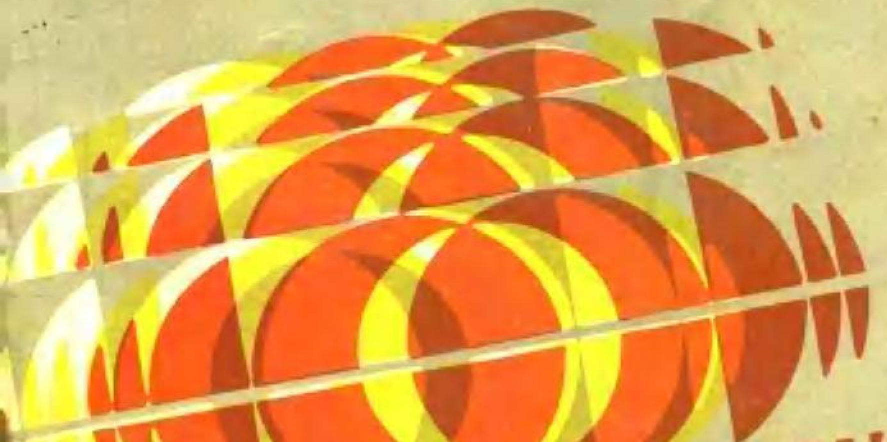
模糊集论与管理决策

●耿春仁　赵以强　邓志忠　编
●李永富　张星虎　审
●电子工业出版社



模糊集论与管理决策

耿春仁　赵以强　邓志忠 编

李永富　张星虎 审

電子工業出版社

内容简介

本书详细地叙述了利用模糊集论去解决实践中所遇到的问题．全书共四章，第一章给出了模糊数学的基本思想，描述了模糊集合与普通集合、模糊性与随机性的异同．第二章介绍了模糊数学的基本知识，是全书的基础．第三章是全书的核心，共14节，每节都介绍了一种方法，诸如模糊规划、决策、计划管理、路径分析等方法以及经济区的模糊分类法、晋升、选才等数学模型．科学性、趣味性、可读性都很强．第四章从数学观点对决策方法进行了总结．

本书适合于管理工作者、工程师和科技工作者阅读，也可供有关专业的院校师生参考．

模糊集论与管理决策

耿春仁　赵以强　邓志忠　编

李永富　张星虎　审

责任编辑：龚兰方

*

电子工业出版社出版（北京海淀区万寿路）

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

中国科学院印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米 1/32 印张：8.375　字数：188 千字

1988 年 11 月第一版　　1988 年 11 月第一次印刷

印数：1—4,000 册　　定价：2.65 元

ISBN 7-5053-0314-7/TN · 136

前　　言

“模糊集论与管理决策”一书，主要取材于法国考夫曼(A. Kaufmann)教授关于模糊集理论三系列巨著[1-5]中的第三系列——模糊集在运筹学与管理科学上的应用的手稿. 为了更具有实用性，又选用了其它作者的一些成果编辑而成.

本书与其它已出版的模糊数学方面的书籍相比，它具有鲜明的特色. 首先，它是一本方法论的书籍，是一本对管理人员以及工程师们有用的书籍. 它很少有抽象公式的推导，也很少有论证. 然而，若是读者想阅读这些内容，按照参考文献所列举的目录是很容易查找到的. 其次，它列举了很多的例子，其中的一些例子还写出了详细的处理过程. 总之，本书提供给读者的是“方法”——如何利用模糊集理论去解决在实践中所遇到的问题；也是“启示”——在新的领域里如何应用模糊集理论的思想去解决实际问题.

本书共分四章. 第一章给出了模糊数学的基本思想，使用通俗的语言描述了模糊集合与普通集合、模糊性与随机性的异同之处，并对模糊数学现状与展望进行了综述.

第二章介绍了模糊数学的基本知识. 我们力图用尽量少的篇幅，给出最必需的基本知识. 本章所写的内容在后两章都要用到，故希望读者要耐心读下去. 若实在有困难，读者也可先看第三章. 然后，回过头来再读本章.

第三章是全书的核心，共分十四节，每一节都介绍了一种方法，并附有实例，非常有趣. 我们希望能对读者有所帮助.

第四章将从数学的观点对决策方法加以总结. 某些读者阅读感到困难时,可暂且放下.

最后,我们引用考夫曼先生的一段话[5]作为前言的结束语. "对于在结构上带有不确定性的问题,利用模糊方法去解决,将得到比常规方法更好的结果. 一个模糊的,但又是客观反映感觉的模型,将比抽象的不完全、不准确(实际上无法完全、无法准确),甚至带有错误的模型,更有实用价值".

