

数字电路与逻辑设计

魏书衡 张干 编著



人民邮电出版社

数字电路与逻辑设计

魏书衡 张干 编著

人民邮电出版社

登记证号（京）143号

内 容 简 介

本书是根据国家教委关于“脉冲与数字电路”课程的基本要求，在多年从事该课程教学的基础上编著而成的。

全书共九章，主要以中大规模标准模块电路为重点，详细阐述了以中大规模标准模块设计数字电路及较小数字系统的方法。尤其注重基础理论、基本方法及基本工具的介绍。力求突出理论与实践相结合。各章附有适量习题，内容丰富，阐述清晰，便于教学和阅读。

本书适合作为高等院校有关无线电通信、数字信号处理，计算机、自动控制及无线电工程等专业的教材或参考书；并可供从事电子类工程技术工作的科技人员作参考。

数字电路与逻辑设计

魏书衡 张干 编著

责任编辑 田秀兰

*

人民邮电出版社出版发行

北京朝阳门内南竹杆胡同111号

北京丰台丰华印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所经销

*

开本：787×1092 1/16 1994年10月 第一版

印张：27.75 1994年10月北京第1次印刷

字数：701千字 印数：1-4000册

ISBN7-115-5442-8/TN·807

定价：28.50元

前 言

本书是根据国家教委关于课程教学的基本要求编写而成的。其特点是：为保证学生掌握足够的基础知识、本书对数字电路的基本理论、基本工具以及设计小规模数字电路的基本方法作了系统而简练的介绍。为适应当前电子技术发展的状况，对中大规模标准模块的原理及以其为核心的数字电路的介绍则是本书的重点。本书还对用可编程逻辑器件（PLD）进行逻辑设计的方法和应用实例作了较详细的讨论。数字电路是一门实践性很强的专业基础课，因此在编写过程中力求突出理论和实践相结合。

全书共分九章：第一章、第二章是本书的基础理论，也是分析设计数字电路的工具。第三章、第五章介绍了不同系列的各种实用逻辑门、集成触发器的基本原理、外特性。这是数字电路的电路基础。第四章首先介绍了分析、设计组合电路的一般方法。然后介绍了典型中规模模块的功能和应用。第六章介绍了分析设计同步时序电路、脉冲异步时序电路的一般方法，其中特别强调原始状态图的建立。该章还重点介绍了各种典型中规模时序模块的原理、性能及应用，典型模块构成各种同步时序电路的方法。并对反馈移位寄存器作了较系统的讨论。第七章阐述了当前大规模集成电路的发展概况，讨论了存储器的性能指标、各类存储器的结构特点、存储单元工作原理和典型芯片。讨论了利用可编程逻辑器件进行逻辑设计的方法和实例。第八章在阐述数—模、模—数转换基本原理的基本上，以各种典型实用芯片为例介绍了不同变换方法和器件的使用方法。第九章介绍了数字系统的设计方法，重点对各种控制器进行了设计举例，最后以多频信号采集设备为例，介绍了设计过程，以帮助读者由功能部件设计过渡到建立数字系统设计的能力。第二、四、六、七章是本书的重点内容，有助于读者为今后设计实用数字系统打下良好基础。

本书可作为高等院校无线电技术类或电子类本科生教材。为教学方便，其中某些重点章、节还可作为不同层次的有关专业的教材。全书深入浅出、图文并茂、便于阅读，并在每章中配以适量习题，是一本较好的教学参考书。

人民邮电出版社为本书出版做出大量工作；信息工程学院基础部主任韩思清教导处处长宋新励和郭新香同志为本书出版提供了大力支持。冯晋同志提供了计算机多频信号采集设备资料，马晨欣同志绘制了大量图形、付出了辛勤劳动。在此一并表示衷心感谢。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

