

卢敬华

数值天气预报引论

气象出版社

数值天气预报引论

卢敬华 编

气象出版社

内 容 简 介

本书较系统地阐述了数值天气预报的理论基础。内容包括：数值天气预报的基本方程和地图投影，大气波动，大气能量学，数值方法若干问题，过滤模式，原始方程模式，降水预报，客观分析，北京气象中心B模式，MOS（模式输出统计）预报等十章。对谱模式也作了概略的介绍。

本书主要适用于广大气象台站工作者自学和气象专业大专班教材，亦可供广大数值天气预报工作者和气象专业本科班学生在工作和学习中参考。

数值天气预报引论

卢敬华 编

责任编辑 康文骅

* * *

气象出版社出版

（北京西郊白石桥路46号）

中国科学技术情报所印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 全国各地新华书店经售

* * *

开本：787×1092 1/32 印张：10.625 字数：227 千字

1988年4月第一版 1988年4月第一次印刷

印数1—1500册 定价：1.80元

ISBN 7-5029-0085-3/P·0056(课)

符 号

a	地球半径; 加速度	n	下标
c	波速; 任意常数	Δn	两相邻等值线之间的距离
c_p	定压比热	\vec{n}	法线方向单位矢量
c_v	定容比热	P	坐标; 权重因子
c_N	$= \sqrt{RT_0}$ 牛顿声速	q	$= c\mu\Delta t$; 比湿
d	离散距离	q_s	饱和比湿
e	水汽压; 余差	\vec{r}	径向矢量
e_s	饱和水汽压	r	径向距离; 厚度差; 下标
f	科里奥利参数; 频率	s	水汽源和汇; 实际比例尺; 面积; 一维平滑系数; 下标
g	重力加速度	t	坐标
h	界面高度; 单位质量空气的焓	u	x 方向速度分量; 任一函数
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	单位矢量	v	y 方向速度分量
i	$= \sqrt{-1}$; 下标; 自变量	w	z 方向速度分量; 混合比
j	下标	w^*	$= \frac{dz^*}{dt}$
k	下标; 比例系数; 垂直分层数; 外摩擦系数; 垂直扩散系数; 纬向波数	x, y, z	空间坐标
k_m	湍流交换系数	z^*	$= -H \ln \frac{p}{p_0}$ 对数压力
l	距离; 下标		坐标
m	地图放大系数; 经向波数; 下标	A	任意气象要素; 热功当量; 波的振幅

C_D 拖曳系数
 C_a $= \frac{a}{g} \sqrt{\left(\frac{N}{m}\right)^2}$
 基本气流为零时重力
 内波波速
 D $= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ 水平散度
 D_H 水平扩散系数
 E 残差平方和
 \vec{E}_i 物体受到的第 i 个力
 E_a 干静力能
 E_s 潜热能
 E_w 温湿能
 E_t 单位质量空气总能量
 E_p 正压大气干空气总能量
 E_s 温静力能
 E_{at} 干空气总能量
 \vec{F} 摩擦力
 \vec{F}_o 外摩擦力
 \vec{F}_i 内摩擦力
 G 气压梯度力
 H 均质大气高度, 界面平
 均高度
 I, J 网格点数
 J 雅可比算符, 压力能
 J 有限差分的雅可比算子
 K 单位经度圆锥面所张平
 面角, 科里奥利力的

模, 动能
 L 凝结潜热
 M 质量
 M_a 干空气质量
 M_s 空气分子重量
 M_w 湿空气中水汽质量
 N 数目, 布伦特-维赛拉
 频率
 P 气压, 位能, 全位能
 P_0 1000hPa气压
 P_s 地面气压
 P_r 上边界气压
 Q 单位时间非绝热加热量
 R 空气微团到地轴的距离;
 气体常数; 降水量;
 响应函数
 T 温度; 周期
 \bar{T} 环境空气温度
 \bar{T}_0 地面气温
 T_0 P_0 面上的温度
 U 系统内能; 基本风场;
 差分方程准确解
 \bar{U} 差分方程数值解
 U_m $= \frac{U_2 + U_4}{2}$ 垂直平均纬
 向风速
 U_r $= \frac{U_2 - U_4}{2}$ 为 $\Delta p/2$ 气
 层间基本状态的热成风
 速