我们向读者们致意,愿你们做出重要贡献.

主要符号说明

$\triangleq$　依定义等于

$\in$　属于

$\notin$　不属于

$\subseteq$　包含

$\subset$　严格包含

$\cup$　并

$\cap$　交

$\forall$　对所有；是全称量词

$\exists$　至少存在一个；是存在量词

$\exists!$　仅存在一个

$\max(a, b)$　取 a, b 中大的一个

$\min(a, b)$　取 a, b 中小的一个

$\emptyset$　空集

$\bar{A}$　集合 A 的补

$\underset{\sim}{A}$　模糊子集

sup　上确界

inf　下确界

$P(X)$　X 的子集的集合

$\boldsymbol{N}$　自然数集

$\boldsymbol{R}$　实数集

$[a, b]$　闭区间

$[a, b)$　半开区间

$(a, +\infty)$　大于或等于实数 a 的实数集

$A \times B$　集 A 与集 B 的笛卡尔积

$R \circ Q$　模糊关系 R 与 Q 的 max-min 运算

$\hat{R}$　模糊关系 R 的传递闭包

$(+)$　模糊广义加法

$(-)$　模糊广义减法

$(\cdot)$　模糊广义乘法

$(:)$　模糊广义除法

$\widetilde{\cup}(\widetilde{\max})$　模糊最大值

$\widetilde{\cap}(\widetilde{\min})$　模糊最小值

Π　可能性测度

P　概率测度

π　可能性分布

Σ_X 离散模糊集合查德记法

$\int_X$ Sugenno 积分或模糊集合查德记法

$*$ 算子符号

$*'$ 与$*$相关的算子符号

$1 - 1$ 有界差算子

$\triangledown$ 对称差算子

$\triangle$ 与$\triangledown$相关的对称差算子

$\square$ 算子的平均算子

$\left.\begin{matrix}\overline{1 \cdot 1} \\ \overline{1+1}\end{matrix}\right\}$ Bezdek-Harris 算子

$\left.\begin{matrix}\dot{\gamma} \\ \overset{\frown}{\underset{\gamma}{+}}\end{matrix}\right\}$ Hamacher 算子

$\left.\begin{matrix}\top_p \\ \bot_p\end{matrix}\right\}$ Schveizer 算子

$\left.\begin{matrix}\underset{p,r}{\dot{K}} \\ \underset{p,r}{\overset{\frown}{\overset{+}{K}}}\end{matrix}\right\}$ Kaufmman 算子

$\left.\begin{matrix}\wedge \\ \vee\end{matrix}\right\}$ max-min 算子

$\|_\lambda$ 凸组合算子

$\Longleftrightarrow$ 等价

$\underset{\sim}{A}$ 模糊子集A的最邻近子集

$\longmapsto$ 映射

ProA 概率

PossA 可能度

Supp 支集

adm 容许度

目　　录

第一章　绪　　论

模糊数学理论是近十年来发展起来的一门新的数学理论，亦是一项新的数学工具，模糊集的概念首先是由美国控制论专家查德（L. A. Zadeh）在1965年提出的[6]．七十年代初，模糊集合的概念逐渐为更多的人所关注．有关模糊集合的论文，其数量迅速增加，质量不断提高，涉及的范围进一步扩大，截止目前，据不完全统计[7,8,9,10]，有关模糊集理论及其应用的论文已达4000余篇，书籍已有几十本，杂志有“模糊数学”（中文）、“模糊集与系统”（英文）和“模糊集及其应用通报”（英文），…等．

什么是模糊集理论？它有哪些应用前景？为什么引起人们的关注？模糊现象是客观存在、还是主观臆造？模糊数学与普通数学有什么必然的联系又有什么本质的区别？本章将对上述问题给予简明的回答．

第一节　“模糊”处处皆是[9、11]~[15]

何谓“模糊”？“模糊”一词来源于英语词汇“Fuzzy”，其原意为“毛茸茸”，“边界不清晰”．人们往往觉得“模糊”，即是“模模糊糊”之意，认为它是一个贬意词，常与“观点模糊”“态度暧昧”联系在一起．其实不然，细细琢磨便可发现，人的思维和行动均伴随着模糊性．例如：我们在日常谈话中说道：“他的办法真灵”，“汽车开得飞快”，“这个孩子长得真漂

亮”,“这栋楼多么雄伟”等,其中,“漂亮”、“灵”、“真”、“多”、“雄伟”、“飞快”等均属于模糊的概念. 又例如,通常我们评判服装常从“花色式样”“耐穿程度”“价格费用”等三个因素加以考虑,最后作出是否购置服装的决定[14],实质上就是对含有模糊因素的问题进行决策. 还有,给体操运动员各项成绩的评分[16-19],对某人手迹的判别[39],…. 总而言之,日常现象中常伴有模糊性. 尽管如此,人们之间照样流畅地谈话,进行着思想交流,这是由于人们不但具有理解和运用模糊概念的能力,而且能对模糊事物进行识别和判决. 这也是人脑的重要特点之一.

