

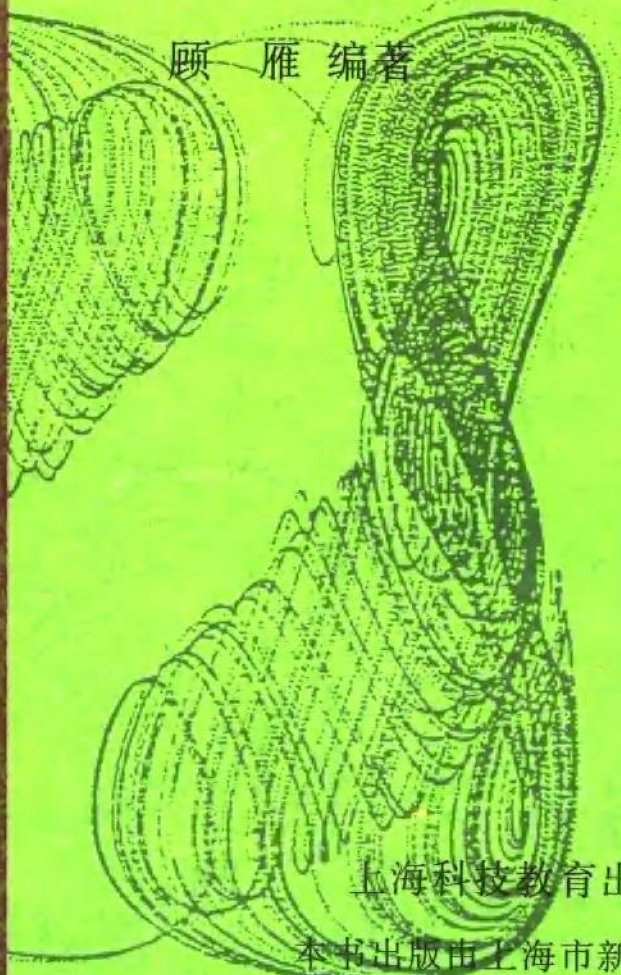
● 非线性科学丛书 ●

量子混沌

顾雁 编著

上海科技教育出版社

本书出版由上海市新闻出版局
学术著作出版基金资助



非线性科学丛书

量子混沌

顾 雁 著

郝柏林 袁建民 审阅

上海科技教育出版社

内 容 提 要

量子混沌是量子力学研究中的一个新方向。本书系统地介绍量子混沌理论的基本知识、主要方法和一些重要应用,尤其注重介绍量子混沌研究给量子力学本身带来的进展。全书共10章。作为预备知识,前5章介绍经典和量子力学中一些通常的教科书中很少涉及的内容。第6章至第8章阐述经典混沌的各种量子表现及其有关理论。第9章和第10章则讨论两个重要的实验系统——氢原子的微波电离与磁场中的准朗道谱。本书可供理工科大学教师、高年级学生、研究生、博士后阅读,也可供自然科学和工程技术领域中的研究人员参考。

本书由郝柏林、袁建民审阅。

非线性科学丛书

量子混沌

顾 雁 著

上海科技教育出版社出版发行

(上海市冠生园路393号 邮政编码 200233)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 7 字数 173000

1996年12月第1版 1996年12月第1次印刷

印数 1-3200本

ISBN 7-5428-1263-7/O·109 定价:(精装本)11.20元

Advanced Series in Nonlinear Science

Quantum Chaos

Gu Yan

Center for Fundamental Physics

University of Science and Technology of China

Hefei 230026, China

Shanghai Scientific and Technological Education
Publishing House, SHANGHAI, 1996

JYI 1117/12

非线性科学丛书编辑委员会

主 编：郝柏林

副主编：郑伟谋 吴智仁

编 委：(按姓氏笔画为序)

丁鄂江	文志英	朱照宣
刘式达	刘寄星	孙义燧
杨清建	李邦河	张洪钧
张景中	陈式刚	周作领
赵凯华	胡 岗	顾 雁
倪皖荪	徐京华	郭柏灵
陶瑞宝	谢惠民	蒲富恪
霍裕平	魏荣爵	