\vec{V} 三维空间速度
 V 水平速率; 气体体积
 \vec{V}_h 水平风速
 \vec{V}_s 地面风速
 \vec{V}_g 地转风速
 \vec{V}_r 旋转风的分量
 \vec{V}_x 散度风分量
 W 系统对外界做功
 Z 海拔高度; 位势高度
 α 比容; 角; 超张弛因子
 β $= df/dy$ 罗斯贝数
 γ $= c_p/c_v$; 递减率
 γ_d 干绝热递减率
 γ_s 中性层结递减率
 δ 微分
 Δ 有限差分算子
 ∇ 倒三角算符
 ∇^2 拉普拉斯算符
 ∇_m^2 地图直角坐标系中拉普拉斯算符
 ∇^2 拉普拉斯差分算符
 ∂ 偏微分
 ζ 任意气象变量坐标; 相对涡度垂直分量
 ζ_g 地转涡度
 η $= \zeta_g + f$, 地转绝对涡度; 凝结反馈作用的修正因子
 ξ $= \bar{f}^2 / [\sigma(\Delta p)^2]$, 反映

斜压性的无因次参数
 θ 位温; 球坐标余纬
 λ $= \frac{1}{1 + iq}$, 增幅率; 经度; 波长
 μ 波数; 内摩擦系数 (又称动力粘滞系数); 下标
 ν 运动学粘滞系数
 π 圆周率
 ρ 密度
 ρ_0 水汽密度
 σ 垂直坐标; 缩小比例尺;
 $= -\frac{\alpha}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}$
 τ 摩擦力; 应用
 φ 地理纬度; 坐标
 χ 散度风的速度位势
 ψ 旋转风的流函数
 ω $= dp/dt$, p 坐标系中的垂直速度; 圆频率
 ω_s $P = P_s$ 的垂直速度
 Γ $= \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z^*}$, 静力稳定度参数
 Π 求积
 Σ 求和
 Φ 重力位势
 Φ_s 地表位势值
 Ω $= -c \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin \mu \Delta x$; 地球自转角速度

目 录

符号表

序言	(1)
第一章 旋转地球上大气的运动	(4)
§ 1.1 大气运动遵循的物理规律	(4)
§ 1.2 运动方程	(7)
§ 1.3 连续方程和热力学方程	(15)
§ 1.4 p 坐标系与 σ 坐标系中的基本方程组	(22)
§ 1.5 地图投影	(28)
参考习题	(34)
第二章 大气波动和滤波	(36)
§ 2.1 波的数学表示	(37)
§ 2.2 声波	(41)
§ 2.3 重力波	(49)
§ 2.4 大气长波	(62)
§ 2.5 混合波	(67)
§ 2.6 滤波浅说	(73)
参考习题	(80)
第三章 大气能量学	(82)
§ 3.1 基本概念	(83)
§ 3.2 p 坐标积分形式的能量平衡方程	(89)
§ 3.3 预报方程的能量积分约束	(96)
参考习题	(104)
第四章 数值方法的若干问题	(105)
§ 4.1 差分方法	(105)
§ 4.2 线性计算稳定性	(116)

§ 4.3	差分近似引起的相速度误差	(126)
§ 4.4	时间积分格式	(135)
§ 4.5	迭代法	(143)
§ 4.6	插值法	(150)
§ 4.7	平滑和过滤	(159)
	参考习题	(168)
第五章	过滤模式	(169)
§ 5.1	模式概述	(169)
§ 5.2	正压涡度方程模式	(172)
§ 5.3	正压涡度方程模式的数值解	(178)
§ 5.4	简单的涡度方程斜压模式	(187)
	参考习题	(197)
第六章	原始方程模式	(198)
§ 6.1	原始方程模式的特性	(199)
§ 6.2	一层原始方程模式	(205)
§ 6.3	坐标二层原始方程模式	(214)
	参考习题	(225)
第七章	数值天气预报中的降水预报	(226)
§ 7.1	湿空气热力学	(226)
§ 7.2	大尺度凝结降水	(231)
§ 7.3	积云对流参数化简述	(235)
第八章	客观分析	(242)
§ 8.1	观测资料的自动处理	(243)
§ 8.2	客观分析的几种方法	(245)
§ 8.3	预报模式初值	(253)
第九章	北京气象中心现行短期数值天气预报业务系 统	(258)
§ 9.1	北半球五层原始方程预报模式	(260)

