

实验应力分析手册

[美] J. 阿弗里尔 主编



机械工业出版社

034.6-62
A 11

实验应力分析手册

〔法〕J. 阿弗里尔 主编

陈椿华 余天庆 段自力 周迪勋 译

刘烈全 校

16735/50

6735/01
钢铁研究院图书馆
藏书之章



机械工业出版社

214155

本书是根据美国维希(VISHAY)微测公司出版的法文版ENCYCLOPEDIE VISHAY D'ANALYSE DES CONTRAINTES 译出的,该书系由微测量部主任J. 阿弗里尔(JEAN AVRIL)主编。全书深入浅出地论述了工程结构和模型的应力应变分析的基本原理和各种实验测试方法。全书分为二十八章,主要内容包括脆性涂层法,光弹性法,云纹法,电阻应变计法,S/N 疲劳寿命计,树脂模型法,残余应力,应力集中,热应力,材料的机械性能和裂纹扩展的测定以及现场测量等。书中用较多的篇幅介绍了各种测试方法的原理、设备、操作和工艺过程,并搜集了大量的常用计算公式和图表资料,内容丰富,形式新颖。书中还介绍了全自动化仪器设备,数字电子计算机的应用,激光技术及电影电视录像技术的应用,并收集了大量有关航空、核工程、动力工程、造船、交通运输和生物力学等方面的典型零件的试验照片。

本书可供工程技术人员,工科大专校师生和实验应力分析工作者阅读。

ENCYCLOPEDIE VISHAY D'ANALYSE DES CONTRAINTES

par Jean Avril

VISHAY-MICROMESURES

实验应力分析手册

[法] J. 阿弗里尔 主编

陈维华 余天庆 段自力 周迪勋 译

刘烈全 校

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)
(北京市书刊出版业营业登记证出字第117号)

房山南召印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经营

开本 787×1092 1/16·印张 36 1/8·横页 10·字数 908 千字

1985年6月北京第一版·1985年6月北京第一次印刷

印数 0,001—9,400·定价(每册) 1.62元

统一书号: 15028·5651

译者前言

实验应力分析是用实验方法分析研究工程结构的应力、变形状态的一门学科。在工程领域内,它是检验设计质量、提高设计水平、防止事故隐患、提出改进措施的一个重要手段。因此它广泛用于机械、土木、建筑、水利、能源,以及航空、航天、舰船、兵器、核能等工业部门,以提高工程结构的安全度和可靠性,并达到减少材料消耗、降低工程成本、以及节约能源的要求。目前,它还在不断地扩大它的应用范畴,如用于地震科学、地质力学、复合材料力学、生物医学工程等方面,也都取得一些新的进展和新的成就。为此在当前四化建设中,推广应用这门科学技术,是具有现实意义和经济意义的,必将为我国的工程建设作出更多有益的贡献。

这本《实验应力分析手册》译自美国维谢微测量公司(Vishay-Micromasures)内部发行的法文本 *Encyclopedie Vishay D'Analyse Des Contraintes* 一书。本书是该公司从事实验应力分析工作多年的经验积累和总结。作者试图将大量分散的资料数据汇编于一本书内,印成一本完整的工具书,用作该公司从业人员指导各项实验的依据,从而提高其产品竞争的能力。正如作者在序言中所说,“这是一部入门的文集,是一本常用资料的汇编,而不是一部科学技术的深奥的专著。”但作者还是比较重视物理概念,阐述得比较清楚。本书的编写方式也比较新颖,作者力图用浅显的语言、直观的图象,阐述几种常用的实验应力分析方法(如电阻应变测量技术、光弹性法、脆性涂层法、树脂模型实验技术等)的基本原理、所用仪器设备和工艺操作规程,以及必须具备的力学基本知识,其中应力、应变的图解法和应力、应变同心圆的表示法,都具有应用简便的特色。书中还采用图表的形式,为读者提供各种可供选用的基本数据,其中有些图表数据为其它书刊所少见。书中还列举了许多工业应用的实例(如机械、航空、核能、造船、交通运输等典型零部件的实验照片),也都是读者可资借鉴的。

本书的翻译出版,由北京航空学院吴宗岱同志于1980年在美国参加第四届国际实验力学会议期间征得美国维谢微测量公司原书作者的同意,由华中工学院段自力同志负责组织全书的译校工作。华中工学院余天庆(10~19章)、段自力(序言、1~3、9章)、周迪刚(20~28章)和北京工业学院陈祿华(4~8章)诸同志承担全书的翻译工作,本书译者对原书中出现的错误,已作了勘误校正。如有遗漏或不妥之处,欢迎读者批评指正。

我受本书译者的委托,代写这一简短的译者前言,向读者推荐这本书,以期能有更多的同志在更大的范围内推广应用实验应力分析这门科学技术,使它在四化建设中成为考核工程质量的一个常规而有效的手段,并使它在生产实践和科学实验中不断得到发展、壮大、提高。