出版说明

现代自然科学和技术的发展,正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科,与日新月异的新技术相结合,使用数值、解析和图形并举的计算机方法,推出了横跨多种学科门类的新兴领域。这种发展的一个重要特征,可以概括为“非”字当头,即出现了以“非”字起首而命名的一系列新方向和新领域。其中,非线性科学占有极其重要的位置。这决非人们“想入非非”,而是反映了人类对自然界认识过程的螺旋式上升。

曾几何时,非线性还被人们当作个性极强,无从逾越的难题。每一个具体问题似乎都要求发明特殊的算法,运用新颖的技巧。诚然,力学和数学早就知道一批可以精确求解的非线性方程,物理学也曾经严格地解决过少数非平庸的模型。不过,这些都曾是稀如凤毛麟角的“手工艺”珍品,人们还没有悟出它们的普遍启示,也没有看到它们之间的内在联系。

20世纪60年代中期,事情从非线性现象的两个极端同时发生变化。一方面,描述浅水波运动的一个偏微分方程的数值计算,揭示了方程的解具有出奇的稳定和保守性质。这启发人们找到了求解一大类非线性偏微分方程的普遍途径,即所谓“反散射”方法。反散射方法大为扩展了哈密顿力学中原有的可积性概念,反映了这类方程内秉的对称和保守性质。到了80年代,反散射方法推广到量子问题,发现了可积问题与统计物理中严格可解模型的联系。

60年代初期还证明了关于弱不可积保守系统普遍性质的KAM定理。于是,非线性问题的可积的极端便清楚勾划出来,成为一个广泛的研究领域。虽然这里的大多数进展还只限于时空维数较低的系统,但它对非线性科学发展的促进作用是不可估量的。

另一方面,在“不可积”的极端,对KAM定理条件的“反面文章”,揭示了保守力学系统中随机性运动的普遍性,而在耗散系统中则发现了一批奇怪吸引子和混沌运动的实例。这些研究迅速地融成一片,一些早年被认为是病态的特例也在新的观点下重新认识。原来不含有任何外来随机因素的完全确定论的数学模型或物理系统,其长时间行为可能对初值的细微变化十分敏感,同投掷骰子一样地随机和不可预测。然而,混沌不是无序,它可能包含着丰富的内部结构。

同时,由于计算科学特别是图形技术的长足进步,人们得以理解和模拟出许多过去无从下手研究的复杂现象。从随机与结构共存的湍流图象,到自然界中各种图样花纹的选择与生长,以及生物形态的发生过程,都开始展现出其内在的规律。如果说,混沌现象主要是非线性系统的时间演化行为,则这些复杂系统要研究的是非线性地耦合到一起的大量单元或子系统的空间组织或时空过程。标度变换下的不变性、分形几何学和重正化群技术在这里起着重要作用。

在由上述种种方面汇成的非线性科学洪流中,许多非线性数学中早已成熟的概念和方法开始向其他学科扩散,同时也提出了新的深刻的数学问题。物理学中关于对称和守恒,对称破缺,相变和重正化群的思想,也在日益增多的新领域中找到应用。“非线性”一词曾经是数学中用以区别于“线性”问题的术语,非线性科学正在成为跨学科的研究前沿。各门传统学科中都有自己的非线性篇章,非线性科学却不是这些篇章的总和。非线性科学揭示各种非线性现象的共性,发展处理它们的普适方法。

这样迅猛发展的跨学科领域,很难设想用少数专著加以概括,

何况学科发展的不少方面还未成熟到足以总结成书的地步。于是,有了动员在前沿工作的教学和研究人員,以集体力量撰写一套“非线性科学丛书”的想法。在上海科技教育出版社的大力支持下,这一计划得以付诸实现。