编者

1994年7月10日于郑州

绪 论

当今, 数字技术已成为新技术发展的一个标志, 数字技术的普及, 尤其是微型计算机的迅速发展和广泛应用, 使数字技术进入了一个新的阶段。它不仅广泛地应用于现代数字通信、雷达、自动控制、航天控制、遥测、遥控、数字计算机、数字测量仪表、医疗设备等各个科学领域, 而且进入了千家万户的日常生活。可以预料, 数字技术在人类迈向信息社会的进程中, 将起着愈来愈重要的作用。

《数字电路与逻辑设计》是理工科院校计算机、数字通信、信息处理、雷达、遥测遥控、自动控制、无线电技术等专业的专业基础课。推广和使用数字技术, 已成为从事数字系统设计的广大科技工程技术人员的有效工具。

一、数字电路与模拟电路

在电子技术中, 电信号可分为两类:

一类是在时间上和数值上都是连续变化的信号, 如正弦电压信号, 这类信号称为模拟信号。所谓模拟就是仿真的意思。因为自然界中的物理量绝大多数是连续变化的, 人们通过传感器可以将物理量(如光、声、温度、流量、角位移等)转换为电信号, 通过对电信号的处理达到对物理量处理的目的。

另一类是在时间上和数值上都是离散的, 不连续变化的信号。信号只能按有限多个阶梯或增量变化取值, 这类信号称为数字信号。如图 1 所示, 它们的变化在时间上是不连续的, 总是发生在一系列离散的瞬间 t_i ($i=0,1,2,\dots$)。而它的幅位大小变化都采取数字形式, 如 t_1 时幅值从 0→2, t_2 时从 2→1 等等。

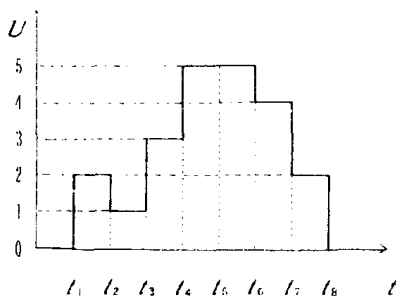


图 1

实际上, 目前数字信号一般采用两种形式:

电平型数字信号: 如图 0—2 所示, 高电平用 1 表示, 低电平用 0 表示。每个 0、1 信号所占的时间间隔 Δ 大都相等, 一个 1 或一个 0 称为 1 比特 (bit) 或 1 位, 几个连续的高 (低) 电平, 就是几位 (拍) 长的 1 (0) 信号, 图 (a) 就是 8 位数字信号 01011010。

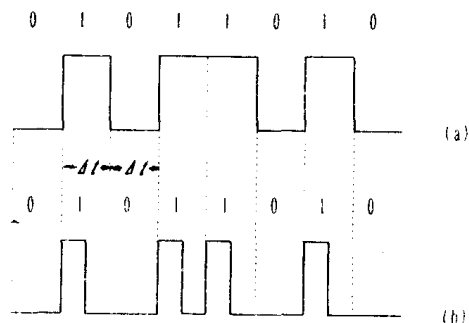


图 2

脉冲型数字信号: 如图 2(b) 所示, 它是以每拍内有无脉冲来表示信号的, 在一拍时间内有脉冲信号表示数字 1, 无脉冲信号

表示数字 0, 因此图 (b) 也是 8 位数字信号 01011010。

一般说, 信号形式不同, 对信号的处理方法也不同。传递、加工、处理模拟信号的电路, 称为模拟电路。放大器等这样的实际工程系统称为模拟系统, 如广播、电视系统、模拟计算机等。传递、加工、处理数字信号的电路, 称为数字电路, 如加法器、译码器、数据选择器、计数器等逻辑部件。把这些逻辑部件有机地连接起来, 构成一个能完成一系列复杂操作的逻辑单元, 就是数字系统, 如数字通信系统, 数字计算机等。当然, 一个实际的工程系统, 往往既包含模拟电路部分, 又包含数字电路部分, 它们之间用 A/D 或 D/A 接口电路连接实现转换。

