

● 非线性科学丛书 ●

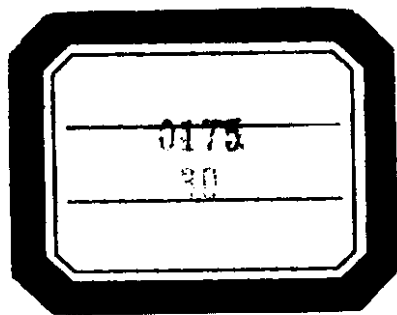
复杂性动力系统

谢惠民 著



上海科技教育出版社

本书出版由上海市新闻出版局
学术著作出版基金资助



1736014

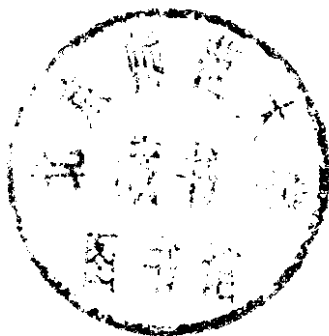
非线性科学丛书

复杂性与动力系统

谢惠民 著

郝柏林 郑应平 审阅

741180/25



上海科技教育出版社



B1029242

内 容 提 要

本书是“非线性科学丛书”中的一种。本书较多地应用计算机科学理论中的形式语言工具,来研究动力系统中的复杂性,也介绍了拓扑熵、柯尔莫哥洛夫复杂性等其他刻画复杂性的方法,最后还介绍了单个序列的复杂性刻画在动力系统研究中的应用。本书可供理工科大学教师、高年级学生、研究生、博士后阅读,也可供自然科学和工程技术领域中的研究人员参考。

本书由郝柏林、郑应平审阅。

非线性科学丛书

复杂性与动力系统

谢惠民 著

郝柏林 郑应平 审阅

上海科技教育出版社出版发行

(上海市冠生园路393号)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 8.5 字数 205,000

1994年8月第1版 1995年8月第2次印刷

印数 3201--6200本

ISBN 7-5428-0899-0/O·49 定价: (精装本) 15.80元

Advanced Series In Nonlinear Science

Complexity and Dynamical Systems

Xie Huimin

Mathematics Department, Suzhou University
Suzhou 215006, China

Shanghai Scientific and Technological Education
Publishing House, SHANGHAI, 1994

非线性科学丛书编辑委员会

主 编：郝柏林

副主编：郑伟谋 吴智仁

编 委：（按姓氏笔画为序）

丁鄂江	文志英	朱照宣
刘式达	刘寄星	孙义燧
杨清建	李邦河	张洪钧
张景中	陈式刚	周作领
赵凯华	胡 岗	顾 雁
倪皖荪	徐京华	郭柏灵
陶瑞宝	谢惠民	蒲富恪
霍裕平	魏荣爵	

出版说明

现代自然科学和技术的发展，正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科，与日新月异的新技术相结合，使用数值、解析和图形并举的计算机方法，推出了横跨多种学科门类的新兴领域。这种发展的一个重要特征，可以概括为“非”字当头，即出现了以“非”字起首而命名的一系列新方向和新领域。其中，非线性科学占有极其重要的位置。这决非人们“想入非非”，而是反映了人类对自然界认识过程的螺旋式上升。

曾几何时，非线性还被人们当作个性极强，无从逾越的难题。每一个具体问题似乎都要求发明特殊的算法，运用新颖的技巧。诚然，力学和数学早就知道一批可以精确求解的非线性方程，物理学也曾经严格地解决过少数非平庸的模型。不过，这些都曾是稀如凤毛麟角的“手工艺”珍品，人们还没有悟出它们的普遍启示，也没有看到它们之间的内在联系。

20世纪60年代中期，事情从非线性现象的两个极端同时发生变化。一方面，描述浅水波运动的一个偏微分方程的数值计算，揭示了方程的解具有出奇的稳定和保守性质。这启发人们找到了求解一大类非线性偏微分方程的普遍途径，即所谓“反散射”方法。反散射方法大为扩展了哈密顿力学中原有的可积性概念，反映了这类方程内秉的对称和保守性质。到了80年代，反散射方法推广到量子问题，发现了可积问题与统计物理中严格可解模型的联系。

60年代初期还证明了关于弱不可积保守系统普遍性质的KAM定理。于是,非线性问题的可积的极端便清楚勾划出来,成为一个广泛的研究领域。虽然这里的大多数进展还只限于时空维数较低的系统,但它对非线性科学发展的促进作用是不可估量的。

另一方面,在“不可积”的极端,对KAM定理条件的“反面文章”,揭示了保守力学系统中随机性运动的普遍性,而在耗散系统中则发现了一批奇怪吸引子和混沌运动的实例。这些研究迅速地融成一片,一些早年被认为是病态的特例也在新的观点下重新认识。原来不含有任何外来随机因素的完全确定论的数学模型或物理系统,其长时间行为可能对初值的细微变化十分敏感,同投掷骰子一样地随机和不可预测。然而,混沌不是无序,它可能包含着丰富的内部结构。