傅梦遑

一九八二·六·五

原 序

一本没有序言的书,是一本不完善的书。但人们一般都不看它,认为序言在书中是不太重要的。而我们却认为序言可作为对读者提出的某些问题的间接答复。

首先,读者可以看到这本书是作者们统一了写作思想后而编写的,这是事实。当然这本书与十年或二十年前出版的同类书多少有些相似之处。为了撰写一本实用的工具书,必需对实验所得的结果作如实的叙述;对所采用的仪器设备有确切的描写。否则,这部著作就会成为令人费解,甚至是毫无意义、不联系实际的作品。

这本书来源于实践。为了公司内部的需要,我们的工程师们觉得手头有这样一部有用的资料,就可以避免令人厌烦地计算和查阅分散的参考文献。这些资料名目繁多,如关于粘接时的表面处理、光弹性条纹倍增图、传感器的计算公式、用应力来验证准则等。开始是为了内部的需要而编写此书,后来我们发现不论是目前还是今后,这本书对一切应用这些技术的部门都有适用意义。

1967年,我们曾出版过一本类似的简明读本,它不仅对我们的读者有过帮助,而且对一些技术杂志的论文作者和那些缺乏实验经验的教师也有过启发。因此有必要进一步充实它、更新它,并予以重版。

此书采用“实验应力分析手册”作书名。我们应当说明的是:这是一部入门的文集,是一本常用资料的汇编,而不是一部有关科学技术的深奥的专著。

每当叙述理论问题时,即使不够严谨,我们也尽可能用三角学或几何学这些最基本的数学方法来解释。我们知道学过矩阵的人一定懂得三角和几何,但也有人会遗忘。

书中所叙述的技术专题之一是应变计。起初,应变计仅用在测量伸长变形方面,后来发展成为各种各样的传感器,在工业、实验室和医疗器械等各个部门中,也广泛地用它来进行测量、调节和控制等。然而在应变计式传感器这一章中,我们仅简略而附带地谈到应变计。在这里我们要着重叙述的是传感器的力学原理,这些原理是否应用得正确,主要要看能否实现。显然不存在能判断传感器优劣的什么定理。若本人缺乏经验,则别人的经验可作为借鉴。

我们仅局限于讨论传感器,这是符合情理的,因为传感器常用的测量方法与应力的测量方法相同。如果讲到传感器以外的内容,则超出了本书的范围。同理,当我们讨论测量仪器时,也只谈应变计与仪器的匹配问题。若超过此范围,我们就会变成讲电工学的细节,乃至于讲数据处理理论。

在论及应力时,我们也只限于对断裂和疲劳等概念的回顾。伸长的测量是一回事,而材料机械性能的知识是另一回事。本书则侧重论述伸长的测量。

关于这本书的形式,或者更确切地讲这本书的某些内容,这里应当作一些说明。我们采用了符号 ϵ 表示应变, σ 表示应力, E 和 μ 表示材料的弹性常数。本书曾用几种不同的文字出版,为了保留书中的图和照片的原来排版,采用了与各国习惯用法相适应的符号。

关于单位的选择,我们最好采用国际单位制(SI)。但是,在实验应力分析的应用中,有些参数是由冶金部门和中心试验室提供的数据,其中应力的单位差不多都是用 kg/mm^2 。在若干年后才可能在工业部门采用规定的单位制。

Vishay 微测量公司主任 J. 阿弗里尔(Jean Avril)

