k 的时间变率被许多物理过程所平衡, 这里将予以详细讨论。湍流动能主要由 Reynolds 应力及时均速度梯度的相互作用, 即方程 (1.4.10) 中的 P_k 项产生。该项代表了动能从平均运动到湍流运动的转变。在平均运动的动能 $U_i U_i / 2$ 方程中也有这项, 但符号相反, 起汇的作用。在有浮力作用的情况下, 根据系统势能的改变, 湍流动能即能被产生、也能被抑制。这一过程由方程 (1.4.10) 中的浮力产生项或抑制项 P_b 所体现。在稳定分层情况下, P_b 为负, k 减小, 因湍流衰减, 系统的势能增加; 在不稳定分层情况下, P_b 为正, 以势能的减小为代价而产生动能。方程 (1.4.10) 中的耗散项反映了通过粘性作用