高等学校教学参考书

物理学

第三册

缪 源 等 编

高等教育出版社

高等学校教学参考书

物　　理　　学

第　三　册

缪　源　等编

高等教育出版社

本书是以南京大学多年来为数学系开设物理课时所使用的《物理学》讲义为基础，并根据数学专业应当具有较坚实的物理基础这一思想而编写成的。

本书力图做到将物理与数学紧密地结合起来，为学习数学提供一个物理背景和应用数学的机会；与此同时，本书又力图做到将普通物理与理论物理紧密地联系起来，以弥补这两门课程之间存在的一定程度的脱节现象。因此，本书既可作为数学专业的物理教材或参考书，也可作为物理专业或其他专业基础物理课程的参考书。

本书共分三册：第一册为力学，其中包括振动和机械波；第二册为电磁理论；第三册为电磁波与光、热运动物理及近代物理，其中包括狭义相对论和量子物理。

高等学校教学参考书
物 理 学
第 三 册
缪 源 等编

高等教育出版社出版
新华书店上海发行所发行
商务印书馆上海印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 16 字数 385,000
1990 年 3 月第 1 版 1990 年 3 月第 1 次印刷
印数 00,001—1,120

ISBN 7-04-002343-1/O·798
定价 3.90 元

目　录

第三篇　电　磁　波

从麦克斯韦方程出发可以推知电磁波的存在，赫芝用实验证实了这一预言。电磁波以光速 c 传播，光乃是一定频率范围内 $(7.9\times10^{14}\,\mathrm{Hz}$ 至 $4.0\times10^{14}\,\mathrm{Hz})$ 的电磁波。本篇将讨论电磁波的一些重要性质。

第一章　电磁波及其传播

本章首先从麦克斯韦方程出发，推断电磁波的存在，并讨论它的一些基本特征及它所携带的能量，然后进而说明光也是一种电磁波，以及自然光的一些特殊性质。最后讨论电磁波传播的一些规律。

图 1-0-1 列出了不同频率范围电磁波的名称，此图称为电磁波的波谱。

§1-1　电磁波方程　平面电磁波和电磁波的偏振

一、电磁波的波动方程

现在来讨论电磁扰动的传播过程。当然，我们必须以麦克斯韦方程组为出发点，在真空中这个方程组的四个方程为：

$$\left.\begin{aligned}\nabla\cdot\boldsymbol{E}&=\rho/\varepsilon_0\\ \nabla\times\boldsymbol{E}&=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\\ \nabla\cdot\boldsymbol{B}&=0\\ \nabla\times\boldsymbol{B}&=\mu_0\boldsymbol{j}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}\end{aligned}\right\}\tag{1-1-1}$$