在进行信息传递、加工和处理过程中, 数字系统与模拟系统比较, 具有如下优点:

(1) 精度高 只要设备量允许, 利用增加二进制数码位数可以得到很高的精度。如数字计算机字长 64 位, 相当于 19 位十进制数, 其精度可达 10^{-19} 。这是模拟系统无法比拟的。

(2) 速度快 这是数字系统突出特点, 如数字计算机工作速度可达数百万次/秒, 甚至数十亿次/秒。

(3) 集成度高 由于集成工艺的发展, 芯片集成度愈来愈高, 由每片集成几个元件的小规模集成电路, 发展到中、大规模集成电路和超大规模集成电路。如 80486 芯片每片可达上百万个晶体管, 将要推出的 80786 芯片可达上亿只晶体管。

(4) 可靠性高 数字电路(系统)多采用中、大规模集成电路, 由于焊点少、连线少, 因而可靠性高。

(5) 通用性强 标准化程度高, 便于批量生产, 同时, 利用标准集成芯片, 可以灵活、方便地构成各种数字系统。

(6) 保密性能好 采用可编程逻辑器件(如 PAL, GAL), 利用加密单元, 可防止他人抄袭电路设计。

随着集成电路飞速发展, 新型的电子器件不断出现, 集成度愈来愈高, 价格愈来愈便宜, 因此, 数字技术具有强有力的生命力, 比模拟系统具有更强的竞争能力。

二、数字电路研究的主要内容

现在, 数字电路(系统)使用的器件都是集成电路, 一般按在一块半导体芯片上所做元件的多少(称集成度), 分为小规模集成电路(SSI)、中规模集成电路(MSI)、大规模集成电路(LSI)和超大规模集成电路(VLSI)。SSI 产品有集成门电路和各种触发器等; MSI 主要产品有加法器、译码器、编码器、数据选择器、计数器、数码寄存器和移位寄存器等; LSI 主要产品有随机存取存储器(RAM), 只读存储器(ROM)和可编程逻辑器件(PLD)等。对于这些集成电路(或称功能块)的逻辑功能及其外部特性, 使用者必须有清楚的了解。为了使 MSI、LSI 产品具有多种功能, 一般都设置了使能端, 以便进行扩展或控制。为此, 必须对各种使能端有清楚的了解。只有这样, 才能正确地、灵活地、巧妙地应用它们, 并进一步地开发它们。

数字电路, 从逻辑功能上可分为两类: 一类是电路的输出仅仅和当时输入有关, 与电路过去的历史状态无关, 这类电路称为组合逻辑电路。如加法器、译码器等都是组合逻辑电路。另一类是电路的输出不仅和当时输入有关, 而且与此电路过去的历史状态有关, 这类电路称为时序逻辑电路。如触发器、计数器和移位寄存器等。

时序逻辑电路按有无时钟脉冲控制, 可分为同步时序电路和异步时序电路。由于同步时

序电路具有一系列的优点，因而比较复杂的数字电路（系统），大多采用同步方式工作。

数字电路按解决的实际问题可分为逻辑分析和逻辑设计（综合）。对一个给定的逻辑电路，用一定的方法研究它的工作特性和逻辑功能，称为逻辑分析。反之，对一个给定的实际问题，根据逻辑功能要求，设计出满足功能要求的最佳逻辑电路，称为逻辑设计（综合）。这里最佳的概念是一个综合指标，如电路简单、可靠、成本低、使用维修方便等。对 SSI 最佳是指门最少，且每个门的输入端数最少；对 MSI、LSI 是指芯片数最少、连线最少；当在高速场合应用时，门的平均传输延迟时间 t_{pd} 应最小；当在低速场合应用时，功率就成为首先要考虑的问题。今后，随着集成电路的发展，最佳的标准也将相应地改变。设计思想清晰便于修改设计、便于故障检测、便于使用维修等都是数字电路设计时应该考虑的，但节省器件（芯片）、减少连线等仍是最佳标准的基本原则。