同时,由于计算科学特别是图形技术的长足进步,人们得以理解和模拟出许多过去无从下手研究的复杂现象。从随机与结构共存的湍流图象,到自然界中各种图样花纹的选择与生长,以及生物形态的发生过程,都开始展现出其内在的规律。如果说,混沌现象主要是非线性系统的时间演化行为,则这些复杂系统要研究的是非线性地耦合到一起的大量单元或子系统的空间组织或时空过程。标度变换下的不变性、分形几何学和重正化群技术在这里起着重要作用。

在由上述种种方面汇成的非线性科学洪流中,许多非线性数学中早已成熟的概念和方法开始向其他学科扩散,同时也提出了新的深刻的数学问题。物理学中关于对称和守恒,对称破缺,相变和重正化群的思想,也在日益增多的新领域中找到应用。“非线性”一词曾经是数学中用以区别于“线性”问题的术语,非线性科学正在成为跨学科的研究前沿。各门传统学科中都有自己的非线性篇章,非线性科学却不是这些篇章的总和。非线性科学揭示各种非线性现象的共性,发展处理它们的普适方法。

这样迅猛发展的跨学科领域,很难设想用少数专著加以概括,

何况学科发展的不少方面还未成熟到足以总结成书的地步。于是,有了动员在前沿工作的教学和研究人員,以集体力量撰写一套“非线性科学丛书”的想法。在上海科技教育出版社的大力支持下,这一计划得以付诸实现。

这套“非线性科学丛书”不是高级科普,也不是大块专著。它将致力于反映非线性科学各个方面的基本内容和最新进展,帮助大学高年级学生、研究生、博士后人員和青年教师迅速进入这一跨学科的新领域,同时为传统自然科学和工程技术领域中的研究和教学人員更新知识提供自学教材。非线性科学的全貌将由整套丛书刻划,每册努力讲清一个主题,一个侧面,而不求面面俱到,以免失之过泛。在写作风格上,作者們将努力深入浅出,图文并茂,文献丰富;力求有实质内容,无空洞议论,以真刀真枪脚踏实地武装读者。从读者方面,自然要求具备理工科大学本科的数学基础,和读书时自己主动思索与推导的习惯。

“非线性科学丛书”的成功,取决于读者和作者的支持。我们衷心欢迎批评和建议。

郝柏林

1992年4月30日于北京中关村

前 言

研究复杂性的根本目的，是要为认识自然界中的各种复杂现象提供统一的方法和工具。我们不知道这样的目的能否实现，但当前以复杂性为题目的文章和论文集的数量正在与日俱增这是一个明显的事实。本书的目的，是就我们所知道的关于序列复杂性的部分研究作概括性介绍，其中也包括我们自己的工作。限于著者的所知，本书不可能对当前所有关于复杂性的研究作包罗万象的介绍，所列文献也必有很多遗漏，希望读者谅解。

本书共分七章。由于形式语言是大部分章节必不可少的基本工具，第1章中专门作了介绍。这里要说明一下，形式语言实际上并不如它的名字本身那样抽象。形式语言就是符号序列的一个集合。凡是需要使用符号序列的地方，都有可能应用形式语言方法来解决某些问题。

第2章到第4章是一个单元，即用形式语言工具对单峰映射的种种动力学行为进行复杂性分析。对其中的一些较长的数学证明，写成书末的附录A、B和C。这个单元的总观点可以说是：以单峰映射为模型，证明了形式语言方法在复杂性研究中有可能成为一个非常有力的工具，同时说明，在符号动力学基础上应用形式语言方法是一个很自然的发展。

第5章从语言中字的多样性角度引入熵，又从语言中不允许出现的禁止字角度研究语言本身。这里强调指出，对于动力系统中出现的形式语言，禁止字方法可能是一个很有希望的工具。

第6章运用前面介绍的各种方法对元胞自动机作一个引论性质的叙述。这方面的复杂性问题的比单峰映射要困难得多，因而也更有前途。

第7章与前面各章均不相同。如果说前面各章是以动力系统中出现的符号序列的集合作为研究对象,那么,第7章则以单个符号序列为研究对象。其中介绍了在单个序列的复杂性刻划中的困难和已有的方法。这里的问题提法具有重要的实际意义。同时,书中介绍了单个序列的复杂性刻划在动力系统研究中的应用。此外,本章也需要引用第1章中关于无限自动机的预备知识。

