

大学物理手册

第一分册

经典力学和流体力学

〔苏〕B.亚沃尔斯基 A.杰特拉夫 著 上海翻译出版公司

501/188/01

大学物理手册

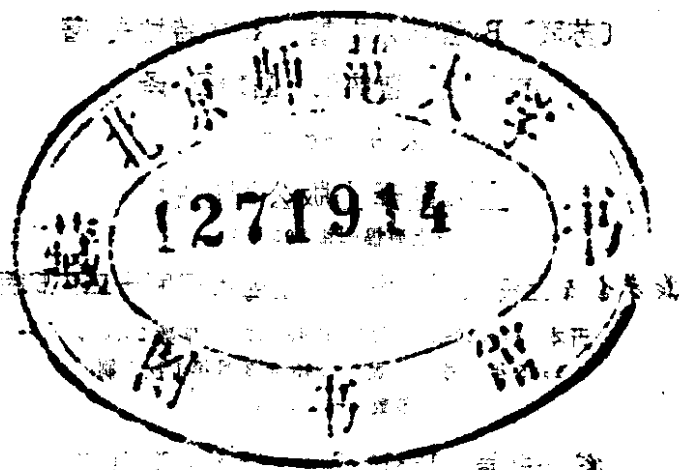
(第一分册)

经典力学和流体力学

[苏联] B. 亚沃尔斯基 A. 杰特拉夫 著

刘云龙 曹毓仁 陆瑞征 译

宋开欣 校



上海翻译出版公司

B. YAVORSKY A. DETLAF
HANDBOOK OF PHYSICS
MIR PUBLISHERS·MOSCOW

大学物理分册

第一分册

〔苏联〕B. 亚沃尔斯基 A. 杰特拉夫 著

刘云龙 曹毓仁 陆瑞征 译

宋开欣 校

上海翻译出版公司出版

(上海福州路 390 号)

发行所上海发行所发行 上海市印刷十厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 5.75 字数 24,000

1985年3月第1版 1985年3月第1次印刷

印数 1—30,000

统一书号: 13311·7 定价: 1.20元

目 录

第一章 质点和刚体运动学	1
§ 1-1 预备概念	1
§ 1-2 速度	7
§ 1-3 加速度	9
§ 1-4 刚体的平动和转动	12
§ 1-5 绝对运动, 相对运动和牵连运动	16
§ 1-6 刚体的复合运动	19
第二章 平动动力学	22
§ 2-1 牛顿第一运动定律	22
§ 2-2 力	23
§ 2-3 质量	26
§ 2-4 牛顿第二运动定律	28
§ 2-5 牛顿第三运动定律	31
§ 2-6 平动动力学的基本定律	31
§ 2-7 动量守恒原理	33
§ 2-8 可变质量物体的运动	34
§ 2-9 伽利略相对性原理	36
§ 2-10 万有引力定律	37
§ 2-11 引力场	41
§ 2-12 外摩擦	44
§ 2-13 在非惯性参照系中的运动	47
第三章 功和机械能	50
§ 3-1 能量	50

§ 3-2	功	51
§ 3-3	功率	53
§ 3-4	力函数	54
§ 3-5	机械能	55
§ 3-6	机械能守恒定律	60
§ 3-7	碰撞	61
第四章	转动动力学	64
§ 4-1	力矩	64
§ 4-2	转动惯量	65
§ 4-3	角动量	70
§ 4-4	转动动力学中的基本定律	72
§ 4-5	角动量守恒定律	73
§ 4-6	在有心力作用下的运动	75
§ 4-7	回转器	80
第五章	分析力学基础	85
§ 5-1	基本概念和定义	85
§ 5-2	拉格朗日运动方程	89
§ 5-3	哈密顿函数正则运动方程	91
§ 5-4	力学变分原理的概念	95
§ 5-5	正则变换	99
§ 5-6	守恒定律	102
第六章	机械振动	106
§ 6-1	基本概念	106
§ 6-2	一维微振动	110
§ 6-3	多自由度体系的微振动	118
§ 6-4	一维非线性振动	130
第七章	流体静力学	141
§ 7-1	引言	141
§ 7-2	流体静力学	142