目 录

译者前言

原序

第一章 材料力学与应力分析的

理论基础1

§ 1-1 概述1

§ 1-2 一维应力2

§ 1-3 三维应力和应变理论2

§ 1-4 不同形式的二维应力状态6

§ 1-5 应变7

§ 1-6 平面应变间的关系式9

§ 1-7 应力11

§ 1-8 平面应力间的关系式12

§ 1-9 主应力和主应变13

§ 1-10 应力与应变的关系16

§ 1-11 应力应变状态的图示法18

§ 1-12 应变的物理解释22

§ 1-13 应力和应变的相加23

§ 1-14 应变的相加24

§ 1-15 应力的相加24

§ 1-16 应力或应变相减的情形24

§ 1-17 防止符号的混淆25

§ 1-18 关于一些几何轨迹的定义25

§ 1-19 应力分量间的关系26

§ 1-20 用位移表示应变30

§ 1-21 相容方程式32

§ 1-22 应力函数33

§ 1-23 材料力学的计算方法34

附录一35

§ 1-24 应力与应变符号的规定35

附录二36

§ 1-25 材料力学的符号36

附录三38

§ 1-26 二维应力或应变状态中

计算用的符号38

第二章 应力分析的方法45

§ 2-1 比拟法45

§ 2-2 应变计方法47

第三章 脆性涂层法50

§ 3-1 引言50

§ 3-2 涂料的选择51

§ 3-3 较灵敏的涂料52

§ 3-4 涂层的喷涂53

§ 3-5 校准54

§ 3-6 裂纹的特性54

§ 3-7 放置时间55

§ 3-8 观察裂纹56

§ 3-9 不规则裂纹的干扰56

§ 3-10 试验的安排57

§ 3-11 涂层的清洗60

第四章 光弹性学原理61

§ 4-1 前言61

§ 4-2 偏振62

§ 4-3 双折射62

§ 4-4 人为双折射62

§ 4-5 光弹性学的各种方法62

§ 4-6 光弹性学的基本定律63

§ 4-7 双折射对于光的作用64

§ 4-8 等倾线及等色线65

§ 4-9 等倾线的消除65

§ 4-10 等色线的用途66

§ 4-11 用白光时的物理现象66

§ 4-12 白光和单色光的比较68

§ 4-13 白光和四分之一波片68

§ 4-14 补偿器68

§ 4-15 黑色条纹和过渡色71

§ 4-16 主应力的分离71

§ 4-17 斜射法72

§ 4-18 等倾线的用途72

§ 4-19 主应力迹线的画法73

§ 4-20 奇点74

§ 4-21 主应力迹线的特性74

§ 4-22 沿主应力迹线的积分75

§ 4-23 沿任意直线的积分76

§ 4-24 拉普拉斯(Laplace)方程的应用76

§ 4-25	条纹的倍增	77
§ 4-26	条纹的细化	78
§ 4-27	椭圆偏光干涉测定仪 (l'ellipsomètre)	79
§ 4-28	椭圆偏振光的表示法	80
§ 4-29	庞卡莱 (Poincaré) 球	81
§ 4-30	三维光弹性学	82
§ 4-31	散光法	83
附录一	等色线的用途 (条纹级数的测定)	84
附录二	等倾线的用途	86
附录三	图解积分法例题	88
附录四	牛顿色谱	93
附录五	公式的数学推导	94
附录六	庞卡莱球 (基本原理的证明)	97
附录七	光弹性测试用各种元件的轴及其方向的判定	101
第五章	透射式二维光弹性学	106
§ 5-1	材料	106
§ 5-2	模型的制造	107
§ 5-3	仪器	107
§ 5-4	附件	109
§ 5-5	仪器的使用	111
§ 5-6	得到的测试结果	111
§ 5-7	自动电子仪器	112
§ 5-8	干涉仪	112
第六章	用于实际结构的光弹性贴片法	114
§ 6-1	前言	114
§ 6-2	使用的材料	114
§ 6-3	材料的选择	115
§ 6-4	覆盖的表面	118
§ 6-5	粘胶的选择	118
§ 6-6	曲片的制作	119
§ 6-7	曲片的粘贴	124
§ 6-8	仪器	130
§ 6-9	测试方法	133
§ 6-10	光弹性贴片测试结果的限制和修正	137
§ 6-11	光弹性贴片增强效应的修正	139
§ 6-12	光弹性测试结果的照片、影片和录相	144
§ 6-13	实际结构试验研究的照片	147

第七章	薄壁三维模型	150
§ 7-1	前言	150
§ 7-2	材料	151
§ 7-3	测试	151
§ 7-4	厚度的变化	152
§ 7-5	实例	153
第八章	三维光弹性学	155
§ 8-1	薄片法	155
§ 8-2	冻结法	158
§ 8-3	散光法	171
附录	浸液液	174
第九章	用云纹法进行应力分析	175
§ 9-1	平面应力	175
§ 9-2	平板弯曲的云纹法分析	182
附录	曲面曲率的几何性质	190
第十章	电阻应变计的理论	193
§ 10-1	概述	193
§ 10-2	应变计的原理	193
§ 10-3	测量的基本原理	196
§ 10-4	应变计的制造	198
§ 10-5	应力分析中常用应变计的类型	203
§ 10-6	可弯曲的应变计	207
§ 10-7	可焊接的应变计	208
§ 10-8	嵌入式和密封式应变计	209
§ 10-9	初始热的寄生效应	209
§ 10-10	高温下应力的测量	213
§ 10-11	极限与校正	215
附	应变计的术语	225
第十一章	电阻应变计的运用	226
§ 11-1	应变计类型的选择	226
§ 11-2	粘贴的物理化学现象	229
§ 11-3	表面处理	230
§ 11-4	粘胶的选择	230
§ 11-5	检验粘贴情况	232
§ 11-6	常用胶的主要特性	232
§ 11-7	胶合工艺	234
§ 11-8	用 M 200 快干胶粘贴	236
§ 11-9	用环氧树脂粘 AE-10/15 与 GA-2 胶	237
§ 11-10	用 M 43 B、M 600 和 M 610 胶粘	238
§ 11-11	应变计的接线	241