数字电路（系统）的设计方法与所使用的元器件有着密切的关系。随着中、大规模集成电路发展与广泛应用，设计方法将发生很大变化。

数字电路设计方法很多，主要有三种：

（1）用 SSI 设计数字逻辑电路

利用 SSI 设计数字逻辑电路的方法，是最基本的经典方法。它是建立在真值表、卡诺图、状态图、状态表、特征方程、逻辑函数表达式和逻辑图基础上的，用门电路、触发器作为基本单元电路来实现。这些传统的描述函数方法是分析和设计数字电路的基础，是本书讨论的重点内容。

（2）用 MSI 设计数字逻辑电路

利用典型的 MSI 芯片（功能块），再配上少量的门电路实现组合逻辑和时间逻辑电路的设计，是一种新的设计方法。在充分了解 MSI 芯片功能的基础上，如何灵活地、巧妙地开发利用这些芯片，也是本书讨论的重点内容。如利用加法器、译码器、数据选择器、比较器实现组合逻辑电路设计；利用多口触发器和数据选择器，利用典型计数器、移位寄存器和数据选择器等实现时序逻辑电路设计。

（3）用 LSI 设计数字逻辑电路

利用 LSI 芯片设计数字电路具有一系列优点，本书讨论了用 RAM、ROM 设计逻辑电路的方法，并用一定篇幅讨论了可编程逻辑器件 PLA、PAL、GAL 设计逻辑电路的方法。可编程逻辑器件（PLD）是一种新型器件，应用很广泛。

三、数学工具及研究方法

逻辑代数（也称布尔代数）是研究数字逻辑电路的基本理论，是分析和设计数字电路（系统）的主要数学工具。因此，逻辑代数的基本概念、基本运算、基本定理和常用公式等要求熟练地掌握，并能灵活地应用。而化简逻辑函数的各种方法及其应用是本书讨论的重要内容。

数字逻辑电路所研究的主要问题是输出与输入间的逻辑关系。因此，定量计算较少，而逻辑运算、逻辑判断和逻辑推理较多。为了更好地研究这些逻辑关系，采用真值表、卡诺图、状态图（表）、逻辑函数式、特征方程、时序图、逻辑图等方法来描述数字电路，这是与模拟电路所不同的。

数字电路除了对信号进行算术运算外，还可以进行逻辑运算、逻辑判断和逻辑推理，所以数字电路有时又称数字逻辑电路。

由于本课程是大学本科生的专业基础课，因此，所讨论的重点是基本概念、基本理论和

基本方法。尽管中、大规模集成电路已成为数字电路（系统）的主体，但是小规模集成电路仍是各种数字电路的基础，是数字系统不可缺少的部分。因而，传统的、经典的设计与分析方法仍是本书所研究的主要内容。

目 录

第一章 数制与编码	1
第一节 进位记数制	1
第二节 数制转换	5
第三节 十进制数的二进制编码	12
习题	17
第二章 逻辑代数基础	19
第一节 逻辑代数	19
第二节 逻辑函数的性质	30
第三节 逻辑函数的卡诺图(K 图)表示法	35
第四节 逻辑函数的简化	39
第五节 不同完备集逻辑函数的获得	44
习题	45
第三章 集成逻辑门电路	48
第一节 开关器件	49
第二节 晶体三极管反相器	60
第三节 TTL 集成与非门	63
第四节 ECL 集成或/或非门	78
第五节 I^2L 逻辑门电路	81
第六节 MOS 集成逻辑门	83
第七节 集成逻辑门在脉冲电路中的应用	89
习题	97
第四章 组合逻辑电路	105
第一节 组合逻辑电路分析	105
第二节 组合逻辑电路的设计	108
第三节 组合电路设计中的几个问题	112
第四节 加法器	121
第五节 编码器	134
第六节 译码器	139
第七节 数据选择器	157
第八节 数码比较器	169
第九节 组合逻辑电路的冒险现象	172
习题	177
第五章 集成触发器	184
第一节 触发器的逻辑功能	184
第二节 集成触发器	191
第三节 集成触发器形成脉冲电路	202