第八章 流体动力学	146
§ 8-1 基本概念	146
§ 8-2 连续性方程	150
§ 8-3 流体的运动方程	151
§ 8-4 能量方程	158
§ 8-5 量纲分析和物理相似性	162
§ 8-6 浸没在流体中的物体的运动 边界层	168
§ 8-7 流体在管中的流动	172

第一章 质点和刚体运动学

§1-1 预备概念

1-1-1 力学是研究最简单的物质运动形式——机械运动的物理学分支。这种运动是由于物体与物体之间或物体的这部分与那部分之间，经过一段时间后在空间的相对位置发生改变而造成的。物体是由大量分子或原子组成的宏观体系，因此，这些体系的尺寸比起分子间的距离来大了许许多多倍。经典力学或牛顿力学所涉及的物体运动的速度远小于真空中的光速。研究与光速相近的物体运动属于以相对论为基础的相对论力学的内容(参见第三分册 13-6-1)。微观粒子运动的特征是由量子(波动)力学来处理的(参见第五分册 1-1-1)。微观粒子是指其静止质量(参见第三分册 13-6-2)与原子的静止质量相当或更小的粒子。

1-1-2 物体的内部结构以及它们相互作用的性质和定律等问题超出了力学范围，这些问题构成了物理学其他分支的内容。经典力学中所应用的实际物体的各种近似模型，是以物体的性质和现实的问题为基础的。这些模型包括质点，完全刚体及其他。

1-1-3 物质点或质点是这样一个物体，在所讨论的问题中它的大小和形状是无关紧要的。例如，在研究行星绕太阳的运动时，可以把行星看作质点，因为行星离开太阳的距离比起行星本身的大小来要大得多。

质点系或物体系是从那些错综复杂的质点或物体中挑选

出来的一个概念。在一般情况下，这些质点或物体彼此间存在着相互作用，并不包含在该体系内的物体有相互作用。

1-1-4 完全刚体或简单地说**刚体**是这样一种物体，它的任何两点之间的距离始终保持不变。换句话说，刚体在运动时它的大小和形状是不变的。我们可以设想把任何一个刚体分成数目足够大的基本部分，使每一部分的大小远小于整个刚体。因此，刚体经常被看作是一个质点间彼此进行刚性连结的质点系。

1-1-5 经典力学包括三个主要分支：静力学、运动学和动力学。静力学研究力的合成定律以及固体、液体和气体的平衡条件。运动学研究物体的机械运动，它不考虑在这些物体之间存在着引起这种运动的相互作用。动力学研究物体之间的相互作用对它们的机械运动的影响。

1-1-6 参照系是一个实际的或理想的刚体，我们所研究的物体的运动是相对于它来讨论的。刚性地固定在参照系上的是某种坐标系，这样，运动物体每一点的位置可以用该点的三个坐标来唯一地确定。此外，我们应该向参照系提供一只钟，依靠这只钟，与运动物体在空间各个位置对应的各个时刻就可以唯一地确定了（精确到一个取决于时间参照点的任意附加常数）。

下面的坐标系是力学中最常用的：右手笛卡儿直角坐标（图 1-1a）、柱面坐标（图 1-1b）和球坐标（图 1-1c）。由直角坐标到柱面坐标的变换和反变换公式为

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad x = \rho \cos \varphi.$$

$$\varphi = \arctan y/x; \quad y = \rho \sin \varphi.$$

$$z = z; \quad z = z.$$

从直角坐标到球坐标的变换和反变换公式为

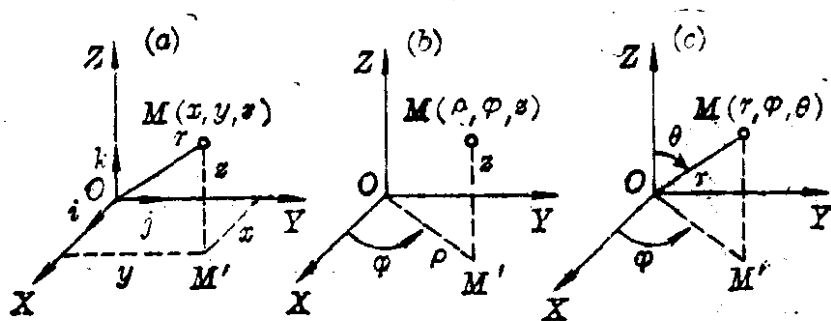


图 1-1

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad x = r \sin \theta \cos \varphi,$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}; \quad y = r \sin \theta \sin \varphi,$$

$$\theta = \arctan \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}; \quad z = r \cos \theta.$$