本书的主要内容基于一年多来著者在苏州大学动力系统讨论班、研究生课和各次学术会议上作过的报告和讨论。曾得到许多同学、同事和专家的帮助和指正。

1991年11月郝柏林先生在访问苏州大学期间作了题为“谈谈复杂性的刻划”的报告。这个报告推动了著者和同事对复杂性的研究。在这以前,我们对本书中所谈的复杂性概念以及形式语言,可以说是一无所知的。因此,在完全确切的意义上说,没有郝柏林先生的那次访问,就不会有本书的写作与出版。

本书初稿完成之后,著者曾在中国科学院理论物理研究所、系统科学研究所、北京大学非线性科学中心和数学系的讨论班上介绍了书中的部分内容,在讨论中得到了许多启发和帮助。郝柏林和郑应平两位先生详细阅读了书稿,提出了许多宝贵意见,特此致谢。

谢惠民

1993年6月于苏州大学

Abstract

The complexities of dynamical systems are studied in this book. Its main tools are taken from the computer science, including formal languages and automata. Other methods, such as the topological entropy and Kolmogorov complexity, are also introduced. The last chapter is dedicated to characterize the complexity of a single sequence and its application to dynamical systems. No mathematical knowledge beyond calculus is required for reading it.

目 录

非线性科学丛书出版说明

前 言

第1章 形式语言与自动机	1
§ 1 有限自动机与正规语言	1
§ 1.1 有限自动机的构造	1
§ 1.2 关于形式语言的记号和概念	3
§ 1.3 有限自动机的数学定义及其推广	4
§ 1.4 状态转移图	6
§ 1.5 正规表达式	7
§ 1.6 右线性语法	9
§ 1.7 正规语言的泵引理	9
§ 1.8 自然等价关系 R_L	10
§ 1.9 封闭性质	12
§ 2 无限自动机	13
§ 2.1 一般性讨论	13
§ 2.2 下推自动机	14
§ 2.3 有两个堆栈的下推自动机	15
§ 2.4 图灵机	16
§ 2.5 递归语言与非递归可枚举语言	18
§ 2.6 线性有界自动机	19
§ 3 生成语法系统	20
§ 3.1 语言的乔姆斯基层次	20
§ 3.2 上下文无关语言的例子	22
§ 3.3 上下文无关语言的泵引理	23

§ 3.4 奥登引理	24
§ 3.5 关于 $\mathcal{L}_2$ 和 $\mathcal{L}_3$ 的两个定理	25
§ 3.6 上下文有关语言	26
§ 4 并行重写系统	29
§ 4.1 最简单的 L 系统	29
§ 4.2 OL、TOL 和 ETOL 系统	30
§ 4.3 语言类之间的关系	33
§ 4.4 关于 ETOL 的一些性质	34
§ 4.5 标号语言	35
第 2 章 区间映射与形式语言	38
§ 5 区间映射的符号动力学	38
§ 5.1 单峰映射	38
§ 5.2 符号动力学	40
§ 5.3 符号序列之间的序	42
§ 5.4 必要条件和充分条件	43
§ 6 形式语言的定义	45
§ 6.1 从允许字定义形式语言	45
§ 6.2 揉序列含符号 c 的情况	47
§ 6.3 周期允许字与周期轨	48
§ 6.4 由语言确定揉序列	50
§ 6.5 语言定义的修改	50
§ 6.6 语言定义的另一种修改	51
第 3 章 区间映射中的正规语言	53
§ 7 关于语言的一般性讨论	54
§ 7.1 关于满射情况的讨论	54
§ 7.2 两个简单例子	56
§ 7.3 关于正规语言的一般问题	58
§ 7.4 $\mathcal{L}(\text{KS})$ 的两个基本性质	58
§ 7.5 $z \in \mathcal{L}(\text{KS})$ 的判定法则	59

§ 7.6 符号串的前后缀	60
§ 7.7 判定法则的证明	61
§ 8 从揉序列判定正规性	62
§ 8.1 有限自动机的特征分析	63
§ 8.2 计算 R_L 等价类的例子	65
§ 8.3 主要结果及其证明	66
§ 8.4 逆定理及其意义	69
§ 8.5 文献简述	71
§ 8.6 马尔可夫划分方法	72
§ 8.7 关于揉序列前缀的研究	74
§ 9 最小有限自动机的构造	76
§ 9.1 构造自动机的基本方法	76
§ 9.2 周期情况的最小自动机	78
§ 9.3 例子	81
§ 9.4 终极周期情况的最小自动机	81
§ 9.5 *合成律与广义合成律	84
第 4 章 区间映射中的非正规语言	87
§ 10 费根鲍姆吸引子的形式语言	87
§ 10.1 倍周期分岔的极限	87
§ 10.2 重正化变换与揉序列	89
§ 10.3 t_∞ 与 TM 序列	92
§ 10.4 语言 $\mathcal{L}(t_\infty)$ 的结构	94
§ 11 复杂性分析	96
§ 11.1 关于 t_n 的一些性质	96
§ 11.2 $\mathcal{L}(t_\infty)$ 不是 OFL 的证明	97
§ 11.3 $\mathcal{L}(t_\infty)$ 为 ETOL 语言的证明	99
§ 11.4 讨论	102
§ 12 其他非正规语言	103
§ 12.1 关于 $\mathcal{L}(t_\infty)$ 的推广	103