这套“非线性科学丛书”不是高级科普,也不是大块专著。它将致力于反映非线性科学各个方面的基本内容和最新进展,帮助大学高年级学生、研究生、博士后人員和青年教师迅速进入这一跨学科的新领域,同时为传统自然科学和工程技术领域中的研究和教学人員更新知识提供自学教材。非线性科学的全貌将由整套丛书刻划,每册努力讲清一个主题,一个侧面,而不求面面俱到,以免失之过泛。在写作风格上,作者們将努力深入浅出,图文并茂,文献丰富;力求有实质内容,无空洞议论,以真刀真枪脚踏实地武装读者。从读者方面,自然要求具备理工科大学本科的数学基础,和读书时自己主动思索与推导的习惯。

“非线性科学丛书”的成功,取决于读者和作者的支持。我們衷心欢迎批评和建议。

郝柏林

1992年4月30日于北京中关村

前 言

量子混沌是本世纪 70 年代出现的量子力学研究中的一个新方向. 其目标是要弄明白, 在经典世界里极为普遍的混沌现象, 在量子世界里会有什么样的表现形式. 经过近二十年的研究, 人们从能谱的统计涨落、定态波函数的形态以及波包运动的不稳定性等各种量子现象中, 辨认出了一系列与经典混沌行为有关的特征. 其中的某些特征, 已在实验中被观测到. 为了从理论上阐明这些特征, 人们还建立起一种半经典理论. 这一理论推广了玻尔-索末菲的旧量子论, 把混沌系统的量子力学行为与其经典周期轨道的行为联系在一起. 所有这些研究成果, 不仅大大地扩展了我们对丰富多采的量子世界的认识, 同时也使我们能够利用经典量子对应关系来解决一些用纯粹量子力学方法难以求解的强不可积系统的量子力学问题.

本书系统介绍量子混沌研究中已经取得的主要成果. 书中的大部分内容曾于 1993 年春在中国科学技术大学的研究班上讲授过. 全书共分 10 章. 第 1 章为引论. 第 2、3 两章较详细地介绍了经典哈密顿力学中关于可积性与混沌的理论. 这一部分知识在经典力学的教科书中很少涉及, 但对于理解量子混沌的研究成果却十分重要. 第 4 章介绍量子力学中与经典-量子对应有关的内容. 第 5 章介绍古兹维勒的半经典理论. 严格地说, 本书从第 6 章开始才正式涉及量子混沌的研究内容. 第 6、7 和 8 章讨论经典混沌的三类最重要的量子表现. 第 9 和 10 章则分别讨论在微波场和均匀静磁场中的高激发氢原子的运动. 最后这两章的内容表明, 量子混沌的研究成果正在为物理学家研究各种量子系统的复杂运动提供崭新的思路和方法. 本书没有介绍耗散系统和散射系统中

的量子混沌,这是因为到目前为止还只有很少的工作涉及前一内容,而关于量子混沌散射的研究也只在最近几年内才有所进展.无可讳言,缺少时间与精力也是未能将这部分内容写进本书的一个主要原因,希望今后有机会时能再作补充.郝柏林、袁建民和朱照宣三位教授曾对本书的初稿提出了许多改进意见,作者对此谨表感谢.

顾 雁

1995 年 9 月于中国科学技术大学

Abstract

In this book, the author provides a systematic survey of the confluence of quantum mechanics and chaos. The contents includes a thorough discussion of the mathematical formalism such as Hamiltonian dynamics, classical-quantum correspondence, semiclassical wave mechanics, Gutzwiller's trace formula, random matrix theory etc., with applications to atomic and molecular physics, level spacing statistics and other quantum dynamical problems. The book is intended to serve both as a graduate course text for science and engineering students, and as a reference and introduction to the subject for researchers.

