

终 点 弹 道 学

赵 文 宣 主 编

11/137/25

前 言

终点弹道学研究弹丸与战斗部的终点效应,为炮弹、火箭弹和导弹战斗部的威力设计和军事技术装备的防护设计提供理论基础。

本书是为国防高等院校弹药与战斗部工程专业讲授终点弹道学课程而编写的教材,也可供兵器工程类其它专业和有关工程技术人员参考。书中内容包括:穿甲作用、杀伤作用、聚能破甲效应、碎甲效应和爆炸作用等,对终点弹道学的主要问题都做了较为详细的讲述;同时,对新的理论进展也做了介绍。如在穿甲作用中,除讲述各种穿甲模型外,还介绍了空穴膨胀理论和长杆弹穿甲的理论解法;在杀伤作用中,介绍了爆炸作用下弹体破裂的刚塑性模型的解,还结合创伤弹道学的研究成果讨论了杀伤标准问题;在聚能破甲效应中,讨论了形成金属射流的临界条件和金属射流的稳定性问题,并介绍了考虑射流强度和断裂影响的侵彻理论;在碎甲效应中,讲述了爆炸载荷与金属板的相互作用和层裂效应的数值分析解法;在爆炸作用下,除介绍了空气中点源强爆炸理论外,还讨论了水中爆炸波对于金属平板的作用等。书中对上述问题的处理以分析解法为主,同时介绍数值方法和以量纲分析为基础的经验方法。

本书是按照弹药与战斗部工程专业终点弹道学课程的教学大纲编写的,教学时数为56学时,先行课程为爆炸动力学。

本书是在原有专业讲义和教学实践的基础上,并收集了国内有关科研成果和国外有关文献资料编写而成。本书由赵文宣主编,杜式湘同志参加了编写。由周兰庭同志主审,查宏振、李景云、赵有守、王尔林、王桂珍等同志审阅了本书,提出了许多宝贵意见。本书责任编辑张守中与方鸿宾同志也认真而详细地审阅了全部书稿,并对本书内容提供了修订意见。本书在编写过程中得到原兵器部第二教材编审委员会和教材编审室的热情支持与指导。谨在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限和时间仓促,书中错误和不妥之处在所难免,敬请读者批评指正。

编者 1985年12月

内 容 简 介

本书讨论炮弹、火箭弹和导弹战斗部的作用机理。主要包括：穿甲力学理论；杀伤破片形成机理、破片飞散及杀伤威力分析；破甲金属射流的形成及其对装甲板的侵彻理论；爆炸载荷与装甲板的相互作用、应力波在装甲板中的传播及层裂效应；炸药在空气中、水下和土石中的爆炸作用等。

本书为兵器工程类有关专业的教材或教学参考书，并可供从事弹药及战斗部设计、研究与实验的工程技术人员参考。

本书由周兰庭主审，经原兵器工业部第二教材编审委员会炮弹与火箭弹编审小组审查，部教材编审室审定，同意作为部级教材出版。

兵器工业出版社

目 录

绪论	1
§ 0.1 终点弹道学的研究对象和方法	1
§ 0.2 应力波基础知识	2
第一章 穿甲作用	13
§ 1.1 概述	13
§ 1.2 弹体冲击变形理论	16
§ 1.3 冲塞模型	27
§ 1.4 瓣裂动量理论	34
§ 1.5 扩孔模型	40
§ 1.6 波恩-福赫斯的刚弹侵彻厚板模型	45
§ 1.7 空穴膨胀理论	47
§ 1.8 长杆弹穿甲理论	49
§ 1.9 经验方法	54
§ 1.10 数值分析方法	56
第二章 杀伤作用	66
§ 2.1 概述	66
§ 2.2 破片初速计算	67
§ 2.3 破片初速沿壳体的分布	80
§ 2.4 破片在空气中的运动	86
§ 2.5 杀伤威力	91
§ 2.6 破片性能影响因素	102
§ 2.7 创伤弹道	105
第三章 聚能破甲效应	108
§ 3.1 概述	108
§ 3.2 金属射流形成的定常不可压缩理想流体理论	110
§ 3.3 金属射流形成的准定常不可压缩理想流体理论	113
§ 3.4 压合过程中药型罩壁厚中速度和压力的分布	117
§ 3.5 形成金属射流的临界条件	121
§ 3.6 金属射流的稳定性	123
§ 3.7 金属射流侵彻的定常不可压缩理想流体理论	126
§ 3.8 金属射流侵彻的准定常不可压缩理想流体理论	128
§ 3.9 考虑强度和断裂影响的侵彻理论	129
§ 3.10 破甲相似律	132
§ 3.11 破甲数值分析方法	134

§ 3.12 破甲影响因素.....	140
§ 3.13 自锻破片.....	144
第四章 碎甲效应	147
§ 4.1 概述.....	147
§ 4.2 爆炸载荷与金属板的相互作用.....	148
§ 4.3 应力波衰减的弱击波近似.....	150
§ 4.4 层裂效应的数值分析方法.....	157
§ 4.5 层裂效应的工程计算.....	162
§ 4.6 层裂效应的影响因素.....	166
第五章 爆炸作用	168
§ 5.1 空气中爆炸.....	168
§ 5.2 水中爆炸.....	177
§ 5.3 土石中爆炸.....	185
附录 参考文献	190