§ 12.2 斐波那契系统	105
§ 12.3 关于同态的几个例子	107
§ 12.4 有待解决的问题	109
第 5 章 多样性与禁止字	112
§ 13 形式语言的熵	112
§ 13.1 熵的定义	112
§ 13.2 关于熵的一些性质	115
§ 13.3 计算熵的几个例子	116
§ 13.4 伴随矩阵方法	119
§ 13.5 生成函数与揉行列式	120
§ 13.6 与拓扑熵的等价性	122
§ 14 熵的计算和意义	125
§ 14.1 费根鲍姆吸引子的熵	125
§ 14.2 关于熵的两个计算公式	126
§ 14.3 熵与奇周期轨	127
§ 14.4 周期窗口的熵	130
§ 14.5 熵为零的动力学意义	132
§ 14.6 熵与揉序列	133
§ 15 禁止字与正规语言	133
§ 15.1 关于禁止字的一般概念	133
§ 15.2 有限补语言	136
§ 15.3 禁止字的计算方法	138
§ 15.4 KS 为周期序列时的禁止字	139
§ 15.5 KS 为终极周期序列时的禁止字	139
§ 16 禁止字与非正规语言	141
§ 16.1 L 和 L' 的乔姆斯基层次	141
§ 16.2 费根鲍姆吸引子的禁止字	144
§ 16.3 偶斐波那契系统的禁止字	147
§ 16.4 奇斐波那契系统的禁止字	148

第6章 元胞自动机	151
§ 17 元胞自动机的基本概念	151
§ 17.1 一维元胞自动机	151
§ 17.2 几种推广	153
§ 17.3 元胞自动机的一般特征	155
§ 17.4 动力学行为的分类	156
§ 17.5 文献简述	157
§ 18 一些数学记号与结果	158
§ 18.1 构形空间与极限集	158
§ 18.2 幂零型元胞自动机	160
§ 18.3 $\Lambda(F)$ 为无限集的情况	161
§ 18.4 周期点集合	162
§ 18.5 $\Lambda(F)$ 中点的逆向轨	163
§ 19 元胞自动机中的正规语言	165
§ 19.1 $F(S^*)$ 的复杂性	165
§ 19.2 最小有限自动机	167
§ 19.3 76号元胞自动机	169
§ 19.4 128号元胞自动机	170
§ 19.5 90号元胞自动机	171
§ 19.6 18号与22号元胞自动机	172
§ 20 元胞自动机中的非正规语言	173
§ 20.1 四类行为的出现频率	174
§ 20.2 $\mathcal{L}(\Lambda(F))$ 为上下文无关语言的例子	175
§ 20.3 $\mathcal{L}(\Lambda(F))$ 为上下文有关语言的例子	177
§ 20.4 关于复杂性的一些理论结果	178
§ 21 空间熵与时间熵	180
§ 21.1 两种不同的熵	180
§ 21.2 元胞自动机的拓扑熵计算	181
§ 21.3 举例	182

§ 21.4 理论上的限制	184
第 7 章 单个序列的复杂性	186
§ 22 柯尔莫哥洛夫复杂性	186
§ 22.1 单个符号序列的复杂性	186
§ 22.2 关于随机性的讨论	188
§ 22.3 描述复杂性	189
§ 22.4 柯尔莫哥洛夫复杂性的定义	190
§ 23 $K(x)$ 的性质与应用	191
§ 23.1 $K(x)$ 的基本性质	191
§ 23.2 在自然数集上定义的 $K(x)$	193
§ 23.3 $K(x)$ 在动力系统中的应用	194
§ 23.4 在形式语言中的一个应用	196
§ 24 基于移位寄存器的复杂性	197
§ 24.1 移位寄存器序列	197
§ 24.2 几个简单例子	199
§ 24.3 线性复杂性的计算方法	200
§ 24.4 特布里渊序列	201
§ 24.5 与 $K(x)$ 的比较	203
§ 25 兰帕尔-齐夫复杂性	204
§ 25.1 一种容易计算的复杂性	204
§ 25.2 理论基础	207
§ 25.3 关于非等概率情况的修正	208
§ 25.4 在动力系统中的应用	209
附录 A 本书 § 6 中两个定理的证明	212
A.1 定理 1 的证明	212
A.2 定理 3 的证明	215
附录 B $\mathcal{L}(\mathbf{KS})$ 为正规语言的充分条件	217
B.1 关于周期序列的一个引理	217
B.2 定理 2 的证明	218