§ 9.2	有限区域五层细网格原始方程模式	(275)
§ 9.3	B模式的效果检验	(289)
第十章	数值天气预报产品应用——MOS (模式输出 统计) 预报	(300)
§ 10.1	MOS预报系统	(300)
§ 10.2	MOS预报的几个问题	(304)
§ 10.3	中期地方MOS预报	(310)
§ 10.4	短期地方MOS预报模式制作	(315)
附录 I	谱模式	(319)
附录 II	矢量运算	(324)
后记	(329)
主要参考文献	(330)

序 言

数值天气预报是根据大气动力学和热力学定律，从大气环流任一已知的初始状态出发，去预报它的未来状态。例如，在气象学上经常遇到对时间 t 的一阶偏微分方程

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -B \quad (0.1)$$

其中 A 为任一气象要素， B 为由初始条件可以求得的已知量，在给定初始状态 A^0 以后，这个方程可以求解。

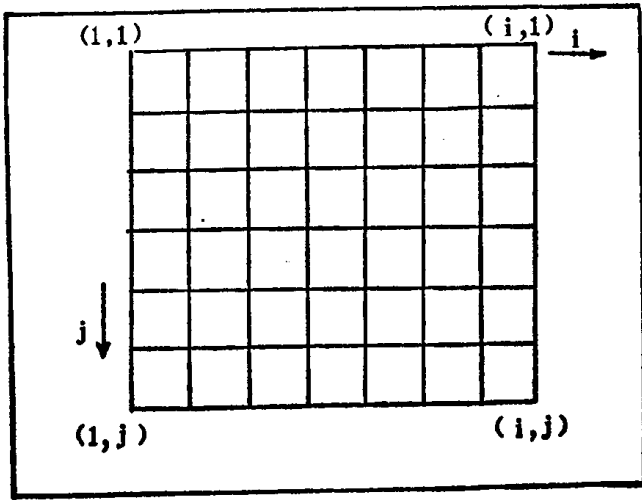
下面用数值方法求解。等式左端用向前差商近似代之，

$$\frac{A^1 - A^0}{\Delta t} \approx -B(A^0) \quad (0.2)$$

有 $A^1 \approx A^0 - \Delta t \cdot B(A^0)$ (0.3)

其中 A^1 为与 A^0 相距 Δt 时间的未来状态的值，按照(0.3)式，可以由 A^0 而求解得 A^1 。下面又将 A^1 作为初值，用与上面步骤类似的方法连续外推，就可以求解出未来任一时间的 A 的状态。这就是数值天气预报的简单原理。从这个例子中可以清楚地看到，实现数值天气预报需要具有以下条件：(1)变量场的初始状态；(2)描述变量场所遵循的物理规律的方程组；(3)一种对方程组进行时间积分的外推方法。

早在1922年，英国气象学家理查孙就用流体力学方程组进行过数值天气预报的试验。他把预报区域分割成如下图所示的均匀网格，用手摇计算机进行了浩繁的计算，求出了两个网格点上的气压值。但其中之一的3小时气压变化竟达到70hPa，而实况却几乎无大变化，预报失败了。



预报网格图

二十多年后，人们把理查孙失败的原因归结为前述三个条件不具备：

(1) 对天气演变规律认识不够，以致描述演变规律的方程组过于复杂和普遍。

(2) 缺乏比较完善的观测资料，使各变量场的初始状态很不完整，误差很大。

(3) 计算工具落后，计算很不准确，尤其缺乏完善的计算方法和理论。

第二次世界大战后，高空探测站大增，电子计算机问世，为数值天气预报的开展创造了条件。1948年，查尼(Charney)在罗斯贝等人工作的基础上提出滤波理论，从而避免了理查孙遇见的困难。1950年，冯纽曼(Von Neuman)和查尼等用准地转模式，以实际资料为初始场，在电子计算机上作出了第一张24小时北美地区500hPa高度场预报。