绪 论

§0.1 终点弹道学的研究对象和方法

一、 终点弹道学的研究对象

终点弹道学主要是研究炮弹、火箭弹及导弹战斗部对目标作用效应的科学，它是弹药威力设计和目标防护设计的理论基础之一。终点弹道学研究范围所涉及的领域可归纳为如下五个方面：

冲击 弹丸对土石冲击是终点弹道学最早的课题之一。穿甲弹对装甲板的冲击破坏，陨石对空间飞行器的冲击，以及各种运输工具之间的撞击等，都是终点弹道学的研究范围。这方面的研究产生了“穿甲力学”这门学科，推动了穿甲弹和装甲防护的发展。

聚能效应 金属射流的形成及其对目标的侵彻，爆炸成型，爆炸切割，爆炸驱动和自锻破片等，也是终点弹道学研究的重要方面。

爆炸作用 终点弹道学还研究爆炸载荷对各种介质的破坏作用。如空气中、水下和土石中的爆炸作用，以及炸药与钢甲板、混凝土构件等接触爆炸所产生的层裂效应。

破片作用 研究弹体在炸药爆炸载荷作用下的膨胀变形运动和破裂机理，预测破片初速及其散布，制定合理的杀伤标准，评价弹丸或战斗部的杀伤威力。

创伤弹道 终点弹道学还包括对抛射体（弹头、破片等）进入生物体后的运动规律和致伤机理的研究，从而形成了介于创伤学与弹道学之间的创伤弹道学。

由此可见，终点弹道学的研究领域是相当广泛的。终点弹道学是研究弹药与靶相互作用的科学，这里“靶”是广义的。

二、 终点弹道学的研究方法

终点弹道学是一门边缘学科，它涉及如弹塑性动力学、流体力学、爆炸动力学等许多力学理论。终点弹道学的研究起源于拿破仑时代。法国军事工程学院邦加莱（J·V·Poncelet）于1829年发表的弹体侵彻土石的研究，标志着定量研究终点效应的开始。随后，人们开始对包覆铁板的墙壁、锻铁板和各种模拟船体进行射击研究。但在这一时期，由于缺乏实验仪器和理论工具，研究者主要是进行实弹射击实验，从中综合出经验公式，以供设计穿甲弹或解决防护问题时用。

第二次世界大战前后，对新武器的研究和军事目标防护的改进开拓了终点弹道学的研究范围。人们开始研究金属射流、破片形成和杀伤机理，空中、水下和土石中爆炸作用等新课题。许多力学理论就是在上述应用技术和机理研究的推动下得到了迅速的发展，特别是塑性动力学和爆炸力学的发展，对促进终点弹道学的发展和研究起了积极作用。随着实验手段和理论工具的不断完善，许多研究者开始从物理本质上对终点效应进行分析，建立了许多分析模型。可以说，这个时期是受到第二次世界大战的强烈冲击而兴起的理论分析时期。

从本世纪五十年代到现在，终点弹道学有了飞速的发展，这有几方面的原因。一是因为现代化实验手段的应用，如高速摄影技术、动态应变测量技术、轻气炮加速技术等；二是大量非军事课题的涌现，如卫星防护、安全工程、采矿工程等；三是模拟实验技术的推广；四是电子

计算机的广泛应用。由于以上原因,从事终点弹道学研究的人愈来愈多。据统计,数届国际弹道会议的论文三分之二是有关终点弹道学方面的,超过了内外弹道学论文的总和,而且研究者已不限于兵器制造和军事工程界,许多物理学家、数学家和力学家也纷纷从事这门学科的研究,因此可以说,终点弹道学是当前最兴旺和最有前途的学科之一。

我国建国初期开始对破甲机理进行研究,六十年代开始了碎甲弹的研制和穿甲机理研究,多次召开破甲技术和穿甲技术的学术交流会议。五十年代中期,我国引入了脉冲X光摄影机并建起了第一批爆炸洞,六十年代初有了可用于终点弹道实验研究的可见光高速摄影机和模拟靶道。我国的终点弹道学研究起步较晚,但已引起了国内外的关注和重视,并在某些领域已取得了可喜和有效的进展,当然,与国外相比,在理论研究的广度和实验条件上,仍有不小的差距。

终点弹道学常用的研究方法为:

分析法 用建立分析模型的方式来研究终点效应的方法称为分析法。建立分析模型,就是对所考察的终点效应进行理论上的分析、抽象和近似,建立描述这一效应的力学和物理方程,使这些方程所预测的信息与实际终点效应一致或近似一致。分析法不排除使用某些经验公式、经验系数和使用计算机进行少量数值计算的可能。分析法能检验研究者是否抓住了研究对象的物理力学本质。一个较好的模型既能告诉我们如何去预测某一终点效应,又能告诉我们这一终点效应的物理力学本质是什么。分析法是终点弹道学研究的主要方法。