§ 11-12	应变计的选择	245	§ 14-5	四片应变计组成的正交型应变花	315
§ 11-13	无基底高温应变计的安装	245	附录八	反序编号	315
§ 11-14	应变计的防护	248	§ 14-6	用计算机分析	316
§ 11-15	防护用品的使用实例	253	附录九	数字计算机	317
§ 11-16	失败的原因	255	第十五章	应变计测量数据分析 的练习	319
§ 11-17	可焊接应变计的安装	257	§ 15-1	第一部分——题目	319
§ 11-18	埋入混凝土里的应变计 (AILTECH)	260	§ 15-2	第二部分——题解	320
附录	表面处理	261	第十六章	用电阻应变计测量剪 应变	328
第十二章	应变计与仪器的联接	265	§ 16-1	引言	328
§ 12-1	引言	265	§ 16-2	剪应变与线应变的关系	328
§ 12-2	电路	266	§ 16-3	主应变	329
§ 12-3	联接导线的电阻造成应变计的 减感作用	269	§ 16-4	圆弧形电阻应变计	330
§ 12-1	旋转接触器	271	§ 16-5	横向效应的修正	332
§ 12-5	消环的必要数量	273	第十七章	电阻应变计粘贴角度偏差 引起的误差	333
§ 12-6	其他联接方式	274	§ 17-1	二维均匀应变场中的单片电阻 应变计	333
第十三章	电阻应变仪	275	§ 17-2	双轴应变花	335
§ 13-1	测量系统方框图	275	第十八章	电阻应变计横向效应引起 的误差	338
§ 13-2	电源	276	§ 18-1	横向效应	338
§ 13-3	调节器	278	§ 18-2	通过桥路联接的温度补偿法	338
§ 13-4	切换器	279	§ 18-3	横向灵敏度的修正	339
§ 13-5	放大器	280	附录		343
§ 13-6	读数和记录	283	第十九章	电阻应变计式传感器	345
§ 13-7	外围设备	284	§ 19-1	概述	345
§ 13-8	设备举例	284	§ 19-2	传感器的原理	345
附录一	电桥的标定和校准	286	§ 19-3	桥式电路	347
附录二	粘贴后应变计电阻的测量	292	§ 19-4	应变计的布置	347
附录三	大变形的测量	292	§ 19-5	通过桥路联接的温度补偿法	349
附录四	四臂电桥电路的非线性	293	§ 19-6	试件的金属材料	350
第十四章	电阻应变计测量结果的 数值分析	295	§ 19-7	传感器的计算	351
§ 14-1	单片、双片应变计测量结果的计算	298	§ 19-8	有关的力学概念	354
§ 14-2	应变花	299	§ 19-9	最佳形式探讨	351
附录一	测量单位	301	§ 19-10	双重传感器	353
§ 14-3	120° 应变花	301	§ 19-11	限位和限位块	353
附录二	反序编号	303	§ 19-12	包装保护	354
附录三	上述计算方法的原理	306	§ 19-13	伪传感器	354
附录四	用三角方法计算	307	§ 19-14	力学模拟	355
§ 14-4	45° 应变花	308	§ 19-15	电学概念	355
附录五	反序编号	310			
附录六	上述计算方法的原理	311			
附录七	用三角方法计算	311			

§ 19-16	应变计的选择	366	§ 22-10	采用(δ , ρ)或(δ , r)符号的优点	464
§ 19-17	制造	372	§ 22-11	应用准则的实际例子	467
§ 19-18	温度补偿	372	§ 22-12	测量中存在的反常现象	469
§ 19-19	动力式传感器	374	§ 22-13	分析应力产生的原因	471
§ 19-20	长期传感器	375	附录	材料力学的判据	472
§ 19-21	接线规则	375	第二十三章	残余应力	477
§ 19-22	传感器特性	376	§ 23-1	概述	477
§ 19-23	传感器的可靠性	378	§ 23-2	割痕测量法	480
第二十章	S/N 疲劳寿命计	380	§ 23-3	开槽法	481
§ 20-1	概论	380	§ 23-4	钻孔法	482
§ 20-2	S/N 寿命计的原理	383	§ 23-5	通过光弹性贴片的钻孔法	489
§ 20-3	S/N 寿命计的结构	383	§ 23-6	Niida 与 Takabayash 边界法	489
§ 20-4	特性曲线	384	§ 23-7	$\sqrt{S}$ R 法	493
§ 20-5	疲劳与电阻变化间的关系	388	§ 23-8	受温度影响的试件	495
§ 20-6	积累作用	389	§ 23-9	钻孔法和脆性涂层法	495
§ 20-7	随机现象	389	§ 23-10	塑性变形	495
§ 20-8	瑞利分布	390	§ 23-11	实验分析的困难	495
§ 20-9	简单寿命计的局限性	391	附录	圆孔周围的应力	496
§ 20-10	寿命计与各种金属的协调性	392	第二十四章	应力集中	499
§ 20-11	放大器的原理	394	§ 24-1	概述	499
§ 20-12	放大器或寿命计的选择	395	§ 24-2	应力集中系数	500
§ 20-13	寿命计的粘贴	396	§ 24-3	应力集中的根源	502
§ 20-14	应用示例	397	§ 24-4	疲劳应力集中系数 K_f	504
§ 20-15	使用分类	400	§ 24-5	应变集中——疲劳断裂分析	505
§ 20-16	应用寿命计的可能性和一些结论	403	§ 24-6	使用应变计测量应力集中	506
§ 20-17	使用寿命计失效的原因	403	§ 24-7	光弹性法测量应力集中	509
§ 20-18	S/N 寿命计的其他特性	406	§ 24-8	减少应力集中的方法	511
附录	Manson 曲线	409	附录一	应力集中例子	513
第二十一章	树脂模型	411	附录二	应变计测量中的外推法和内插法	513
§ 21-1	绪言	411	第二十五章	热应力	517
§ 21-2	模型的研制	416	§ 25-1	概述	517
§ 21-3	试验指导	438	§ 25-2	热应力的来源	518
第二十二章	应变计测量的评述	447	§ 25-3	热现象的理论状况	519
§ 22-1	测量的记录	447	§ 25-4	热量的传播	519
§ 22-2	应变计的各种用途	447	§ 25-5	热应力理论	520
§ 22-3	检查一般的变形情况	448	§ 25-6	理论计算的局限性	521
§ 22-4	应力的精确测定	450	§ 25-7	不同物理性能对热应力的影响	521
§ 22-5	材料的机械性能	453	§ 25-8	应变计测量	523
§ 22-6	三维的准则	457	§ 25-9	高温应变计	523
§ 22-7	通过试验来获得准则	460	§ 25-10	光弹性模型	523
§ 22-8	应变值的直接应用	462	§ 25-11	单位系统	524
§ 22-9	常用应力	464	§ 25-12	光弹性贴片与热效应	524