目 录

非线性科学丛书出版说明

前 言

第 1 章 从经典混沌到量子混沌	1
§ 1 经典力学中的混沌	1
§ 2 量子“混沌”与量子“混沌学”	5
第 2 章 哈密顿力学与哈密顿系统的可积性	10
§ 3 哈密顿力学.....	10
§ 4 变分原理与莫尔斯定理.....	14
§ 5 可积系统.....	20
第 3 章 哈密顿系统的混沌运动	26
§ 6 近可积系统.....	26
§ 7 非线性共振.....	31
§ 8 周期驱动莫尔斯振子.....	33
§ 9 周期受击转子与标准映射.....	39
第 4 章 经典力学向量子力学过渡	45
§ 10 量子化与量子可积性	45
§ 11 路径积分表示	52
§ 12 相空间分布表示	58
第 5 章 量子力学中的半经典方法	68
§ 13 WKB 方法	68
§ 14 路径积分的半经典近似	75
§ 15 量子态密度的迹公式	83
第 6 章 经典混沌的量子表现之一:动力学演化特征	96
§ 16 相空间分布运动的混沌特征	96

§ 17	阿诺德猫映射·····	103
§ 18	混沌扩散的量子抑制·····	112
第 7 章	经典混沌的量子表现之二:能谱统计特征 ·····	121
§ 19	能谱的统计描述·····	121
§ 20	无规矩阵理论·····	127
§ 21	规则谱与不规则谱·····	134
§ 22	能级动力学·····	140
第 8 章	经典混沌的量子表现之三:定态波函数形态特征 ···	146
§ 23	规则态与不规则态·····	146
§ 24	经典周期轨道造成的疤痕·····	152
第 9 章	高激发态氢原子的微波电离 ·····	158
§ 25	理论分析和实验结果·····	158
§ 26	一维模型·····	164
第 10 章	均匀磁场中氢原子的规则与不规则运动 ·····	172
§ 27	经典运动·····	172
§ 28	量子运动·····	177
索引	·····	187
科学家中外译名对照	·····	189
参考文献	·····	191

Contents

Preface

Chapter 1	From classical chaos to quantum chaos	1
§ 1	Chaos in classical mechanics	1
§ 2	Quantum chaos and quantum chaology	5
Chapter 2	Hamiltonian mechanics and integrability of	
	Hamiltonian systems	10
§ 3	Hamiltonian mechanics	10
§ 4	Variational principle and Morse theorem	14
§ 5	Integrable systems	20
Chapter 3	Chaos in Hamiltonian systems	26
§ 6	Near-integrable systems	26
§ 7	Nonlinear resonance	31
§ 8	Periodically driven Morse oscillator	33
§ 9	Periodically kicked rotor and the standard mapping	39
Chapter 4	The transition from classical to quantum mechanics	45
§ 10	Quantization and quantum integrability	45
§ 11	The path integral representation	52
§ 12	The phase-space distribution representation	58
Chapter 5	The semiclassical approximation in quantum	
	mechanics	68
§ 13	WKB approximation	68
§ 14	The semiclassical approximation of path integral	

.....	75
§ 15 The trace formula for density of states	83
Chapter 6 Quantum manifestation of classical chaos:	
I . Dynamical evolution of states	96
§ 16 Chaos in time evolution of phase-space distributions	96
§ 17 Arnold's cat map	103
§ 18 The quantum suppression of chaotic diffusion	112
Chapter 7 Quantum manifestation of classical chaos:	
II . Energy level statistics	121
§ 19 Statistical description of energy level	121
§ 20 Random matrix theory	127
§ 21 Regular and irregular spectrum	134
§ 22 Level dynamics	140
Chapter 8 Quantum manifestation of classical chaos:	
III . Morphology of eigenfunctions	146
§ 23 Regular and irregular eigenstates	146
§ 24 Scars caused by classical periodic orbits	152
Chapter 9 Microwave ionization of highly excited hydrogen atoms	158
§ 25 Theoretical analysis and experimental results	158
§ 26 One-dimensional model	164
Chapter 10 Regular and irregular motions of hydrogen atom in a uniform magnetic field	172
§ 27 Classical dynamics	172
§ 28 Quantum dynamics	177
Subject index	187
Names of Scientists in Chinese and English	189
References	191