经验法 用量纲分析或其它方法,给出某一带有待定常数的关系式,然后通过实验,确定这些常数。经验法所得到的是一些能够预测某些终止参数的经验公式,不能给出中间结果。但由于终点效应是很复杂的物理力学过程,因此,经验法仍有很强的生命力,它一直在帮助人们解决大量的工程问题。

数值法 借助于高速计算机直接求解全部连续介质力学方程,得出终点弹道问题的全部过程量的方法称为数值法。但在现阶段,它还只是一种辅助方法,原因在于材料动态参数不准确,本构方程和破坏准则的近似性以及昂贵的计算费用。数值法的结果对建立分析模型和经验公式有一定的帮助。随着电子计算机技术的发展,这一方法的地位会逐渐提高。

§0.2 应力波基础知识

一、应力波的概念

固体材料受到随时间变化的外载荷作用时,介质中受扰动部分由近及远在介质中传播的现象就是应力波。例如,由于爆炸载荷的作用,金属板与炸药爆炸的接触面上突然升高的压应力在板中产生了应力差,这个应力差促使该处周围的介质微团运动,如此传递下去,形成应力波的传播过程。

应力波分为弹性波和塑性波。当扰动部分的应力小于固体材料的弹性极限时,介质中只形成弹性波。当扰动部分的应力超过材料的弹性极限后,介质中除了形成弹性波外,还要形成塑性波。应力波还可按介质运动方向与波传播方向的关系分为纵波和横波,纵波的特征是质点运动方向与波的传播方向平行,而横波的特征是质点运动方向与波的传播方向垂直。

介质受扰动部分与未受扰动部分之间的分界面称为波阵面,应力波阵面的形状由载荷性质所决定,工程上常见的是球面波和平面波。典型的平面波可分为两种,一种是一维应力平面波,另一种是一维应变平面波。

当应力波扫过固体介质时，波阵面前方和后方介质的状态参量之间如有一有限的差值，则状态参量在波的传播方向上出现了间断，称此应力波为间断波。间断波通过后，介质状态参量将发生突跃。当波阵面前后的状态参量的差值为无限小时，称此应力波为连续波。连续波波阵面前后参量沿传播途径分布的陡度是有限的，一般可以有相同的陡度，也允许陡度不相同，后面这种情况数学上称为弱间断。

由连续波转化而成的间断波称为冲击波。虽然在爆炸载荷作用下产生的冲击波是在介质边界上突然受载瞬间形成的，但在形成的内在机制上仍是由连续波汇聚转化而成。

冲击波与连续波之间存在着质的区别。当连续波通过介质时，粘性和应变率的影响可以忽略，这是一个准静态的等熵可逆过程，而冲击波通过介质时，过程虽然是绝热的，但是因为粘性、应变率的影响不可忽略，因此过程是不可逆的。应该注意的是，弹性间断波不是冲击波，这是因为弹性间断波是一等熵过程，它与连续波在物理本质上没有区别。

二、平面应力波

1. 一维应力平面波

设有一突加拉伸载荷 F 作用于图0.2.1所示的细长杆的左端。由于细长杆基本上符合横向惯性和剪力可以忽略这一条件，因此在其上传播的应力波可以看作是一维应力平面波。设其传播速度为 c ，在杆上取一微元 dx ，设在时刻 t ，波阵面到达微元左端，经过时间 dt ，到达微元右端，沿波阵面后质点速度为 u ，位移为 v ，根据动量守恒有

$$A\sigma dt = \rho A dx (0 - u) \quad (0.2.1)$$

即

$$\sigma = -\rho u \frac{dx}{dt} = -\rho uc \quad (0.2.2)$$

因为在 t 时刻波阵面前面的质点位移为零，而在 $t+dt$ 时刻，波阵面前的质点位移亦为零，由波阵面前后介质连续条件得

$$v = 0 \quad v + dv = 0 \quad (0.2.3)$$

即

$$dv = 0 \quad (0.2.4)$$

因为

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial t} dt = \epsilon dx + u dt = 0$$

所以得到

$$u = -\epsilon \frac{dx}{dt} = -c\epsilon \quad (0.2.5)$$

如果拉伸波以 c 由右向左传播，类似上述推导可得到

$$\begin{cases} \sigma = \rho cu \end{cases} \quad (0.2.6)$$

$$\begin{cases} u = c\epsilon \end{cases} \quad (0.2.7)$$

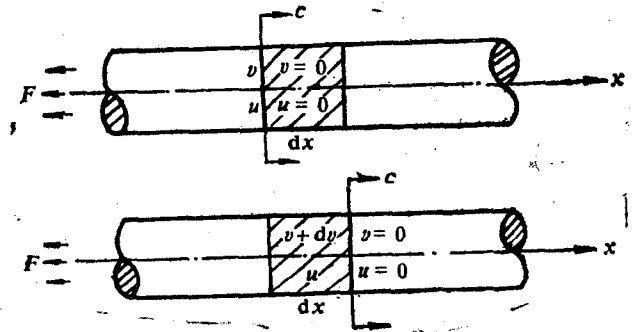


图0.2.1 杆中应力波

由此可知，对一维应力平面波有

$$\text{右行波} \begin{cases} \sigma = -\rho c u \\ u = -c \varepsilon \end{cases} \quad \begin{matrix} (0.2.8) \\ (0.2.9) \end{matrix}$$

$$\text{左行波} \begin{cases} \sigma = \rho c u \\ u = c \varepsilon \end{cases} \quad \begin{matrix} (0.2.10) \\ (0.2.11) \end{matrix}$$