习题	209
第六章 时序逻辑电路	213
第一节 概述	213
第二节 同步时序电路的分析	214
第三节 同步时序电路综合	219
第四节 脉冲异步时序电路	237
第五节 寄存器、锁存器与移位寄存器	246
第六节 计数器	257
第七节 移存器型计数器	273
第八节 反馈移位寄存器	278
第九节 利用 MSI 部件设计同步时序电路	293
习题	297
第七章 大规模集成电路	304
第一节 半导体存储器	304
第二节 可编程逻辑器件	323
习题	380
第八章 A/D 及 D/A 转换	382
第一节 D/A 转换器(DAC)	382
第二节 A/D 转换器(ADC)	399
习题	412
第九章 数字系统设计初步	413
第一节 数字系统概述	413
第二节 小型数字系统设计	416
第三节 数字系统实例	427
附录 常用图形符号对照表	432
参考资料	433

第一章 数制与编码

数，并不是客观世界的存在，而是人类对客观事物的数量关系的一种抽象。当我们研究数的时候，不去考虑客观事物，它只是表示一种数量概念。例如 $3+4=7$ ，它可以表示 3 个人加 4 个人等于 7 个人，也可以表示 3 个糖块加 4 个糖块等于 7 个糖块等等。

数字的任务就是研究被抽象了的数之间的关系，为了确定数之间的关系，人们提出了各种不同的记数法。一般分为“进位制记数”和“非进位制记数”。在日常生活中，通常使用的阿拉伯数（0~9）记数就是一种进位制记数。例如 1987，第一位 7 表示七个（ 7×10^0 ），第二位 8 表示八十（ 8×10^1 ），第三位 9 表示九百（ 9×10^2 ），第四位 1 表示一千（ 1×10^3 ），每个数码所处的位置不同，它的数值大小是不同的。我们将个、十、百、千…称为权（Weight）。某一位的权，就是该位数码为 1 时所对应的十进制数值。所以进位制记数，又称有权记数或位置记数。

非进位制记数，就是数码所表示的数值只取决于数码本身，与它所在的位置无关。例如，古希腊和罗马使用的罗马数字，是用七个大写的拉丁字母 I、V、X、L、C、D、M 表示数，它们分别表示为 1, 5, 10, 50, 100, 500 及 1000。如 M CM LXXX VII 表示 1987，显然，这种记数方法，各位没有固定权值，故称为无权记数。由于这种方法使用不方便，除个别地方使用外，现已基本不用。

本章主要介绍进位制记数，从十进制开始，分析推导出各种不同的进位制以及它们之间的相互关系和转换方法，并重点讨论数字系统中，广泛应用的二进制以及十进制数的二进制编码。

第一节 进位记数制

一、十进制数 (Decimal)

十进制数，是我们日常生活中最常用的，它有 0、1、2…9 十个数码，记数特点是“逢十进一”，即每位记满十就向高位进一。

对于任一个十进制数 N 可写成

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0 . K_{-1} K_{-2} \cdots K_{-m})_{10} && \text{(并列表示法)} \\ &= K_{n-1} \times 10^{n-1} + K_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + K_1 \times 10^1 + K_0 \times 10^0 + K_{-1} \times 10^{-1} \\ &\quad + K_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + K_{-m} \times 10^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} K_i \times 10^{-i} && \text{(多项式表示法)}\end{aligned}$$

其中

n : 整数位数

m : 小数位数

K_i : 第 i 位数码

10: 基数

10^i : 第 i 位权值

十进制数特点:

1. 有 0~9 十个数码, 基数为 10;
2. 计数规律: 逢 10 进 1, 即每位计满 10 就向高位进 1;
3. 任何一个十进制数都可以写成以 10 为底的幂之和展开式。