§ 25-13 塑料模型	527	§ 27-5 定向风速计	548
第二十六章 材料力学和实验应力 分析	529	第二十八章 实验室外的应变计 测量	550
§ 26-1 材料力学的基本原理简介	529	§ 28-1 预先普察工作	551
§ 26-2 光弹性法的教学	535	§ 28-2 准备工作	553
§ 26-3 电阻应变计法的教学	538	§ 28-3 在建筑工地上	553
第二十七章 与电阻应变计有关联 的测量技术	542	§ 28-4 应变计的安装	554
§ 27-1 裂纹扩展指示计	542	§ 28-5 故障	555
§ 27-2 热传感器	543	§ 28-6 结束语	556
§ 27-3 低温传感器	548	附录	557
§ 27-4 高压计	548	一、图书目录	557
		二、实用资料	559

第一章 材料力学与应力分析的理论基础

§ 1-1 概 述

静力学和动力学是研究物体受力后平衡和运动的学科,静力学和动力学在阐述物体受力时,不考虑物体的变形。材料力学是另一门学科,有了这门学科,就使物体受力的研究问题更加完善。材料力学除研究不同材料的物体承受载荷后表现的不同性质外,还研究各种载荷所引起的应力以及应力分布的情况。它一般是通过分析研究一个小单元体来引出应力和应变的基本概念,至于位移是用物体上两个点的距离变化来衡量的。材料力学除从理论上和一些人为假设去研究应力和应变外,还通过一些试验工作来验证一些假设,和建立应力与应变间的关系式。

通过理论分析求解应力和应变问题,有时显得很难或者公式的形式很繁琐。当然,如果许多影响因素都不考虑,公式就很简单,但使用又受到限制。例如对于可以用在没有凹槽的薄板和梁上面的公式,一旦要对有凹槽的薄板和梁使用上述简单的公式时,就要采用很大的安全系数,这就导致材料的浪费。

毫无根据的假设和推断往往是很有害的,当然偶而也可能是有利的。

这一切都迫使力学工作者更广泛地使用实验方法来解决更多的力学难题,“实验应力分析”这门技术就是这样形成的。随着测试技术的发展,测量精度愈来愈高。实验应力分析除用来验证一些材料力学理论和假设外,还驳倒了许多不可靠的假设和不成熟的理论。

实验应力分析获得的数据可以大大简化理论计算的公式。实验应力分析可以是一种带破坏性的实验工作,这种破坏性的应力分析实验工作多采用模型来完成。实验应力分析也可以是一种非破坏性的、对实物的应力或应变进行测量,但是,对于实际的建筑物和实际的机械只能测出它们表面的应力或应变。不过,通常较大的、危险的应力和应变一般是在零件的表面上,所以实验应力分析方法仍然是很有用的。有时,通过零件表面的应力或应变测量,来校核或修正理论计算的结果;有时,通过零件表面的测量值来推算内部的应力或应变。

以上就是本书所要介绍的内容。一般讲,材料力学与实验应力分析有着共同的理论基础。材料力学主要涉及三维空间的应力与应变概念,实验应力分析首先研究二维空间的应力与应变,实际上二维空间是三维空间问题的一个特殊情况。掌握了二维空间的应力与应变概念及表示方法以后,就能够通过计算和推理来获得三维空间问题的一些概念和某些表达方式。

本书将先阐述最简单形式的应力及应变的基本概念,接着阐述平面应力、二维的表面应力和三维空间的应力分布。通过以上应力分析还能发现更多形式的应力与应变间的关系。本书还用图解的方法来解决以上问题。

材料力学中的所有阐述都是建立在力学基本原则上的,当一个物体处于平衡状态的时候,施加在物体上的力和力矩的合成矢量必然为零。只要掌握了物体平衡条件的基本概念,那么,书中的许多论证就易于理解。

§ 1-2 一 维 应 力

当物体或试件单向受力时,可以利用材料试验机直观地描述应力和应变的基本概念。图 1-1 是一个截面积为 S 的拉伸试件,当垂直于截面 S 的方向作用有一个拉力 F 时,纵向长度 L 就伸长 ΔL 。以 ϵ_1 表示纵向相对伸长量, ϵ_1 又称为相对伸长率:

$$\epsilon_1 = \frac{\Delta L}{L}$$

在拉力 F 作用的同时,试件上横向长度 l 就缩短 Δl ,以 ϵ_2 表示试件的横向相对缩短量, ϵ_2 又称为相对收缩率:

$$\epsilon_2 = -\frac{\Delta l}{l}$$

通过一系列试验,可以找到以下 ϵ_1 与 ϵ_2 之间的关系式:

$$\epsilon_2 = -\mu \epsilon_1$$

μ 称为泊松比。 $\epsilon_2 = -\mu \epsilon_1$ 这个公式就是由实验观察而获得的拉伸试件的变形规律, μ 是一个无量纲的数,一般金属接近 0.3 (钢是 0.28, 铝是 0.33), 橡胶甚至等于 0.5, 橡胶尽管产生变形,但是体积可以维持不变。