当波阵面前后参量的变化很微小时， σ 、 u 与 ε 都应写成 $d\sigma$ 、 du 与 $d\varepsilon$ ，这时有

$$\text{右行波} \begin{cases} d\sigma = -\rho c du \\ du = -c d\varepsilon \end{cases} \quad \begin{matrix} (0.2.12) \\ (0.2.13) \end{matrix}$$

$$\text{左行波} \begin{cases} d\sigma = \rho c du \\ du = c d\varepsilon \end{cases} \quad \begin{matrix} (0.2.14) \\ (0.2.15) \end{matrix}$$

从以上两个方向的波均可得到

$$d\sigma = \rho c^2 d\varepsilon$$

即

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}} \quad (0.2.16)$$

这就是细长杆中传播的一维应力平面波波速表达式。应该指出，以上推导并未限定细长杆是弹性状态还是塑性状态，因此，以上结果既可适用于弹性波，亦可适用于塑性波。

由(0.2.16)式可知，应力波速取决于应力应变曲线斜率。用 c_{er} 表示弹性一维应力平面波速， c_{pr} 表示塑性一维应力平面波速，图0.2.2给出了几种材料模型的应力波速。

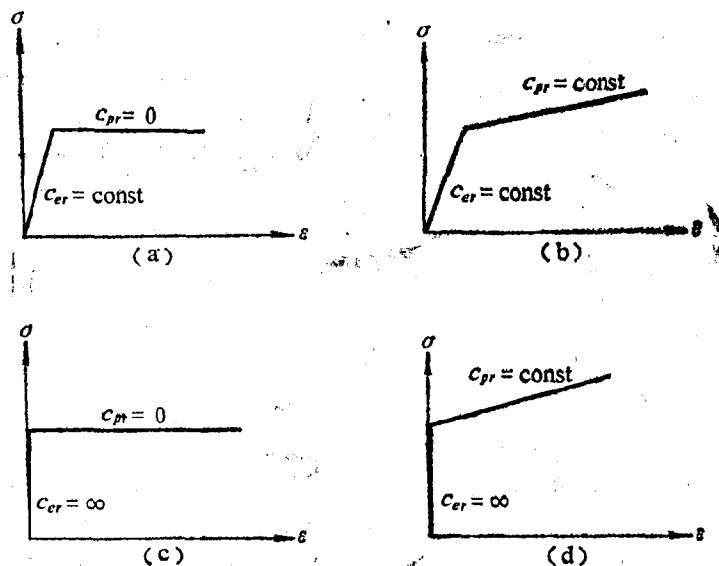


图0.2.2 几种材料模型的应力波速

- (a) 一理想弹塑性模型 (b) 一线性硬化弹塑性模型
(c) 一理想刚塑性模型 (d) 一线性硬化刚塑性模型

对弹塑性线性硬化材料，如弹性模量为 E ，硬化模量为 E_t ，则其一维应力平面波速为

$$\text{弹性波速} \quad c_{er} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (0.2.17)$$

$$\text{塑性波速} \quad c_{er} = \sqrt{\frac{E_t}{\rho}} \quad (0.2.18)$$

2. 一维应变平面波

假定突加载荷 F 沿板面法线方向作用在一横向尺寸很大的板的表面上, 由于这时介质的横向惯性极大, 横向变形可以忽略, 只有在 F 作用方向上传播的一维应变, 即一维应变平面波。类似于一维应力平面波的推导, 可以得到形式相同的关系式

$$\text{右行波} \quad \begin{cases} d\sigma_x = -\rho c du_x \\ du_x = -c d\varepsilon_x \end{cases} \quad (0.2.19)$$

$$(0.2.20)$$

$$(0.2.21)$$

$$\text{左行波} \quad \begin{cases} d\sigma_x = \rho c du_x \\ du_x = c d\varepsilon_x \end{cases} \quad (0.2.22)$$

$$(0.2.22)$$

$$\text{波速} \quad c = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma_x}{d\varepsilon_x}} \quad (0.2.23)$$

下面求 $d\sigma_x/d\varepsilon_x$

对一维应变, 有关系式

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \quad \sigma_y = \sigma_z \quad (0.2.24)$$

代入虎克定律

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] \end{cases} \quad (0.2.25)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] \end{cases} \quad (0.2.26)$$

可以求得

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{2\mu}{E} \sigma_y \end{cases} \quad (0.2.27)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_y = -\frac{(1-\mu)}{E} \sigma_y - \frac{\mu}{E} \sigma_x = 0 \end{cases} \quad (0.2.28)$$

由上式解得

$$\sigma_y = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_x \quad (0.2.29)$$

以上各式中的 μ 为泊桑系数。将 (0.2.29) 式代入 (0.2.27) 式得

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \left(1 - 2\mu \frac{\mu}{1-\mu} \right) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{(1-\mu)E} \sigma_x \quad (0.2.30)$$