1-1-7 如果一个质点的空间坐标 q_1 , q_2 和 q_3 (可以是直角的, 柱面的或其他种类的坐标) 随时间的变化是由一个单值定律来表示的, 那么, 这个质点的运动就完全确定了. 于是,

$$q_1 = q_1(t); \quad q_2 = q_2(t); \quad q_3 = q_3(t).$$

这些方程与单矢量方程

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

等价. 式中 \mathbf{r} 是连结坐标原点和运动质点 $M(q_1, q_2, q_3)$ 的矢径. 如果质点的直角坐标等于 x , y 和 z , 那么,

$$\mathbf{r} = xi + yj + zk,$$

式中 i , j 和 k 是和坐标轴 Ox , Oy 和 Oz 的正方向相一致的单位矢量, 而矢量 xi , yj 和 zk 是矢径 \mathbf{r} 沿 Ox , Oy 和 Oz 轴的分量.

在力学中, 运动质点的矢径 \mathbf{r} 和坐标 q_1 , q_2 及 q_3 对时间的导数可表示为:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}; \quad \ddot{\mathbf{r}} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \text{ 等.}$$

$$\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}; \quad \ddot{q}_i = \frac{d^2q_i}{dt^2} \text{ 等.}$$

1-1-8 轨迹是运动质点在空间描出的线。方程 $q_i = q_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 是参数形式的轨迹方程。通过求解这一组联立方程并消去参数 t ，我们能够找到空间各点(轨迹就通过这些点)坐标之间的关系：

$$F_1(q_1, q_2, q_3) = 0; \quad F_2(q_1, q_2, q_3) = 0.$$

例。一个质点的运动遵循条件： $x = a \sin \omega t$ ， $y = b \cos \omega t$ 和 $z = c \sin \omega t$ ，式中 a ， b 和 c 是不为零的常数，且 $\omega \neq 0$ 。消去时间 t 之后，我们能够得到

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{和} \quad x = \frac{a}{c} z.$$

质点的轨迹是这两个面的交线。

1-1-9 轨迹的几何形状取决于所选择的参照系。例如，一个质点以不变的速度始终沿着一个绕定轴转动的圆盘的半径运动的轨迹，相对于圆盘来说是一条直线。但是，这个质点的轨迹相对于那根定轴来说，却是一条阿基米德螺旋线。质点的直线运动和曲线运动之间的区别取决于它的轨迹的形状。如果质点轨迹的各部分位于一个平面上，那么，质点的运动称为平面运动。通常这个平面取作 $z=0$ 的坐标平面。这样，质点的平面运动就完全由它的两个笛卡儿坐标 x 和 y 或极坐标 ρ 和 ϕ 与时间的关系来决定。

1-1-10 路程 s 是在所讨论的时间间隔 t_0 到 t 中质点移动的轨迹的各部分长度之和。如果在笛卡儿坐标中给出运动方程式(参见 1-1-7)，那么，路程

$$s = \int_{t_0}^t \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt = \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} dt.$$

在柱面坐标中, 路程为

$$\begin{aligned} s &= \int_{t_0}^t \sqrt{\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \left(\rho \frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt \\ &= \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{\rho}^2 + (\rho\dot{\varphi})^2 + \dot{z}^2} dt. \end{aligned}$$

在球坐标中, 路程是

$$\begin{aligned} s &= \int_{t_0}^t \sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r \frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \left(r \sin\theta \frac{d\varphi}{dt}\right)^2} dt \\ &= \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2 + (r\dot{\varphi} \sin\theta)^2} dt. \end{aligned}$$

运动质点在任一固定的时刻 $t=t_0$ 的位置叫做质点的初始位置. 由于时间的参考点是任意的, 所以通常假定 $t_0=0$. 由初始位置算起的质点移动的轨迹长度是时间的标量函数: $s=s(t)$.