图 1-1

单位截面积上的内力称为应力,即 $\sigma = \frac{F}{S}$, 而应力 σ 与相对伸长率 ϵ 成正比, 即

$$\sigma = E \epsilon \quad (1-1)$$

E 是一个比例系数,称为弹性模量或者杨氏模量,它是一个描绘物体特性的参数,单位为 kg/mm^2 。对钢来讲,每平方毫米作用 10 N (牛顿)的力可以引起 0.00005 的相对伸长率。钢的弹性模量 $E \approx 20000 \text{ kg/mm}^2$, 铝合金的弹性模量 $E \approx 7000 \text{ kg/mm}^2$, 镁的弹性模量 $E \approx 4600 \text{ kg/mm}^2$ 。材料愈硬, E 值就愈大。

在弹性范围内,载荷消除后,物体的变形就消失,而恢复到原始状态。一般载荷与变形是线性的关系。在塑性区域载荷消除后,还会存在残余应变。

另外,超过某一温度限后,载荷作用的时间因素也起作用,也就是存在蠕变现象。所谓蠕变现象,就是当 F 力作用时,物体的应变将随时间缓慢地增长。本书不论述有关蠕变的问题,只分析常用材料和一般机械零件以及结构的应力。首先研究典型的单轴应力,接着再研究三维状态的应力和应变。

§ 1-3 三维应力和应变理论

1. 应变

当分析一个点附近的应变状态时,采用图 1-1 中的 L 和 l 来分析应变状态就不太合适了,因 L 和 l 太长,又无法证明在多大范围内应变值是相同的,所以只能取一个很小的长度来研究。我们在物体内部沿 OX 方向取 OA 长度(图 1-2)。在载荷作用下, A 点位移到 A' 点,其纵向应变值:

$$\epsilon_x = \frac{OA' - OA}{OA} \quad (1-2)$$

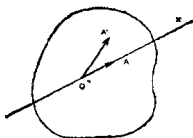


图 1-2

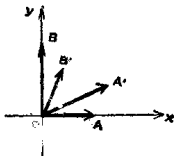


图 1-3

如果 OA 伸长, 则取正值, 如果 OA 缩短, 则取负值。我们认为应变是沿 OX 方向。当 O 点附近应变状态很复杂时, 仅分析 AOA' 范围内的纵向应变值 ϵ 是不够的。除了分析长度应变 ϵ 外, 还应该分析图 1-3 中 XOY 面上的角度应变, 角度应变是以弧度为单位的:

$$\angle A'OB' - \angle AOB = \gamma_{xy} \quad (1-8)$$

设过 O 点有一个正六面体 OABC (图 1-4), B 点在 XOY 平面上, OA 在 OX 轴上, OB 在 OY 轴上, OC 在 OZ 轴上。由于产生应变, 使正六面体 OABC 倾斜成平行六面体 OA'B'C'。在 OABC 与 OA'B'C' 之间最多只能使 OA 与 OA' 重合。OG 变成了 OG', G' 的坐标可以用以上 ϵ 和 γ 的定义来确定, 它们是:

$$\begin{aligned} x &= a(1 + \epsilon_x) + b\gamma_{xy} + c\gamma_{xz} \\ y &= b(1 + \epsilon_y) + c\gamma_{yz} \\ z &= c(1 + \epsilon_z) \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中 OA = a, OB = b, OC = c 可以事先确定。

按照纵向应变的定义, OG 方向的应变为:

$$\epsilon = \frac{OG' - OG}{OG} \quad (1-5)$$

不计高阶小量, 经推导可得:

$$\epsilon = a^2\epsilon_x + b^2\epsilon_y + c^2\epsilon_z + ab\gamma_{xy} + bc\gamma_{yz} + ca\gamma_{xz} \quad (1-6)$$

二次方程式 (1-6) 中的 a, b, c 值给定后, 就能获得应变值 ϵ 。变换坐标轴并不改变 ϵ 值, ϵ 值仍然是该点固有的应变值, 所以 (1-6) 式还可以改写成

$$\epsilon = A^2\epsilon_x + B^2\epsilon_y + C^2\epsilon_z \quad (1-7)$$

当过 O 点的正六面体保持直角, 而不产生歪斜时, 这个正六面体的三个边 X, Y, Z 就成为确定应变值的三个主方向。因此, 要确定一点的应变状态只要知道 a, b, c, ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z , γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{xz} 就行了, 在特殊情况下, 只要知道 A, B, C, ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z 六个数据就足够了。

这里谈到的理论只涉及应变, 而没有追究产生应变的原因。至于引起应变的原因有各种各样的可能。例如, 同样的载荷作用在各向同性和各向异性的材料时, 所引起的应变就不同, 有时应变值还由热膨胀引起