所以有

$$\frac{d\sigma_x}{d\varepsilon_x} = \frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (0.2.31)$$

将 (0.2.31) 代入波速表达式 (0.2.23) 得

$$c_{ep} = \sqrt{\frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)\rho}} \quad (0.2.32)$$

式中 c_{ep} 表示一维应变平面弹性波速。

对平面应变状态，还可得到

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \frac{1}{3}(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) \\ &= -p + \frac{2}{3}(\sigma_x - \sigma_y) \\ &= -p + \frac{4}{3}\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \\ &= -p + \frac{4}{3}\tau\end{aligned}$$

在弹性状态下， $\tau = 2G\gamma = 2G\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = G\varepsilon_x$ ，这里 G 为剪切模量， $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ 。

因此有

$$\sigma_x = K\varepsilon_x + \frac{4}{3}G\varepsilon_x = \left(K + \frac{4}{3}G\right)\varepsilon_x$$

这样一来，一维应变平面波的弹性波速还可表示为

$$c_{ep} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad (0.2.33)$$

在小变形条件下， $\rho \approx \rho_0$ ，(0.2.33)式可写为

$$c_{ep} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho_0}} \quad (0.2.34)$$

当材料进入塑性阶段后，虎克定律不再适用，以第四强度理论作为屈服准则，则有

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = Y$$

在平面应变条件下有 $\sigma_1 = \sigma_x$ ， $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_y = \sigma_z$ ，代入上式得

$$\sigma_x - \sigma_y = \pm Y \quad (0.2.35)$$

式中 Y 为单向拉伸弹性极限，正号用于拉伸屈服，负号用于压缩屈服。根据小变形塑性理论，塑性变形引起的体积变化可以忽略，故材料的体积变形仍服从弹性规律，即

$$-p = K\Delta \quad (0.2.36)$$

式中 p 为平均压力

$$-p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (0.2.37)$$

Δ 为体应变

$$\Delta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (0.2.38)$$

K 为体积模量

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (0.2.39)$$

把平面应变条件 $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$, $\sigma_y = \sigma_z$ 代入(0.2.37)式和(0.2.38)式, 然后代入(0.2.36)式得到

$$\frac{1}{3}(\sigma_x + 2\sigma_y) = K\varepsilon_x \quad (0.2.40)$$

将(0.2.40)式与(0.2.35)式联立消去 σ_y 有

$$\sigma_x = K\varepsilon_x \pm \frac{2}{3}Y \quad (0.2.41)$$

所以有

$$\frac{d\sigma_x}{d\varepsilon_x} = K$$

用 c_{pp} 来表示一维应变平面塑性波速, 则

$$c_{pp} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{3(1-2\mu)\rho}} \quad (0.2.42)$$

在一般的固体介质中, 板中一维应变平面塑性波速约为一维应变平面弹性波速的75~80%, 而杆中一维应力平面塑性波速最大只有一维应力平面弹性波速的10%。表0.2.1给出了一些介质中的应力波速值。

表0.2.1 几种介质中的应力波速 (m/s)

材料	杆中弹性波速 C_{rr}	板中弹性波速 C_{rp}	板中塑性波速 C_{pp}
铝	5120	6100	5430
铜	3570	4550	3900
黄铜	3500	4300	3800
铅	1220	2160	1310
钢	5000	5950	5420
钛	4850	6000	5150
镍	4970	5700	5120

三、应力波的性质

两弹性波相互作用时, 遵循叠加原理。这是因为无论前方介质状态如何, 弹性波都以相同的相对速度 c 向前传播, 弹性变形可恢复, 过程是等熵可逆的, 而且波的运动方程和应力应变关系都是线性的。叠加原理可以证明如下:

图0.2.3中的扰动线 AB 和 CD 分别代表右行的弹性波波阵面和左行的弹性波波阵面运动轨迹, 两条线的斜率分别为 $1/c$ 和 $-1/c$ 。1区和2区为简单波区, 两波在 Q 点相遇, 开始形成复波区3, 0区是未扰动的静止区。利用守恒条件得

$$\begin{aligned} CD \text{ 右半部} \quad \sigma_3 &= \sigma_1 + (\sigma_3 - \sigma_1) \\ &= \rho c u_1 - \rho c (u_3 - u_1) \end{aligned} \quad (0.2.43)$$

$$\begin{aligned} AB \text{ 左半部} \quad \sigma_3 &= \sigma_2 + (\sigma_3 - \sigma_2) \\ &= -\rho c u_2 + \rho c (u_3 - u_2) \end{aligned} \quad (0.2.44)$$

由(0.2.43)和(0.2.44)式解得

$$u_3 = u_1 + u_2 \quad (0.2.45)$$

再将(0.2.45)代入(0.2.43)可得

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \sigma_2$$

可见,弹性波相互作用时,其结果相当于每个波单独传播时的结果叠加,即弹性波的相互作用符合叠加原理。

弹性波波阵面通过后质点速度 u 可以从(0.2.12)至(0.2.15)和(0.2.19)至(0.2.22)式得到

$$\text{右行波} \quad u = - \int \frac{d\sigma}{\rho c_s} = - \frac{\sigma}{\rho c_s} \quad (0.2.46)$$

$$\text{左行波} \quad u = \int \frac{d\sigma}{\rho c_s} = \frac{\sigma}{\rho c_s} \quad (0.2.47)$$