1-1-11 如果组成质点系的所有质点或物体能够在空间占据任意的位置或具有任意的速度, 那么, 这个质点系是自由的, 否则就称做约束体系. 约束(力学约束)是强加在所考虑质点系在空间的位置或运动上的限制. 如果在体系被突然凝固之后, 约束不阻碍该体系的自由位移, 那么, 这种约束称为内约束, 所有其他种类的约束叫做外约束. 只受到内约束的体系是自由质点系.

如果约束的结果使体系中的点的坐标和速度之间的关系可以由如下形式的方程来解析地表达, 那么, 这种约束称为双向约束:

$$\Phi(\dots, x_i, y_i, z_i, \dots, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \dots, t) = 0,$$

式中 t = 时间,

x_i, y_i 和 z_i = 体系第 i 个质点的坐标 ($i=1, 2, \dots, n$);

$$\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}; \dot{y}_i = \frac{dy_i}{dt} \text{ 和 } \dot{z}_i = \frac{dz_i}{dt}.$$

这种关系叫做**约束方程**。双向约束的一个例子是造成一个完全刚体任意两点之间的距离保持不变的**内约束**。

如果加在一个质点系上的限制可以用如下形式的方程来解析地表达, 那么, 这种约束称为**单向约束**:

$$\Phi_1(\dots, x_i, y_i, z_i, \dots, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \dots, t) \geq 0.$$

这种约束是在某些运动中造就的, 例如, 用一根柔性的不能伸长的线悬挂着的物体的运动, 物体沿着一个水平面的运动等。

如果对应的约束方程不显含时间, 那么这种约束叫做**稳定(与时间无关的)约束**, 也叫做**时间独立的约束**, 否则就叫做**时间不独立约束(与时间有关的约束)**。

如果约束仅仅限制体系中的点在空间的位置, 并表示为解析式

$$f(\dots, x_i, y_i, z_i, \dots, t) = 0,$$

那么这种约束称为**几何约束**。

如果约束不仅限制体系中点的位置, 而且还限制它们的速度, 那么这种约束叫做**运动约束**。因此,

$$\varphi(\dots, x_i, y_i, z_i, \dots, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \dots, t) = 0.$$

如果相应的约束方程* 不包含体系质点坐标的导数或者能够用积分化为这种形式, 那么, 这种约束叫做**完整约束**。否则, 约束就是**不完整约束**。在一个静止的粗糙表面上滚动(无滑动)的一个球的接触点的速度等于零的条件, 就是不完整约束的一个例子。

如果一个质点系只遵守完整的约束, 那么称它是**完整系**。

* 以下只讨论双向约束。

如果约束中至少有一个不完整约束，那么该质点系就说成是不完整系。

§1-2 速度

1-2-1 速度(或瞬时速度)是矢量 \boldsymbol{v} ，它等于运动质点的矢径 \boldsymbol{r} 对时间的一阶导数。因此，

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \dot{\boldsymbol{r}}.$$

速度沿着轨迹的切线指向质点运动的方向，并且在数值上等于轨迹长度对时间的一阶导数：

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}.$$

速度的量值有时叫速率。速度在笛卡儿坐标轴的投影 v_x 、 v_y 和 v_z 等于相应的运动质点坐标对时间的一阶导数。因此，

$$v_x = \dot{x}; \quad v_y = \dot{y}; \quad v_z = \dot{z}.$$

由此， $\boldsymbol{v} = \dot{x}\boldsymbol{i} + \dot{y}\boldsymbol{j} + \dot{z}\boldsymbol{k}$ 和 $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ 。
用柱面坐标表示则有

$$v = \sqrt{\dot{\rho}^2 + (\rho\dot{\varphi})^2 + \dot{z}^2},$$

在球坐标中， $v = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2 + (r\dot{\varphi}\sin\theta)^2}$ 。

1-2-2 在指定的极坐标中的平面运动的情况下，质点 $M(\rho, \varphi)$ 的速度能够分解为两个互相垂直的成分——径向速度 v_ρ 和横向速度 v_φ (图 1-2)。因此，

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_\rho + \boldsymbol{v}_\varphi,$$

而 $\boldsymbol{v}_\rho = \dot{\rho}\boldsymbol{e}_\rho$, $\boldsymbol{v}_\varphi = \dot{\varphi}[k\rho]$,

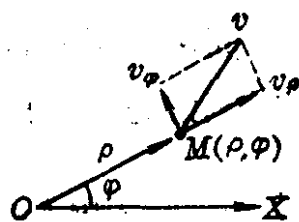


图 1-2

式中 ρ = 从极点 O 画到质点 M 的极矢径,

k = 垂直指向质点运动平面的单位矢量, 它的取向是这样决定的: 从半径矢量 ρ 的末端来看, 当它逆时针方向转动时, 增加了角 φ .