从十进制可以推广到任意 R 进制。

R 进制的特点:

1. 有 0~($R-1$) 共 R 个数码, 基数为 R ;
2. 计数规律: 逢 R 进 1, 即每位计满 R 就向高位进 1;
3. 任何一个 R 进制数都可以写成以 R 为底的幂之和的展开式。

$$\begin{aligned}(N)_R &= (K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m})_R \\&= K_{n-1} \times R^{n-1} + K_{n-2} \times R^{n-2} + \cdots + K_1 \times R^1 + K_0 \times R^0 \\&\quad + K_{-1} \times R^{-1} + K_{-2} \times R^{-2} + \cdots + K_{-m} \times R^{-m} \\&= \sum_{i=-m}^{n-1} K_i \times R^{-i} \quad (|R| \geq 2)\end{aligned}$$

根据 R 进制的特点和 $(N)_R$ 表示法, 可以很容易得到其它进制。

二、二进制数 (Binary)

二进制数是电子计算机和数字设备中最常用的数。根据上面分析不难看出二进制数的特点。

1. 二进制数的特点

二进制数特点:

- (1) 有 0、1 两个数码, 基数为 2;
- (2) 计数规律: 逢 2 进 1, 即每位计满 2 就向高位进 1;
- (3) 任何一个二进制数都可以写成以 2 为底幂之和的展开式。

$$\begin{aligned}(N)_2 &= (K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m})_2 \\&= K_{n-1} \times 2^{n-1} + K_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + K_1 \times 2^1 + K_0 \times 2^0 \\&\quad + K_{-1} \times 2^{-1} + K_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + K_{-m} \times 2^{-m} \\&= \sum_{i=-m}^{n-1} K_i \times 2^{-i}\end{aligned}$$

请注意, K_i 只能是 1 或是 0。

2. 二进制数与十进制数关系

掌握了二进制数计数规律, 即逢 2 进 1 的特点, 很容易得出二进制数与十进制数关系,

以四位为例进行说明，如表 1-1 所示。这个表有广泛的用途，初学者一定要熟记。下面对该表作几点说明。

(1) 由于每一位只能取 0 或 1 两种可能，因此，四位二进制数共有 $2^4=16$ 种组合状态。

(2) 每一位排列都有一定规律：

第一位，按 0101……01 排列（一个 0，一个 1）

第二位，按 00110011……0011 排列（二个 0，二个 1）

第三位，按 00001111……排列（四个 0，四个 1）

第四位，按八个 0 八个 1 排列

当位数更多时，可依次类推。

(3) 各位的权值为 8、4、2、1。

(4) 数的奇偶性：

当某数的最低位是 0，必为偶数，最低位是 1，必为奇数。

(5) 某位 1 向左移一位相当于 $\times 2$ ，向右移一位相当于 $\div 2$ 。

掌握上述几点，对于使用二进制数，将是非常有用的。

表 1-1 二进制数与十进制数对照表

十进制数	二进制数
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1
10	1 0 1 0
11	1 0 1 1
12	1 1 0 0
13	1 1 0 1
14	1 1 1 0
15	1 1 1 1

3. 二进制数运算

二进制数和十进制数一样，也有加、减、乘、除等运算，但二进制数运算规则比十进制数简单得多。

加法运算：

加法运算是加减乘除运算中最基本的运算，其它运算都可以由加法运算实现。加法运算规则如下：

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=1\ 0$$

(注意逢 2 进 1, 读作“么零”)

〔例 1〕

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.1\ 0\ 1 \\ +\ 0.1\ 1\ 0 \\ \hline 1.0\ 1\ 1 \end{array}$$