当一弹性波由介质 (ρ_1, c_1) 向右传向另一介质 (ρ_2, c_2) 时,将在两介质界面处发生入射和透射。用下标“ I ”表示入射波参量,下标“ F ”表示反射波参量,下标“ T ”表示透射波参量,根据界面连续条件和牛顿第三定律,分界面两边质点速度和应力相等,因此有

$$\sigma_I + \sigma_F = \sigma_T \quad (0.2.48)$$

$$u_I + u_F = u_T \quad (0.2.49)$$

(0.2.49)式可写为

$$- \frac{\sigma_I}{\rho_1 c_1} + \frac{\sigma_F}{\rho_1 c_1} = - \frac{\sigma_T}{\rho_2 c_2} \quad (0.2.50)$$

联立(0.2.48)和(0.2.50)式可解得

$$\begin{cases} \sigma_F = F \sigma_I \\ u_F = -F u_I \end{cases} \quad (0.2.51)$$

$$\begin{cases} \sigma_T = T \sigma_I \\ u_T = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} T u_I \end{cases} \quad (0.2.52)$$

其中

$$F = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \quad (0.2.53)$$

$$T = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} = 1 + F \quad (0.2.54)$$

分别称为反射系数和透射系数, (ρc) 为波阻抗,显然, F 的正负由阻抗的相对大小决定。

(1) 当 $\rho_2 c_2 > \rho_1 c_1$ 时, $F > 0$, 反射波和入射波同号, 即压缩波仍反射成压缩波, 拉伸波反射后仍为拉伸波。

(2) 当 $\rho_2 c_2 < \rho_1 c_1$ 时, $F < 0$, 反射波和入射波异号, 即压缩波将反射成拉伸波, 拉伸波反射成压缩波。

从式(0.2.54)可知, T 总为正, 即透射波的性质总是与入射波的性质相同。应力波从一种介质传向另一种介质时总要发生应力再分配, 表0.2.2给出了平面压缩波在某些材料界

面正入射时的应力分配。

当载荷应力超过材料弹性极限时，介质中就会产生弹塑性波。由于弹性波速较塑性波速大，因此在塑性波前面，故称为弹性先驱波，这时的应力波为双波结构。关于应力波的相互作用，这里不再详述。图 0.2.4 给出了线性硬化材料中两个反向传播的弹塑性波的相互作用。图 0.2.5 给出了两矩形弹性波的相互叠加作用。

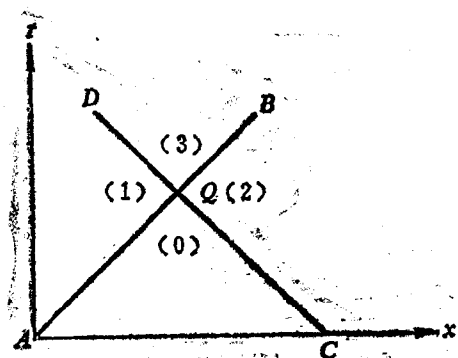


图0.2.3 两弹性波的相互作用

必须强调前面所进行的讨论不适于一般

表0.2.2 平面压缩波在两种材料界面正入射的应力分配

介质1	介质2	σ_P / σ_I	σ_T / σ_I
钢	铝	-0.46	+0.54
	黄铜	-0.11	+0.89
	铅	-0.29	+0.71
	镁	-0.61	+0.39
	有机玻璃	-0.87	+0.13
铝	钢	+0.46	+1.46
	黄铜	+0.37	+1.37
	铅	+0.20	+1.20
	镁	-0.21	+0.79
	有机玻璃	-0.68	+0.32
铅	铝	-0.20	+0.80
	黄铜	+0.18	+1.18
	钢	+0.29	+1.29
	镁	-0.37	+0.63
	有机玻璃	-0.78	+0.22
有机玻璃	铝	+0.68	+1.68
	黄铜	+0.84	+1.84
	铅	+0.78	+1.78
	镁	+0.56	+1.56
	钢	+0.87	+1.87

的弹塑性波的作用。这是因为任何材料被塑性波扫过，都会发生永久性变形，即过程为不可逆的，而且任何材料的应力应变曲线的弹性段和塑性段都不一定是单一的直线，因此叠加原理不可能成立。一般情况下有