质点径向速度和横向速度的数值分别等于速度 v 在矢径 ρ 方向上的投影的代数值, 以及 v 在使角 φ 增加的方向上画一条垂直于 ρ 的直线上投影的代数值. 因此,

$$v_\rho = \dot{\rho} \quad \text{和} \quad v_\varphi = \rho \dot{\varphi}.$$

例. 质点的运动是用方程 $x = at \cos bt$, $y = at \sin bt$ 和 $z = 0$ 来确定的, 其中 a 和 b 是常系数. 在极坐标中, 质点运动方程是 $\rho = at$ 和 $\varphi = bt$. 进而有, $\dot{\rho} = a$, $\dot{\varphi} = b$, $v_\rho = a$; $v_\varphi = abt$ 和 $v = \sqrt{v_\rho^2 + v_\varphi^2} = a\sqrt{1 + b^2 t^2}$.

1-2-3 如果质点速度的大小与时间无关 ($v = \text{常数}$), 那么, 这种质点运动称为匀速运动. 匀速运动的质点所通过路程的长度是时间的线性函数:

$$s = v(t - t_0).$$

1-2-4 在从 t 到 $t + \Delta t$ 的时间间隔中, 质点的平均速度用标量 v_{av} 表示, 它等于质点在这段时间间隔中所通过路程的长度 Δs 与时间的增量 Δt 之比. 于是,

$$v_{av}(t, \Delta t) = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t},$$

当时间的增量趋近于零 ($\Delta t \rightarrow 0$) 时, 平均速度的极限和质点在 t 时刻的速度 v 的大小相一致. 于是,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{av}(t, \Delta t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v(t).$$

在匀速运动的情况下, $v_{av} = v$.

质点在从 t 到 $t + \Delta t$ 的时间间隔中的平均速度矢量 v_{av} ,

是在这段时间间隔中质点矢径的增量 $\Delta \mathbf{r}$ 与时间的增量 Δt 之比:

$$\mathbf{v}_{av}(t, \Delta t) = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t}.$$

当时间间隔趋近于零 ($\Delta t \rightarrow 0$) 时, 平均速度矢量的极限和质点在 t 时刻的速度矢量相一致:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \mathbf{v}_{av}(t, \Delta t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}(t).$$

在质点的匀速直线运动中, $\mathbf{v}_{av} = \mathbf{v}$. 只有当质点沿直线运动, 同时它的速度 \mathbf{v} 的方向保持不变时, 速度 \mathbf{v}_{av} 的大小(模)与平均速率 v_{av} 一致, 在其他情况下, $|\mathbf{v}_{av}| < v_{av}$.

1-2-5 质点对于某极点的掠面速度是标量 σ , 它等于从极点 to 质点所画的矢径所扫过的面积对时间的一阶导数. 因此,

$$\sigma = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{2} r v \sin(\mathbf{r}, \mathbf{v}),$$

式中 \mathbf{r} 和 \mathbf{v} 是质点的矢径和速度,

r 和 v 是这些矢量的大小.

如果质点在平面上运动并且极点与该平面上笛卡儿坐标系 xOy 的原点相重合, 那么,

$$\sigma = \frac{1}{2} (xv_y - yv_x) = \frac{1}{2} \rho^2 \dot{\varphi},$$

式中 ρ 和 φ 是质点的极坐标.