从1954年起，预报模式所需要的初始资料场，由电子计算机进行客观分析取代人工读数、穿孔，实现了从接收气象电报到分析预报的自动化。

五十年代后期，人们发现用准地转模式作预报有很大的局限性，系统强度变化不大，预报近于外推。1959年，用原始方程模式作预报获得成功，使数值天气预报的发展进入了一个新的阶段。以后，随着动力气象和计算技术的发展，用原始方程模式作预报越来越多，到七十年代初，已经比较普遍地用于业务预报。

在我国，数值天气预报的理论研究起始于1954年，1955年用图解法两层模式作出了500hPa24小时预报。1959年104电子计算机研制成功，为数值预报的研究创造了条件。同年，顾震潮提出初值问题和演变问题在一定条件下的等值性，为用历史资料制作预报提出了方向。1963年，首次提出了半隐式差分格式，后来，经过中外学者的发展，现已在数值预报中广泛采用。1965年春，中央气象台开始发布正压模式制作的500hPa预报。1969年资料处理、客观分析和数值预报模式联接试验成功。1974年开始用原始方程三层模式制作预报，此模式为与以后所用的业务模式区别起见，被称为A模式。1982年2月，北京气象中心开始发布北半球五层原始方程模式预报图和各标准等压面北半球分析图以及诊断场分析图，这就是人们熟悉的B模式。目前，从接收资料到填图、分析、输出预报图已有了一套自动化客观化方法。研究用的预报模式已发展到七层原始方程模式；预报范围已扩展到全球。随着我国国民经济的发展和科学技术现代化，数值天气预报将获得进一步发展。

第一章 旋转地球上大气的运动

旋转地球近于球体，平均半径为6370km。而天气动力学研究的地球大气，其垂直厚度在地面以上仅12km左右，它象一层薄薄的“气壳”粘附在地球表面上。

这层气壳是多种成分的混合物。主要成分有氮、氧、氩、二氧化碳和水汽等，其中水汽相变所引起的热量传输对天气过程发生重要的影响。

这层气壳作为流体，具有流体所共有的力学特性，而它的特殊点在于：（1）它位于以角速度 Ω 旋转的地球上；

（2）它接收来自太阳的热辐射，并且，这种辐射量在时间和空间上分布极不均匀。因此，大气既具有旋转流体的特性，又具有热力学特性。动力气象学正是从流体力学和热力学的基本定律出发，在旋转地球上研究大气运动的规律，而数值天气预报就是通过数值计算，求出描述大气运动规律的流体力学和热力学方程组的数值解，从而预报未来的天气。

§1.1 大气运动遵循的物理规律

我们认为大气满足连续介质的假说，它遵循动量守恒、质量守恒和能量守恒三大定律。

（一）牛顿第二定律

质量为 M 的物体，它的运动加速度与受到的作用力（如果有几个力同时作用，就是它们的合力）成正比，与物体的质量 M 成反比。有

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \quad (1.1)$$

式中 $\frac{d\vec{V}}{dt}$ 为物体的加速度， $\sum_{i=1}^N \vec{E}_i$ 为物体受到的 N 个力的合

力。(1.1) 式为单位质量物体的运动加速度的表达式。大气运动无例外地遵守这个定律。

值得注意的是：(1) 加速度和力为矢量，加速度的方向与合力的方向相同；(2) 加速度与合力总是同时存在，同时消失；(3) 计算时，各量必须采用同一单位制的单位。上式可以写成

$$M d\vec{V} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i dt \quad (1.2)$$

在物理学上，把运动物体的质量 M 和它的速度 \vec{V} 的乘积 $M\vec{V}$ 叫做这个物体的动量；作用在物体上的力 $\sum_{i=1}^N \vec{E}_i$ 和力的