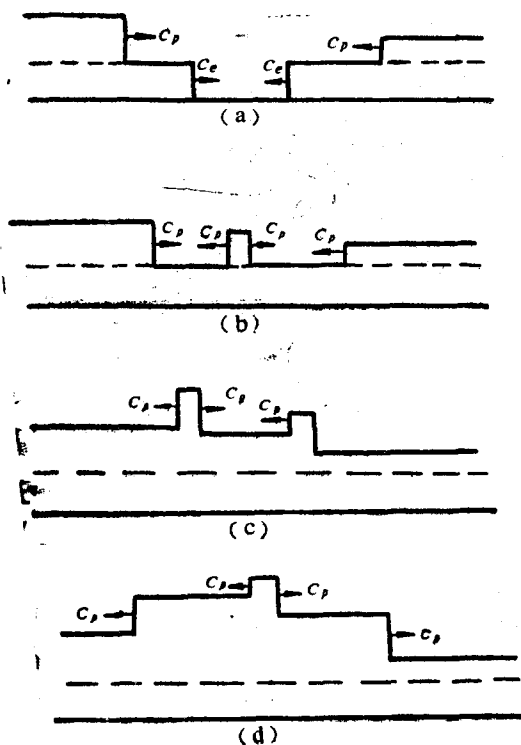


图0.2.4 弹塑性波的相互作用

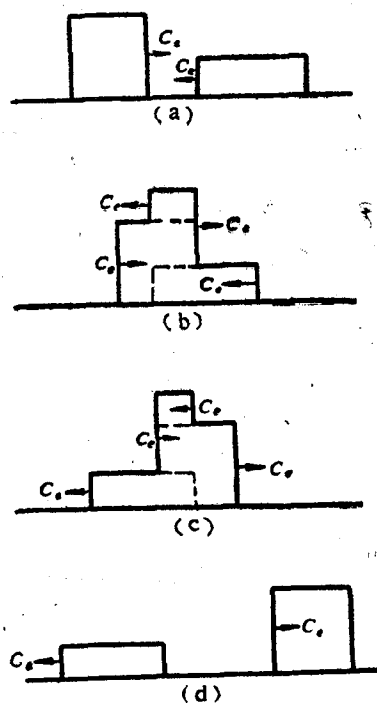


图0.2.5 两矩形弹性波的相互作用

- (a) 一两波相遇前
(b)、(c) 一两波相互作用(叠加)
(d) 一两波相遇后

$$\begin{aligned}
 u &= \pm \int \frac{\sigma}{\rho} \frac{d\sigma}{\rho c} = \pm (u_e + u_p) \\
 &= \pm \int \frac{\sigma_Y}{\rho} \frac{d\sigma}{\rho c_e} \pm \int_{\sigma_Y}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\rho c_p(\sigma)} \\
 &= \pm \frac{\sigma_Y}{\rho c_e} \pm \int_{\sigma_Y}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\rho c_p(\sigma)}
 \end{aligned}$$

式中 u_e ——弹性波引起的质点速度;
 u_p ——塑性波引起的质点速度;
 c_e ——弹性波速;
 c_p ——塑性波速;
 σ_Y ——材料屈服应力。

图0.2.6 (a) 和 (b) 分别为三角形波形的弹性波在刚性固壁端和自由端的反射示意图。
 由式 (0.2.51) 至式 (0.2.54) 可得到刚出现反射瞬间的参数关系

$$\begin{cases} F=1 & T=2 \\ \sigma_F = \sigma_I & u_F = -u_I \\ \sigma_T = 2\sigma_I & u_T = 0 \\ \sigma = \sigma_I + \sigma_F = 2\sigma_I \\ u = u_I + u_F = 0 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F = -1 \quad T = 0 \\ \sigma_F = -\sigma_I; \quad u_F = u_I \\ \text{自由端} \quad \sigma_T = 0 \quad u_T = 2u_I \\ \sigma = \sigma_I + \sigma_F = 0 \\ u = u_I + u_F = 2u_I \end{array} \right.$$

快速变形实验表明，材料的弹性模量受应变率的影响不大，但屈服强度和塑性段应力应变曲线的曲率会随应变率的提高而增加，如图0.2.7所示。一般低熔点金属如铅、锡、锌等材料对应变率较敏感，高熔点金属如铜、铝、钢等次之，有的材料如铝合金和高强度合金钢对应变率较不敏感。需指出的是，应变率只有变化几个数量级时，材料的应力应变曲线才有明显的改变。