§1-3 加 速 度

1-3-1 加速度(或瞬时加速度)是矢量 \mathbf{a} , 它定义为运动质点的速度变化率. 加速度等于速度对时间的一阶导数:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} \quad \text{或} \quad \mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}}.$$

加速度矢量位于通过主法线和轨道切线的密切面上，它指向轨道的凹的一侧。加速度在笛卡儿坐标系的坐标轴上的分量 a_x , a_y 和 a_z 等于

$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}; \quad a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}; \quad a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}.$$

由此得

$$\mathbf{a} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k},$$

$$|\mathbf{a}| = a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}.$$

用柱面坐标表示则有

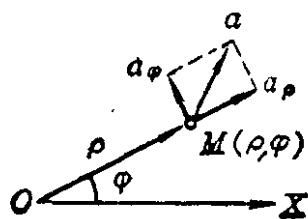
$$a = \sqrt{(\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)^2 + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})^2 + \ddot{z}^2},$$

在球坐标中,

$$a = [(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \sin^2 \theta - r\dot{\theta}^2)^2 + (2\dot{r}\dot{\theta} \sin \theta + r\ddot{\theta} \sin \theta + 2r\dot{\theta}\dot{\varphi} \cos \theta)^2 + (2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} - \dot{r}\varphi^2 \sin \theta \cos \theta)^2]^{\frac{1}{2}}.$$

1-3-2 在用极坐标描述的平面运动情况中，质点 $M(\rho, \varphi)$ 的加速度 \mathbf{a} 能够表示成两个互相垂直的分量——径向加速度 \mathbf{a}_ρ 和横向加速度 \mathbf{a}_φ (图 1-3)，因此，

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\rho + \mathbf{a}_\varphi$$



以及

$$\mathbf{a}_\rho = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2) \frac{\rho}{\rho}$$

和

$$\mathbf{a}_\varphi = (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi}) \left[\mathbf{k} \frac{\rho}{\rho} \right].$$

图 1-3

其中，矢量 ρ 和 \mathbf{k} 与 \mathbf{v}_ρ 和 \mathbf{v}_φ (参见 1-2-2) 的表示式中的 ρ 和 \mathbf{k} 有相同的含义。质点的径向和横向加速度的大小分别等于它的加速度 \mathbf{a} 在极矢径 ρ 和 φ 角增加的方向画一条垂直于 ρ 的直线上的投影的代数值。因此，

$$a_p = \ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2, \quad a_\varphi = \rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi}.$$

例. 用极坐标表示的质点的运动方程为: $\rho = l + mt$ 和 $\varphi = nt$, 其中 l , m 和 n 是常系数. 因此,

$$\dot{\rho} = m; \quad \dot{\varphi} = n \quad \text{和} \quad \ddot{\rho} = \ddot{\varphi} = 0.$$

在这种情况下,

$$a_p = -n^2(l + mt); \quad a_\varphi = 2mn,$$

以及
$$a = \sqrt{a_p^2 + a_\varphi^2} = n\sqrt{n^2(l + mt)^2 + 4m^2}.$$

1-3-3 在通过轨迹上任意点的密切面中, 加速度矢量 \mathbf{a} 能够分解为两个互相垂直的分量 \mathbf{a}_n 和 \mathbf{a}_τ . 因此, $\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_\tau$. 沿着轨迹的主法线方向的分量 \mathbf{a}_n 叫做法向加速度. 沿着轨迹的切线方向的分量 \mathbf{a}_τ 叫做切向加速度. 它们的大小是

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad a_\tau = \dot{v},$$

因此,
$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \dot{v}^2},$$

式中 $v =$ 速率,

$R =$ 轨迹的曲率半径.

法向加速度 \mathbf{a}_n 总是指向曲线的曲率中心的.

1-3-4 如果质点运动的速率在时间过程中是增加的, 也就是 $a_\tau > 0$, 那么, 这种运动被说成是加速的. 如果质点的速率在时间过程中是减少的, 也就是 $a_\tau < 0$, 那么, 质点的运动是减速的. 在匀速运动中, $a_\tau = 0$. 在加速运动中, 矢量 \mathbf{a}_τ 与质点运动的速度矢量 \mathbf{v} 的方向一致, 在减速运动中, \mathbf{a}_τ 与速度 \mathbf{v} 的方向相反. 量 \mathbf{a}_τ 和 \mathbf{a}_n 分别表征运动质点速度的大小和方向的变化率. 切向加速度的大小是常数的运动叫匀加速曲线运动.

1-3-5 在从 t 到 $t + \Delta t$ 的时间间隔内的平均加速度是矢量