第 1 章

从经典混沌到量子混沌

§ 1 经典力学中的混沌

在经典力学里,“混沌”是指一类具有不可预测行为的确定性运动.虽然几乎所有的经典力学系统都显示有混沌运动,但人们承认混沌的存在并确认它的重要性和普遍性,还是近 30 年的事.从牛顿以来,人们依据经典力学提供的确定性的运动规律,成功地预言了种种天文现象,建造成无数按设计要求运动的器械.这些成就无疑对经典力学的发展起过极大的推动作用.然而,它也在一定程度上导致人们将运动的确定性与运动的可预测性等同起来,妨碍了对确定性运动规律的正确理解.事实上,运动的确定性是一个数学概念,意指系统在任一时刻 t 的状态 S_t 被其初始状态 S_0 唯一确定.用数学符号表示,即有 $S_t = F(S_0, t)$, 这里 F 表示 S_t 与 S_0 间存在的函数关系.另一方面,运动的可预测性却是一个物理概念,它意味着人们能依据运动的初始状态数据和运动规律推算出任一未来时刻的运动状态.由于初始数据的测定不可能绝对精确,预测的结果难免存在误差.因此,如果一个运动具有这样的特性,它使人们实际上不可能得到具有最低限度精度的预测结果.这样的运动即便是确定性的,也仍是不可预测的.下面这个被称做“面包师变换”的运动,给出了一个简单的混沌运动的例子.

将一具有单位长度的线段先伸长一倍,然后在中点处折叠,使得左右两段合二为一,仍得到一单位长度线段(图 1-1).不断

重复上述操作,就给出了该线段上所有点的一个离散的确定性运动. 设线段上某一点初始坐标为 x_0 , 经 n 次操作后坐标为 x_n , 则有

$$x_{n+1} = \begin{cases} 2x_n, & \text{当 } x_n \leq \frac{1}{2} \text{ 时;} \\ 2(1-x_n), & \text{当 } x_n > \frac{1}{2} \text{ 时.} \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots \quad (1.1)$$

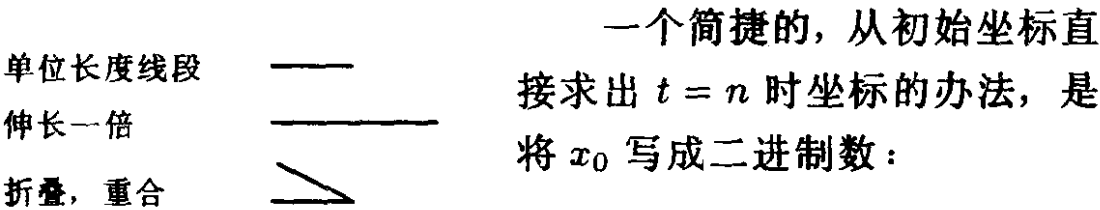


图 1-1 面包师变换 $x_0 = 0.a_1a_2a_3\dots; a_j = 0 \text{ 或 } 1.$

为了从 x_0 的二进制表示得到 x_n 的二进制表示, 只需将 x_0 表式中的小数点往右移动 n 位, 记下 $s = \sum_{j=1}^n a_j$ 的奇偶, 然后将小数点左边的值全部置 0, 当 s 为偶时有

$$x_n = 0.a_{n+1}a_{n+2}\dots, \tag{1.2a}$$

当 s 为奇时有

$$x_n = 0.\bar{a}_{n+1}\bar{a}_{n+2}\dots \tag{1.2b}$$

式中 $\bar{a}$ 表示 a 的对偶码, 即 $\bar{0} = 1, \bar{1} = 0$. 然而, 由 (1.2) 式提供的关于 x 点运动的形式上的精确解, 并不能保证我们能精确地预测点的运动. 事实上, 如果我们测得的点的初始位置在二进制下有 n 位有效数字, 经过 n 次操作后, 该点的实际位置将与测得的初始数据完全无关. 在这种情况下, 依据初始数据 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 预测 $t > n$ 时的点的位置, 无异于依据最初 n 次掷币试验的结果预测第 $n + 1$ 次起以后的掷币结果. 因此, 尽管我们讨论的是一种确定性运动, 它的长期行为却与无规运动没有什么两样. 这就是为什么人们也把混沌称做确定性的随机运动.