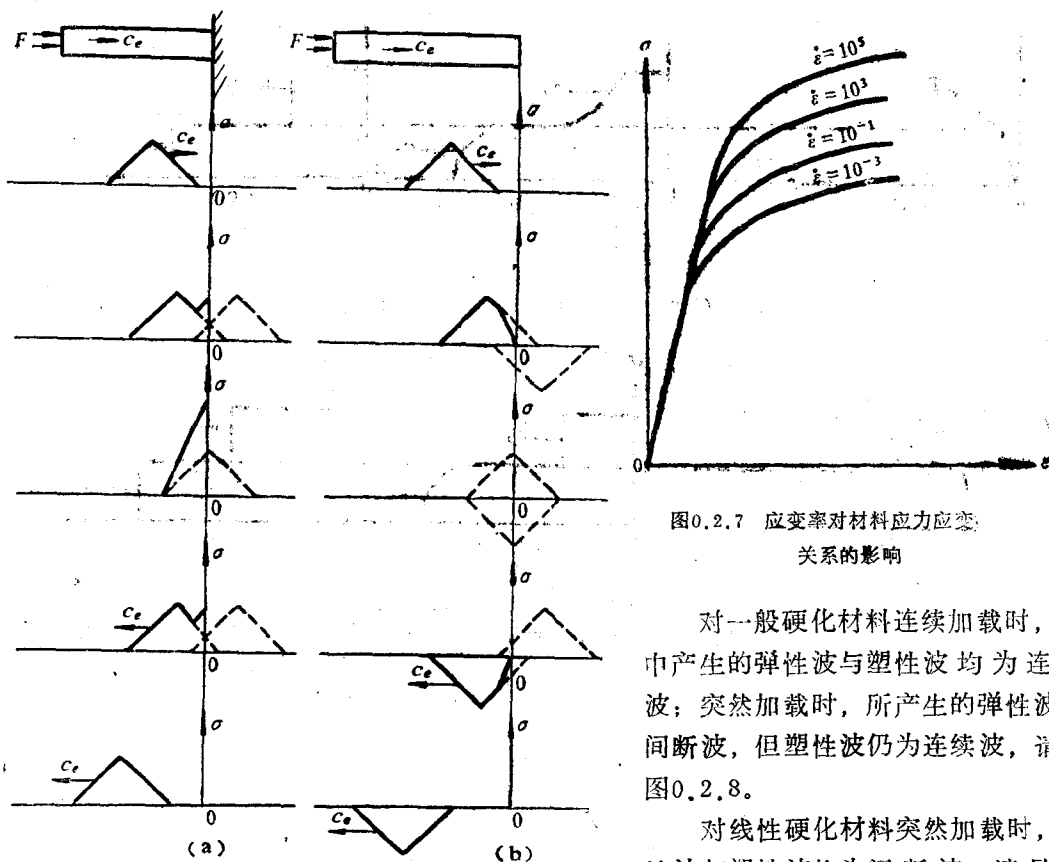


图0.2.7 应变率对材料应力应变关系的影响

对一般硬化材料连续加载时，其中产生的弹性波与塑性波均为连续波；突然加载时，所产生的弹性波为间断波，但塑性波仍为连续波，请见图0.2.8。

对线性硬化材料突然加载时，弹性波与塑性波均为间断波，请见图0.2.9。对应力应变曲线上翘的材料（如某些高强度材料），不论是间断

图0.2.6 弹性波在固壁端和自由端的正反射
(a) — 固定端反射 (b) — 自由端的反射

加载还是连续加载，其塑性波均为间断波，请见图0.2.10。

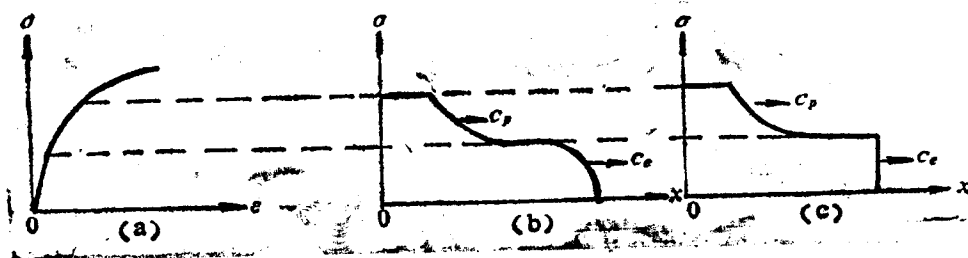


图0.2.8 一般硬化材料中的应力波

(a) — σ - ε 曲线 (b) —连续加载 (c) —突然加载

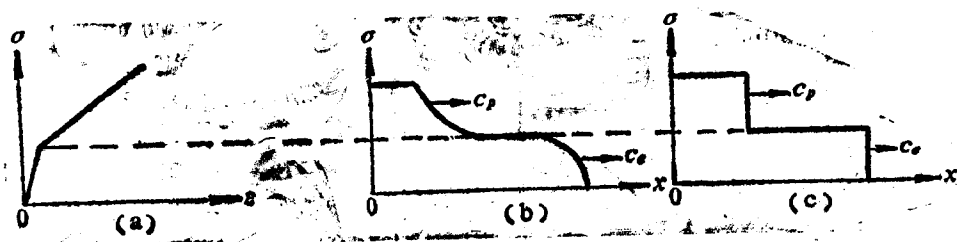


图0.2.9 线性硬化材料中的应力波

(a) — σ - ε 曲线 (b) —连续加载 (c) —突然加载

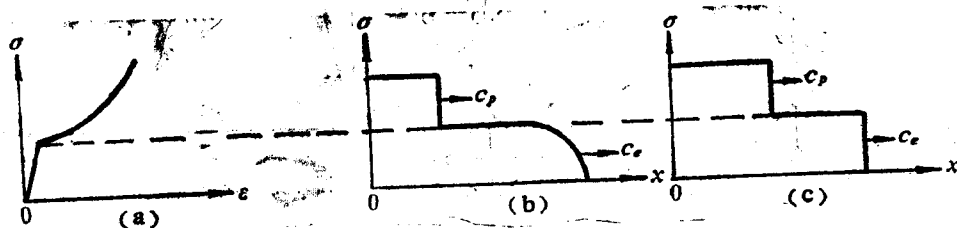


图0.2.10 高强度材料中的应力波

(a) — σ - ε 曲线 (b) —连续加载 (c) —突然加载