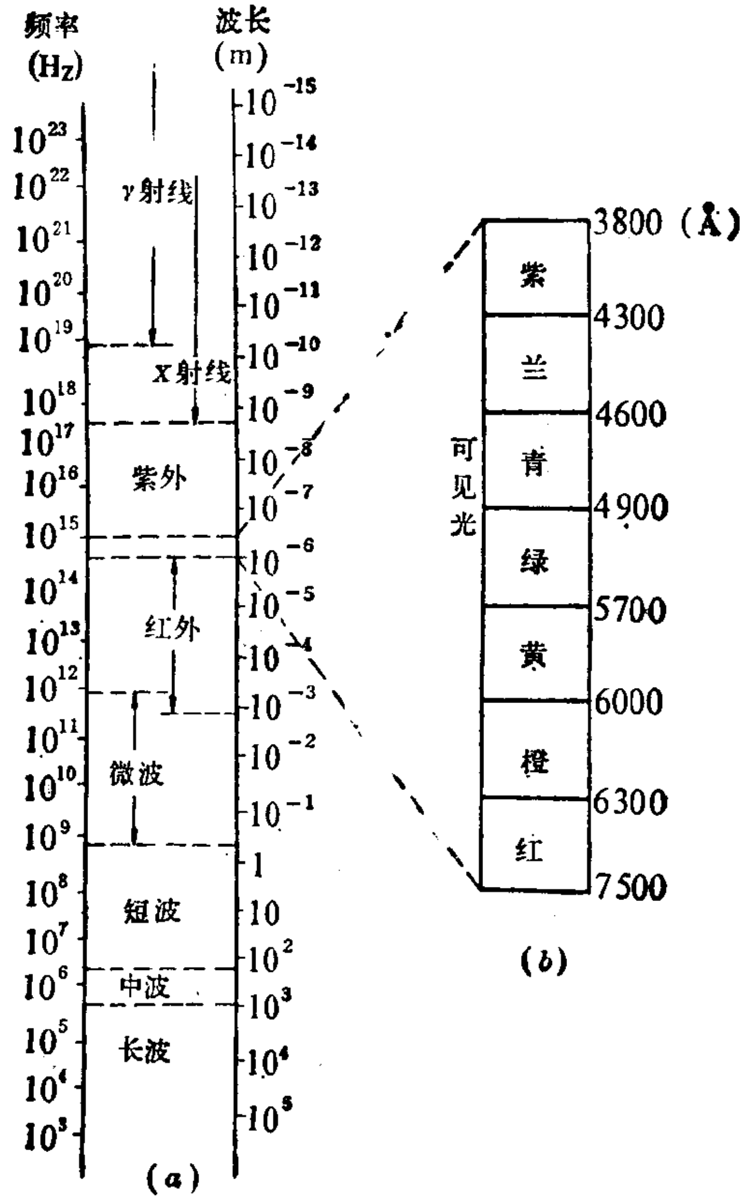

图 1-0-1

为简单起见，我们考虑真空中电磁扰动的传播，并且假设空间不存在任何电荷和电流。在此情况下，麦克斯韦方程组(1-1-1)变成

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0 \tag{1-1-2}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1-1-3}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{1-1-4}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{1-1-5}$$

为了得到仅含电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的方程，可以设法从式(1-1-3)和

式(1-1-5)中消去磁感应强度 $\boldsymbol{B}$。为此对式(1-1-3)的两边作用以旋度，并对式(1-1-5)的两边取时间偏导数，于是分别得到

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=-\nabla\times\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1-1-6}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\boldsymbol{B})=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} \tag{1-1-7}$$

交换空间微商和时间微商，有

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\boldsymbol{B})=\nabla\times\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$

因此由式(1-1-6)和式(1-1-7)，则得

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} \tag{1-1-8}$$

这就是所求的变化电场必须遵循的方程。

实际上，上式还可简化。利用旋度运算公式，左边可简化为

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\nabla^2\boldsymbol{E}=-\nabla^2\boldsymbol{E}$$

上面的运算利用了麦克斯韦方程组的第一式——式(1-1-2): $\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$)，于是式(1-1-8)可以写成:

$$\nabla^2\boldsymbol{E}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

或者

$$\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2\boldsymbol{E}=0 \tag{1-1-9}$$

另一方面，也可以由式(1-1-3)和式(1-1-5)消去电场强度$\boldsymbol{E}$，并利用式(1-1-4)而得到磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 所必须满足的微分方程。为此，对式(1-1-3)取时间偏导数，并对式(1-1-5)作旋度运算，于是得

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{B})=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}$$

将左边展开:

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{B})=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{B})-\nabla^2\boldsymbol{B}=-\nabla^2\boldsymbol{B}$$

同样得到磁场必须遵循的方程:

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2\boldsymbol{B}=0 \tag{1-1-10}$$

它与电场所遵循的方程形式完全相同。

这样，就从麦克斯韦方程组导出了电场和磁场各自遵循的两个偏微分方程式：

$$\boxed{\begin{aligned}&\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 E=0 \qquad (1\text{-}1\text{-}9)\\&\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 B=0 \qquad (1\text{-}1\text{-}10)\end{aligned}}$$

我们注意到，这两个矢量方程实际上代表六个标量方程：

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 E_x=0\\&\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 E_y=0\\&\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 E_z=0\\&\frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 B_x=0\\&\frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 B_y=0\\&\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\nabla^2 B_z=0\end{aligned}\right\} \tag{1-1-11}$$

它们都具有如下完全相同的形式：

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-v^2\nabla^2 u=0} \tag{1-1-12}$$

或者也可写成：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-v^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=0 \tag{1-1-13}$$

这正是我们曾经研究过的波动方程，而式中的 v 乃是扰动的传播速度。由此可见，电磁扰动的传播也遵循波动方程，其传播速度 v 为：

$$v=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=c=3.0\times10^8\ \mathrm{m/s} \qquad (1\text{-}1\text{-}14)$$