顺便指出，两数相加时，对某一位来讲，实际上是三个数相加，即本位的加数、被加数及从低位来的进位数。相加的结果产生本位和及向高位的进位。这种加法称为全加。

减法运算：

减法运算是加法的逆运算。减法运算规则如下:

$$\begin{aligned} 0-0 &= 0 \\ 1-0 &= 1 \\ 1-1 &= 0 \\ 10-1 &= 1 \end{aligned} \quad (\text{注意借 1 当 2})$$

〔例 2〕

$$\begin{array}{r} 1101 \\ - 111 \\ \hline 110 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.110 \\ - 0.011 \\ \hline 0.011 \end{array}$$

不难看出,两数相减时,对某一位来讲,实际上是三个数相减,即被减数、减数及从低位来的借位,相减的结果产生本位差及向高位的借位。这种减法称为全减。

顺便指出,减法运算可以利用加法实现,这在后面有关章节中再介绍。

乘法运算:

因二进制数仅有 0、1 两个数码,所以乘法运算规则更简单。其规则如下:

$$\begin{aligned} 0 \times 0 &= 0 \\ 0 \times 1 &= 0 \\ 1 \times 0 &= 0 \\ 1 \times 1 &= 1 \end{aligned}$$

〔例 3〕

$$\begin{array}{r} \times \quad 11101 \\ \quad 1001 \\ \hline 11101 \\ 00000 \\ 00000 \\ 11101 \\ \hline 100000101 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times \quad 0.1101 \\ \quad 0.1011 \\ \hline 1101 \\ 1101 \\ 0000 \\ 1101 \\ \hline 0.10001111 \end{array}$$

顺便指出,乘法运算方法有多种,如移位相加等。对于小数相乘时,可按整数相乘,小数点后的位数等于被乘数小数位数加乘数小数位数。有时要求精确到小数点后某一位,可采用“0 舍 1 入”原则。

除法运算:

除法是乘法的逆运算,其运算规则如下:

$$\begin{aligned} 0 \div 1 &= 0 \\ 1 \div 1 &= 1 \end{aligned}$$

〔例 4〕

$$\begin{array}{r}
 1011 \\
 101 \overline{) 110111} \\
 \underline{101} \\
 111 \\
 \underline{101} \\
 101 \\
 \underline{101} \\
 0
 \end{array}$$

模二加法:

所谓模二加法,是指不考虑进位的加法,为了同一般算术加号区别,采取“ $\oplus$ ”符号表示模二加。模二加法运算规则如下:

$$\begin{aligned}
 0 \oplus 0 &= 0 \\
 0 \oplus 1 &= 1 \\
 1 \oplus 0 &= 1 \\
 1 \oplus 1 &= 0
 \end{aligned}$$

(例 5)

$$\begin{array}{r}
 1101011 \\
 \oplus 1011001 \\
 \hline
 0110010
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1011 \\
 \oplus 1011 \\
 \hline
 0000
 \end{array}$$

必须指出,两数模二加时,是按位模二加,当两位相同时结果为 0,当两位不同时结果为 1。故这种运算,在逻辑运算中,又称异或运算。这种运算,虽然很简单,但在数字电路中应用很广泛。

三、八进制和十六进制数 (Octal and Hexadecimal)

在数字技术中,除了广泛使用二进制数外,为了书写使用方便,也常采用八进制数和十六进制数。

关于八进制数和十六进制数的特点,留给读者自己总结。下面列出常用的几种数制对照表,如表 1-2 所示。

这里说明一下,基数 R 应为整数,但它可以是正整数,也可以是负整数。本书主要研究基数为正整数的数制,对于基数为负数的数制,读者可参阅有关书籍。

第二节 数制转换

在数字计算机和其它数字系统中,普遍使用二进制数,并且,目前一般数字系统和数字计算机也只能处理、加工和传送二进制信息,但人们习惯于使用十进制数。所以,必须把十进制数转换成数字计算机能够加工和处理的二进制数,然后,再将二进制的计算结果,转换成人们习惯的十进制数。这样,就存在一个不同数制的相互转换问题。