作用时间 Δt 的乘积 $\sum_{i=1}^N \vec{E}_i \Delta t$ 叫做冲量。根据动量定理：一个物体在 Δt 时间内的动量变化等于作用于此物体上的外力在相同时间内的冲量。它表示为

$$\sum_{i=1}^N \vec{E}_i \Delta t = M\vec{V}_2 - M\vec{V}_1 = M\Delta\vec{V} \quad (1.3)$$

由此可知，(1.2) 式描述的是动量定理。因此，在天气动力学中由牛顿第二定律导出的运动方程，又称为动量守恒方程，它的物理本质是动量守恒定律。

(二) 质量守恒定律

这是物质世界又一个基本定律，大气运动同样也遵循这一基本定律。它可以从两个不同的角度来叙述：

1. 拉格朗日 (Lagrangian) 法

取同某一空气微团一块儿运动的坐标系。设空气微团的质量为 δM ，在运动时其体积和形状尽管可以发生变化，但所含质量不变。如果它的体积为 $\delta V = \delta x \delta y \delta z$ ，密度为 ρ ，则有

$$\delta M = \rho \delta V$$

并且

$$\frac{d}{dt} (\delta M) = 0 \quad (1.4)$$

或

$$\frac{d}{dt} (\rho \delta V) = 0 \quad (1.5)$$

2. 欧拉 (Euler) 法

设坐标系原点位于空间任一固定点，假设空气质量有净外流时，该点密度 ρ 必将减小；反之，假设空气质量有净流入时，该点密度 ρ 必将增加。故有

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \nabla \cdot (\rho \vec{V}) \quad (1.6)$$

式中 $\nabla \cdot (\rho \vec{V})$ 为单位体积空气的质量通量。

(1.6) 式同 (1.4) 或 (1.5) 式虽然是用不同的方法得出的，但二者是一致的，这还可以从本章第三节的推演看出。

质量守恒定律在大气动力学中的数学表达式为连续方程。

(三) 能量守恒定律

定律的基本含义是：能量不能消灭也不能创生，它只能从一种形式转变为另一种形式。功是能量转换的量度。

能量形式的转换在自然界是相当普遍的，热力学第一定律就是热能守恒和转换定律。

$$\delta t \cdot \Delta Q = \Delta U + \Delta W \quad (1.7)$$

式中 ΔQ 为单位时间外界与系统的热量交换； ΔU 为系统内能的增加； ΔW 为系统对外界作的功。(1.7)式说明：系统所吸收的热量等于系统内能的增加与对外做功之和。

以下两节直接给出上述三个定律在 (x, y, z, t) 坐标系中的数学表达式，并作适当讨论。

§ 1.2 运动方程

运动方程即动量守恒定律。它的分量方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + fv + F_x \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - fu + F_y \\ \frac{dw}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g + F_z \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

(1) $\frac{du}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$ 和 $\frac{dw}{dt}$ 分别为单位质量空气微团沿 x ,

y 和 z 方向的加速度。根据多元函数求全微商的概念有

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{dy}{dt}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\
 & = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.9)
 \end{aligned}$$

其中

$$u = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{dy}{dt}$$

$$w = \frac{dz}{dt}$$

分别为速度 \vec{V} 在 x , y 和 z 方向的分量。(1.9) 式左端叫做个别变化项 (或随体微商), 右端第一项叫做局地变化项, 第二、第三项叫做平流变化项, 第四项叫做对流变化项。即

$$\begin{aligned}
 \text{个别变化} &= \text{局地变化} + \text{平流变化} \\
 &+ \text{对流变化}
 \end{aligned}$$

实际工作中, 经常需要求解的是气象要素的局地变化项, (1.9) 式又写成

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{d}{dt} - \left(u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) - w \frac{\partial}{\partial z} \\
 (2) \quad &\left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right), \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \right) \text{和} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) \text{分}
 \end{aligned}$$

别为 x , y , z 方向的气压梯度力。它们的物理含义是: 一个空气微团在气压场所受的力与气压分布的不均匀性有关。当气压分布不均匀时, 空气微团就会受到由高压指向低压方