上面讨论的是电磁波在真空中传播的情形。实际上，这一讨论同样可以用于各向同性的均匀介质的情况(习题 3)，这时，电磁波的波动方程变为

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu\varepsilon}\nabla^2\boldsymbol{E}=0\\ \frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu\varepsilon}\nabla^2\boldsymbol{B}=0\end{aligned} \qquad (1\text{-}1\text{-}15)$$

(式中的 ε 和 μ 分别为 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$，$\mu=\mu_0\mu_r$)，因此电磁波在介质中的传播速度 $c_{介}$ 为

$$c_{介}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad (1\text{-}1\text{-}16)$$

比它在真空中的速度 c 要小。

二、平面电磁波及电磁波的某些特征

下面来确定平面电磁波的行波方程，由此将会看到电磁波乃是横波，而且其电矢量 $\boldsymbol{E}$ 与磁矢量 $\boldsymbol{B}$ 之间存在着一定的关系。

设所考察的平面电磁波沿 x 方向传播，根据第一篇有关平面波的讨论，那末电场 $\boldsymbol{E}$ 和磁场 $\boldsymbol{B}$ 仅为 x 坐标的函数，因而在真空中它们所服从的微分方程(1-1-9)和(1-1-10)变成

$$\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial x^2}=0 \qquad (1\text{-}1\text{-}17)$$

$$\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}-\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial x^2}=0 \qquad (1\text{-}1\text{-}18)$$

在第一篇中我们已经看到，一维波动方程正向行波的解是 $(x-vt)$ 的函数：

$$u=u(x-vt)$$

因此，平面电磁波所传播的电磁扰动为

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}(x-ct)$$

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}(x-ct)$$

写成分量形式，即为

$$
\begin{aligned}
E_x &= E_x(x-ct), \quad & B_x &= B_x(x-ct) \\
E_y &= E_y(x-ct), \quad & B_y &= B_y(x-ct) \\
E_z &= E_z(x-ct), \quad & B_z &= B_z(x-ct)
\end{aligned}
\tag{1-1-19}
$$

应当注意，麦克斯韦方程告诉我们，电矢量 $\boldsymbol{E}$ 和磁矢量 $\boldsymbol{B}$ 并不是相互独立的，它们之间存在一定的关系。而且，将式(1-1-19)代入麦克斯韦方程组我们还会看到电磁波的一个重要特性——平面电磁波乃是横波！先来看 $\boldsymbol{E}$ 矢量，将式(1-1-19)代入麦克斯韦方程组的第一式——式(1-1-2)得到

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0$$

由于 E_x、E_y 和 E_z 都只是 x 和 t 的函数，因此有

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}=0$$

可见 $E_x=A$（常数）。如果常量 A 不等于零，这意味着空间存在一个稳定电场 E_x 叠加在电磁扰动之上。我们现在仅考虑电磁扰动的性质，因此令 $A=0$：

$$E_x=A=0 \tag{1-1-20}$$

同样，将式(1-1-19)代入麦克斯韦方程组的第三式——磁场的高斯定理[式(1-1-4)]，并且仅考虑电磁扰动，同样得到

$$B_x=0 \tag{1-1-21}$$

这就证明了电磁波乃是一种横波。

下面再来考察一下电磁波的电矢量 $\boldsymbol{E}$ 与磁矢量 $\boldsymbol{B}$ 之间存在什么样的关系。将式（1-1-19）代入麦克斯韦方程组的第二式[(1-1-3)]

$$\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}=-\frac{\partial B_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}=-\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}=-\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

考虑到 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{B}$的各分量仅是 x 和 t 的函数，并且 E_x 和 B_x 为零，因此有(式中令 $\alpha=x-ct$)：

$$-\frac{dE_z}{d\alpha}=c\frac{dB_y}{d\alpha}$$

$$\frac{dE_y}{d\alpha}=c\frac{dB_z}{d\alpha}$$

积分上式，并且略去积分常数（如前所述，它们代表叠加一稳压场），则得

$$\frac{E_y}{B_z}=c,\quad \frac{E_z}{B_y}=-c$$

根据上面所得的结果，式(1-1-19)应当写成

$$\begin{aligned}
&E_x=0 && B_x=0\\
&E_y=E_y(x-ct) && B_y=-\frac{1}{c}E_z(x-ct)\\
&E_z=E_z(x-ct) && B_z=\frac{1}{c}E_y(x-ct)
\end{aligned}\tag{1-1-22}$$