2. 应力

应力是物体的内力, 经过物体内部的 O 点把物体截为两个部分 (图 1-5)。当取去上半部

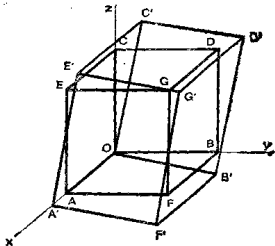


图 1-4

分时,为了使下半部分保持平衡状态,就要把上半部分作用于下半部分的作用力反映出来。在 O 点的周围取一个小面积 ds , 在 ds 上作用有 dF 力。当 ds 缩小并趋于零时, $dF/ds = \sigma$, σ 就是 O 点的应力。应力的单位与压力的单位一样,但是压力是外力,流体的压力一般垂直于表面,而有的压力可能是倾斜的。

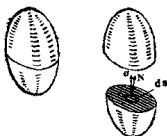


图 1-5

应力 σ 是由垂直于 ds 的力 N 和切于 ds 的力 T 合成的,每一个被截平面里,任何一点 O 都有一个相应的 N 和一个相应的 T 。以下分析截面上应力的分布情况。我们取两个小单元面来观察, AB 是这两个单元面的公共边(图 1-6)。点 O 是一个小单元体即正方形棱体中的对称中心点。当正方形的单元体取得很小时,单元体内各点的应力状态可认为是一样的。以 n_1 和 n_2 代表两个单元面的法线向量,以 u 代表沿 OZ 轴的单位向量,即 u 是一个平行于 AB 边的单位向量。假设作用的力是互相平行但方向相反。不计高次小量可以列出力矩的平衡方程式:

$$[(Q_1 P_1 \wedge F_1) + (Q_2 P_2 \wedge F_2)] u = 0$$

或者

$$(u \wedge Q_1 P_1) F_1 + (u \wedge Q_2 P_2) F_2 = 0$$

以及

$$n_1 \cdot F_2 + n_2 \cdot F_1 = 0$$

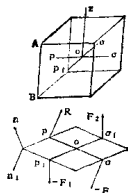


图 1-6

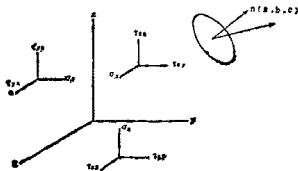


图 1-7

由于正方形的表面积是相等的,以上反映作用力之间的关系式也就是应力之间的关系式。同时,在某些应力之间存在一种相等的关系,也就是所谓具有互等性。两个单元面内的剪应力投影到同一坐标平面上是相等的,也就是说 $|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|$, $|\tau_{yz}| = |\tau_{zy}|$, $|\tau_{zx}| = |\tau_{xz}|$ 。这么一来九个应力值(图 1-7)就变成六个值。一个截面的法线可以用其方向余弦 a, b, c 值来确定。法线 n 一旦定下来,则截面的位置就确定了,截面上的应力就可以根据以下互等性规律来确定:

$$\begin{cases} a\sigma_x + b\tau_{xy} + c\tau_{xz} \\ a\tau_{yx} + b\sigma_y + c\tau_{yz} \\ a\tau_{zx} + b\tau_{zy} + c\sigma_z \end{cases}$$

其应力在法向的分量 N :

$$N = a^2\sigma_x + b^2\sigma_y + c^2\sigma_z + 2ab\tau_{xy} + 2ac\tau_{xz} + 2ab\tau_{yz}$$

截面上的应力是一个恒定值,它与所选用的 $OXYZ$ 坐标轴的位置无关。在一个不存在剪

应力 τ 的平面上的应力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 称为主应力。坐标轴 OXYZ 的方向就是主应力的方向。只要掌握三个主应力的方向和三个主应力值, 也就是只要掌握六个量, 就掌握了一点的整个应力状态。

3. 应力与应变的关系

上面分别叙述了应力和应变基本概念。至于应力与应变的关系就必然涉及材料的物理特性, 例如上述的弹性模量和泊松比。一般对各向同性的物体, 在弹性范围内, 主应力的方向也就是主应变方向。主应力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 与主应变的关系是一种线性关系, 其关系式:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = A\sigma_x + B\sigma_y + C\sigma_z \\ \varepsilon_y = A'\sigma_x + B'\sigma_y + C'\sigma_z \\ \varepsilon_z = A''\sigma_x + B''\sigma_y + C''\sigma_z \end{cases} \quad (1-8)$$

但是 $A = B' = C''$, 它们相等, 其它六个常数也分成两组而相等。

对于单轴状态, 以上关系式变成:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y - \mu\sigma_z) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x - \mu\sigma_z) \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_x - \mu\sigma_y) \end{cases} \quad (1-9)$$

还可以改写成以下形式

$$\begin{cases} \sigma_x = \lambda e + 2G\varepsilon_x \\ \sigma_y = \lambda e + 2G\varepsilon_y \\ \sigma_z = \lambda e + 2G\varepsilon_z \end{cases} \quad (1-10)$$

$$\text{式中 } \lambda = \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-2\mu)}$$