一、二进制数转换为十进制数

二进制数转换为十进制数是比较容易的，只要把二进制数写成以 2 为底的幂之和的展开式，然后各项相加。这种方法称为“计权相加”法。

〔例 6〕 将二进制数 $(101.101)_2$ 转换为十进制数。

$$\begin{aligned} \text{解: } (101.101)_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0 \\ &\quad + 0.125 = (5.625)_{10} \end{aligned}$$

通过这个例子，不难看出，只要熟记 2^i 值就非常容易了。 2^i 值如表 1-3 所示。

采用同样方法，可将任意进制数 N_R 转换为十进制数 N_{10} 。例如

$$\begin{aligned} (5A.C)_{16} &= 5 \times 16^1 + A \times 16^0 + C \times 16^{-1} = 5 \times 16 + 10 + 12 \times 16^{-1} \\ &= (90.75)_{10} \end{aligned}$$

又如

$$\begin{aligned} (312.4)_5 &= 3 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 2 \times 5^0 + 4 \times 5^{-1} = 75 + 5 + 2 + 0.8 \\ &= (82.8)_{10} \end{aligned}$$

表 1-2 常用数制对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

表 1-3 2^i 值表

i	2^i	2^{-i}
0	1	1.0
1	2	0.5
2	4	0.25
3	8	0.125
4	16	0.0625
5	32	0.03125
6	64	0.015625
7	128	0.0078125
8	256	0.00390625
9	512	0.001953125
10	1024	0.000975625
11	2048	0.0004878125
12	4096	0.00024390625
13	8192	0.000121953125
14	16384	0.0000609765625
15	32768	0.00003048828125

二、十进制数转换成二进制数

十进制数转换为二进制数时，需要将整数和小数分别加以转换。

首先, 讨论十进制整数转换为二进制数。下面通过具体例子说明十进制整数转换为二进制数的方法。

〔例 7〕 将十进制数 $(197)_{10}$ 转换为二进制数。

$$\begin{aligned}\text{解: } (197)_{10} &= (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0)_2 \\ &= K_{n-1} \times 2^{n-1} + K_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + K_1 \times 2^1 + K_0 \times 2^0\end{aligned}$$

我们的目的是求出 $K_{n-1}, K_{n-2} \cdots K_1 K_0$ 的值。

将上式两边同除以 2 得:

$$98 + \frac{1}{2} = K_{n-1} \times 2^{n-2} + K_{n-2} \times 2^{n-3} + \cdots + K_1 \times 2^0 + \frac{K_0}{2}$$

从等式两边可以看出 $K_0=1$ 。而余下整数:

$$98 = K_{n-1} \times 2^{n-2} + K_{n-2} \times 2^{n-3} + \cdots + K_2 \times 2^1 + K_1 \times 2^0$$

等式两边再同除以 2 得:

$$49 + \frac{0}{2} = K_{n-1} \times 2^{n-3} + K_{n-2} \times 2^{n-4} + \cdots + K_2 \times 2^0 + \frac{K_1}{2}$$

显然, $K_1=0$

$$49 = K_{n-1} \times 2^{n-3} + K_{n-2} \times 2^{n-4} + \cdots + K_3 \times 2^1 + K_2 \times 2^0$$

依次类推, 直至商是 0 为止。故可确定 $K_0, K_1, K_2 \cdots K_{n-1}$ 。为了方便, 可将上述过程写成如下形式:

2	1 9 7	余数	
2	9 8.....1	(K_0)	(低位)
2	4 9.....0	(K_1)	
2	2 4.....1	(K_2)	读
2	1 2.....0	(K_3)	写
2	6.....0	(K_4)	顺
2	3.....0	(K_5)	序
2	1.....1	(K_6)	
	0.....1	(K_7)	(高位)

所以, $(197)_{10} = (11000101)_2$ 。

将 N_{10} 连续除以 2, 每次取余数, 直至商是 0 为止, 最后一个余数为最高有效位。这种方法称为“除 2 取余”法。