写成矢量式，即得

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{E}=\boldsymbol{j}E_y(x-ct)+\boldsymbol{k}E_z(x-ct)\\
&\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{j}\frac{E_z(x-ct)}{c}+\boldsymbol{k}\frac{E_y(x-ct)}{c}
\end{aligned}\tag{1-1-23}$$

由这一矢量公式很容易看出，空间一点的磁矢量 $\boldsymbol{B}$ 乃是将电矢量 $\boldsymbol{E}$ 按右手螺旋法则旋转 90°，并乘以常数 $\frac{1}{c}$(见图 1-1-1)。

换句话说，矢量 $\boldsymbol{E}$ 和矢量 $\boldsymbol{B}$ 相互垂直，$\boldsymbol{E}$ 至 $\boldsymbol{B}$ 的旋向决定其传播方向；E 与 B 的大小则满足以下关系：

$$\frac{E}{B}=c \tag{1-1-24}$$

图 1-1-2 中画出了一个沿 x 方向传播的平面电磁波的电矢量 $\boldsymbol{E}$ 和磁矢量 $\boldsymbol{B}$ 之间的关系（图中画出的 $\boldsymbol{E}$ 矢量平行于 y 轴的情

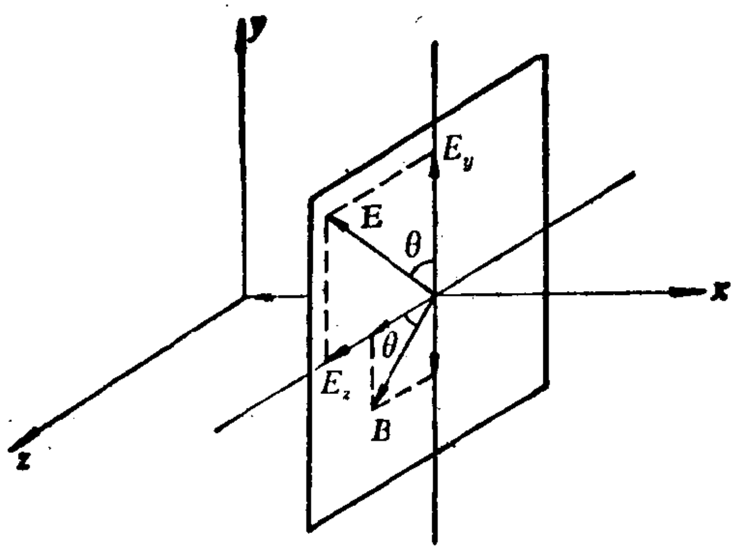

图 1-1-1

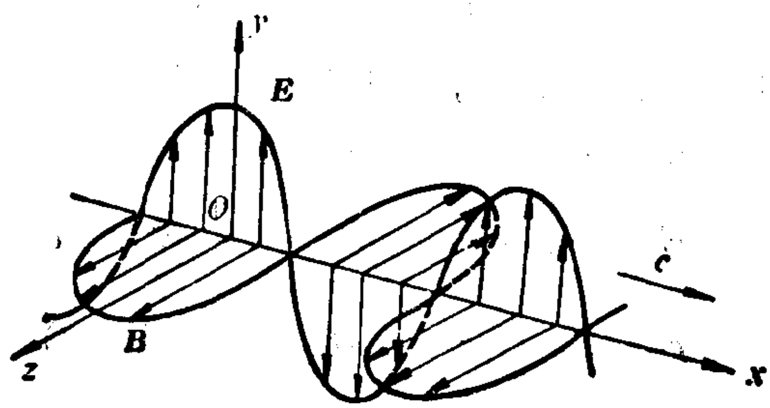

图 1-1-2

况)。

不难看出，电矢量 $\boldsymbol{E}$ 和磁矢量 $\boldsymbol{B}$ 之间的关系实际上可以用以下矢量公式表示：

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c}\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{E}=c\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{i}$$

式中的 $\boldsymbol{i}$ 是 x 方向，亦即电磁源传播方向的单位矢量。如果用波矢量 $\boldsymbol{k}=\frac{\omega}{c}\boldsymbol{i}$ 来表示传播方向，上式可写成：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{B}&=\frac{1}{\omega}\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{E}&=\frac{c^2}{\omega}\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{k}\end{aligned}\qquad(1\text{-}1\text{-}25)$$