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

4. 二维状态

(1) 平面应力状态

平面应力状态是研究由两个主应力方向所确定的平面上的应力状态。在这种平面的法线方向不存在应力 σ_z ($\sigma_z = 0$), 但仍存在应变 ε_z 。上述的关系式就可改写为:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) \\ \varepsilon_z = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \end{cases} \quad (1-11)$$

其应力关系式:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y) \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x) \end{cases} \quad (1-12)$$

(2) 平面应变状态

平面应变状态与平面应力状态不同之处在于: 平面应变状态的 $\varepsilon_z = 0$ ($\sigma_z \neq 0$)。其关系式是:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu)\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y] \\ \sigma_y = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu)\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x] \\ \sigma_z = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [\varepsilon_x + \varepsilon_y] \end{cases}$$

尽管平面应变状态与平面应力状态相似, 但仍有区别, 不能混为一谈。

§ 1-4 不同形式的二维应力状态

二维应力状态是应力分析的基础。平面应力状态是一种经常用到的应力状态, 因为许多结构可以认为是由一些平面组合而成的。如果是平面应力, 就可以采用光弹性法或者云纹法来作实验。再者, 研究一个结构表面某点的应力, 实际上就是研究这个点附近的一个很小平面上的应力, 所以研究平面应力很有用。所谓平面应力就是指垂直这个平面上的应力等于零。我们可以从不同的观点去分析平面应力和应变:

从几何分布的观点, 我们引进主应力或主应变方向的概念。

从解析观点, 当我们采用任意参考坐标来确定主应力方向时, 就要引进滑移和剪应力的概念。

从张量的观点, 对于作用有歪斜力的各向同性的物体, 一般可以用张量方法来分析应力状态。张量法可以同时显示平面的两个参数, 而光弹性法只能显出平面上两个参数中的一个, 所以张量法也是一种很常用的方法。材料力学中平面应力一般就由两个参数来确定。通过微分形式的关系式可以求出一个点的应力的各个分量; 通过积分形式的关系式可以求出一个点附近区域的应力值。这些关系式都是经常要用的。

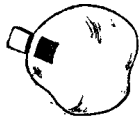


图 1-8

以下介绍结构表面应力和应变的特殊形式。表面的应力和应变可以用应变计来测量。三维空间的应力就不便于使用应变计了, 但可以通过二维的应变测量加上一些推理来解决三维问题。对二维问题, 通常假设垂直于表面的应力等于零, 而其它两个应力则位于表面的切平面上, 它们是 σ_1 和 σ_2 。 σ_1 和 σ_2 可为正数也可为负数。应变 ε_1 , ε_2 与应力 σ_1 , σ_2 的方向一致, $\sigma_3 = 0$, 但是 $\varepsilon_3 \neq 0$ 。以下

是平面应力状态的关系式:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2) \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1) \end{cases} \quad (1-13)$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \\ \sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) \end{cases} \quad (1-14)$$

在一个结构的外壳上取一小块面积, 这就相当于在平板上取一个小单元体, 以上公式就都能用。

§ 1-5 应 变

1. 单轴应力状态

沿试件的轴向作用一个力, 试件上微小单元的轴向伸长应变为 ε_x , 与作用力方向垂直的收缩应变为 ε_y 。

$$\varepsilon_y = -\mu \varepsilon_x \quad (1-15)$$

这些应变在试件的各处都是一样的。以下进一步分析与作用力方向成 θ 角的方向上的应变值。沿 θ 方向取线段 PC (图 1-10), 在外力作用下, PC 变成 PC' 。A 和 B, A' 和 B' 分别为 C 和 C' 在垂直轴和水平轴上的投影。PA 变为 PA', 而 PB 变为 PB', $BC=PA$ 。根据应变的定义:

$$\varepsilon_x = \frac{\overline{AA'}}{\overline{PA}}, \quad \varepsilon_y = \frac{\overline{BB'}}{\overline{PB}}$$

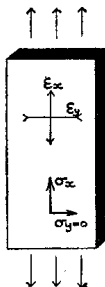


图 1-9

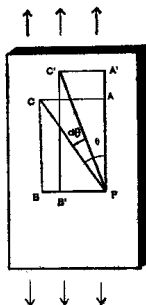


图 1-10

沿 PC 的应变值是:

$$\varepsilon_t = \frac{\overline{PC'} - \overline{PC}}{\overline{PC}}, \quad \overline{PC} = \frac{\overline{PB}}{\sin \theta} = \frac{\overline{PA}}{\cos \theta},$$

$\overline{PC'} - \overline{PC}$ 是 $\overline{PC}$ 的变化量 [也就是 $d(\overline{PC})$], 由此可得:

$$\begin{aligned} d(\overline{PC}) &= \overline{PC'} - \overline{PC} = -\frac{\overline{PB}}{\sin^2 \theta} \cos \theta d\theta + \frac{d(\overline{PB})}{\sin \theta} \\ &= -\frac{\overline{PC} \cos \theta \sin \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = -\frac{\overline{PA}}{\cos^2 \theta} \sin \theta d\theta + \frac{d(\overline{PA})}{\cos \theta} \\ &= -\frac{\overline{PC} \cos \theta \sin \theta d\theta + \varepsilon_x \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} \end{aligned}$$

消去 $d\theta$, 则有