上面讨论的是真空中的电磁波，对于均匀各向同性介质中的情形，重复前面的讨论将得到同样的结果，不同之处仅在于此时波速 $c_{介}$ 与真空中不同，式(1-1-24)和式(1-1-25)中的 c 需用 $c_{介}$ 来代替而已。

图 1-1-2 中所示的电磁波，其 $\boldsymbol{E}$ 矢量(及 $\boldsymbol{B}$ 矢量)平行某一确定方向，这种电磁波称作线偏振(有时也称作平面偏振)电磁波。不过，电磁波不一定都是线偏振的。很明显，两个沿同一方向传播的平面电磁波叠加在一起仍然满足麦克斯韦方程组，也是一个平面电磁波。不难看出，象图 1-1-3 中那样的两个 $\boldsymbol{E}$ 方向($\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2$)相互垂直的平面电磁波(图中只画出了它们的电矢量)，其电矢量并不总平行于某一确定的方向，所以就不是线偏振的。

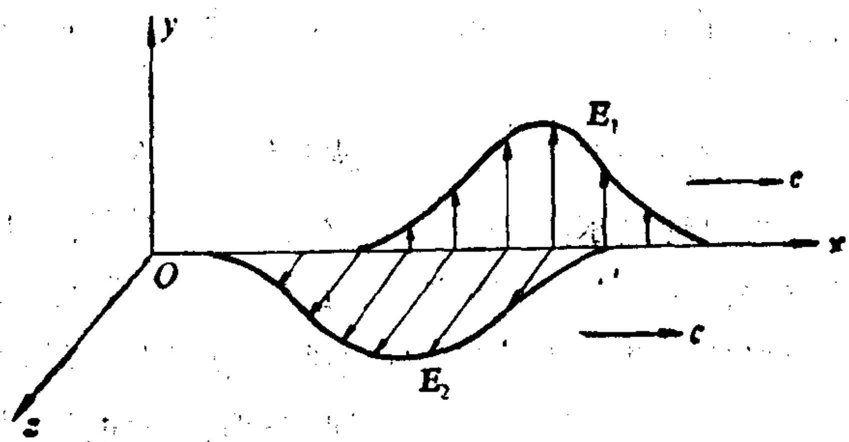

图 1-1-3

三、简谐平面电磁波及其复数表示法

在第一篇讨论机械振动和机械波时我们曾经指出，任意的振动和波动可以看成是许多简谐振动和简谐波的叠加，因而简谐振动和简谐波具有基本的意义。电磁波也是如此，一束自然光可以看成是许多不同颜色的光的叠合，就是人们熟知的一个例子。因此，有必要进一步讨论简谐电磁波及其复数表示法，它对于以后的章节是非常有用的。由于简谐波有一个确定的频率，今后将称之为单色波。

我们先来看一看，一个最简单的简谐(单色)平面电磁波——

图 1-1-2 所示的沿 x 方向传播的、$\boldsymbol{E}$ 矢量平行于 y 方向的线偏振单色平面电磁波，它的行波方程是怎样的。若其圆频率为 ω，则考虑到电磁波为横波且 $\boldsymbol{E}$ 矢量和 $\boldsymbol{B}$ 矢量之间存在着确定的关系，此单色平面波的行波方程显然为

$$
\begin{aligned}
&E_x=0 && B_x=0\\
&E_y=E_0\cos(\omega t-kx+\phi) && B_y=0\\
&E_z=0 && B_z=B_0\cos(\omega t-kx+\phi)
\end{aligned}
$$

式中 $B_0=\dfrac{1}{c}E_0$，$k=\dfrac{2\pi}{\lambda}=\dfrac{\omega}{c}$。请注意电场 E 和磁场 B 有相同的初位相 ϕ。

同样也很容易写出 $\boldsymbol{E}$ 矢量平行于 z 方向的线偏振单色平面电磁波（沿 x 方向传播）的行波方程，以及沿 $-x$ 方向传播时它们的行波方程（习题 4）。

如果所考察的线偏振单色平面波其偏振方向不在 y 或 z 方向上，我们也可以通过求其 $\boldsymbol{E}$ 矢量和 $\boldsymbol{B}$ 矢量分别在 y 和 z 方向上的投影的方法，写出它的行波方程。或者，把问题反过来看，把这个线偏振电磁波看作是电矢量分别平行于 y 轴和 z 轴的两个线偏振电磁波的叠加。根据第一篇中对于两个垂直方向的谐振动（同频率的）的合成的讨论可知，这两个线偏振波的初位相应当相同或相差 π。因此，其行波方程为

$$
\left\{
\begin{aligned}
&E_x=0 && B_x=0\\
&E_y=E_{0y}\cos(\omega t-kx+\phi) && B_y=-B_{0y}\cos(\omega t-kx+\phi)\\
&E_z=E_{0z}\cos(\omega t-kx+\phi) && B_z=B_{0z}\cos(\omega t-kx+\phi)
\end{aligned}
\right.
$$

或

$$
\left\{
\begin{aligned}
&E_x=0 && B_x=0\\
&E_y=E_{0y}\cos(\omega t-kx+\phi) && B_y=-B_{0y}\cos(\omega t-kx+\phi\pm\pi)\\
&E_z=E_{0z}\cos(\omega t-kx+\phi\pm\pi) && B_z=B_{0z}\cos(\omega t-kx+\phi)
\end{aligned}
\right.
$$

请注意，电矢量的 y 分量与磁矢量的 z 分量恒有相同的位相，而电矢量的 z 分量则与磁矢量的 y 分量恒有 π 的位相差，并且恒有

$$\frac{E_{0y}}{B_{0z}}=\frac{E_{0z}}{B_{0y}}=c_0$$

分振幅 E_{0y} 和 E_{0z} 的值则决定于电振动在 y-z 平面中的取向（参看图 1-1-4）

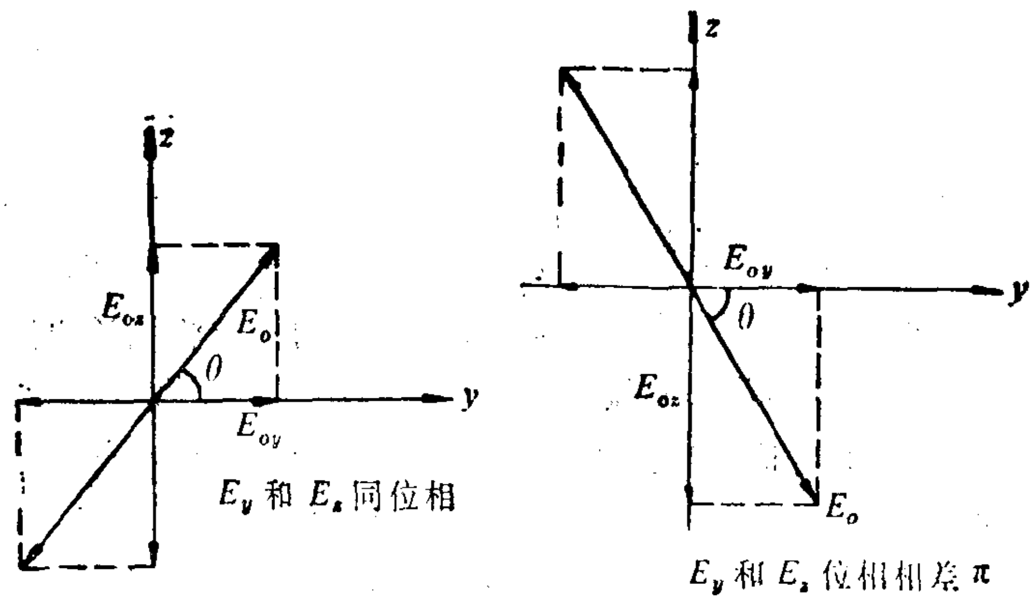

图 1-1-4

$$E_{0y}=E_0\cos\theta$$
$$E_{0z}=E_0\sin\theta$$

前面曾经说过，两个沿相同方向传播的平面电磁波的叠加仍是一个平面电磁波。因此，即使沿 y 方向和 z 方向偏振的两个平面单色波位相并不相同或相差 π，我们仍将得到一个单色平面波：

$$\left\{\begin{array}{ll} E_x=0 & B_x=0 \\ E_y=E_{0y}\cos(\omega t-kx+\phi) & B_y=-B_{0y}\cos(\omega t-kx \\ & \qquad +\phi+\alpha) \\ E_z=E_{0z}\cos(\omega t-kx+\phi+\alpha) & B_{0z}=B_{0z}\cos(\omega t-kx+\phi) \end{array}\right. \tag{1-1-26}$$

式中的 α 不一定等于 0 或 π。

根据第一篇关于两个相互垂直的简谐振动的讨论可知，这时