一个明确的概念必然有确定的外延,例如,“男人”这个概念的外延是所有男人的集合,其外延是确定的. 因为属于“男人”集合的成员(亦称元素)均为男人;不属于此者,绝非是男人,故而集合的边界是清晰的. 反之,没有确定外延的概念,被称之为“模糊概念”. 这种概念的外延便是模糊集合. 例如,“青年人”这个概念的外延是一个模糊集合. 我们以“所有的人”作为被讨论的对象(称之为论域),它可分为三个部分:第一,肯定属于“青年人”的那部分,例如,18 岁的人;第二,肯定不属于“青年人”的那部分,例如,60 岁的人;余者为第三部分. 在第三部分中的人,只能用“多大的可信度”(介于 0 与 1 之间的数值)来描述隶属“青年人”集合的程度,而不再能用“是否属于”的关系来阐述了. 例如,28 岁或 14 岁的人属于青年人的行列吗? 不能作简单的肯定或否定的回答. 恰当的叙述是:约为 0.6 的可信度隶属于“青年人”的集合. 上述的第一、第三部分构成了“青年人”的模糊集合,其中,前者为核心部分,后者为不清晰的边界[7].

人们在使用模糊语言描述模糊现象方面,正确理解和运

用模糊概念是习以为常、得心应手的. 例如,若请某人代接一个他(她)未曾见过面的“大胡子”、“高个子”的中年人,其人答应而去,顺利而归. 为何?只因“大胡子”“高个子”是模糊概念,倘若要将“大胡子”、“高个子”变为分明的概念,精确给出胡子的根数和人的高度,其结果便是可想而知了. 因此,“许多事物若过分地追求精确,反倒更模糊,而适当地模糊却能达到精确之目的”[13,14].

人们是以模糊概念去认识客观事物的,为了进一步了解事物的性能,人们对事物“去粗取精,去伪存真”,抽象出本质的特征,并给予定量化的描述. 数学这个学科正是为达到“严格”、“精确”的目的发展到今天.由于科学的发展,要求我们克服过份精确的弊端,并将人脑善于识别和判别模糊现象的优点注入到数学领域中去,使得数学能够更恰当地、深刻地反映出客观事物的本质. 吸取人脑的优点,将赋予数学以强大的生命力. 在此必需指出,“模糊数学不是让数学变成模模糊糊的东西,而是让数学进入模糊现象这个禁区”[14].

究竟什么是模糊数学?它与以往的经典数学有何本质区别,又有什么联系?下面首先让我们讨论“什么叫模糊性”.

第二节 确定性与模糊性[6、7、9、13、14、20~22]

数学是从量的侧面研究客观世界的科学. 客观事物可分为两类:一类是本质为确定的事物,例如:男人,女人;另一类是本质为不确定的事物,例如,青年人,老年人. 后者,在客观世界中是大量存在的.对这类“不确定”事物,以往数学的处理方法是:对其不确定性给予适当范围的“限制”,使其“确定化”. 例如,“青年人”是模糊概念,我们不可能对所有的人判

断其是否为“青年人”，除非硬性规定：“15 岁至 28 岁”的人为“青年人”；否则，对某些 30 岁的人，我们无法判断其是否是青年人．此例说明了对“不确定”概念加以“限制”的处理方法[23]．

对于“确定”的概念，或者是加以“限制”后的“非确定的概念的数学描述，有一个本质的特征：任意一个对象，要么属于给定的某个集合，要么不属于这个集合，二者必居其一，绝不可能模棱两可．这个要求限定了经典集合论只能描述“非此即彼”的现象．在数学上反映为排中律成立，可用数学式表示

$$A \cup \bar{A} = X,\quad A \cap \bar{A} = \phi$$

对于“不确定”的概念，我们常常给不出一个明确的界限．判断任意一个对象的‘是’与‘否’，只可能是“亦此亦彼”的模棱两可的情况．例如，“青年人”是模糊概念，对这个“不确定”的概念需用模糊数学的方法处理，即用模糊集合去描述，具体方法为[6]：对每一个对象 x，用 $[0, 1]$ 闭区间上的一个数值 $\mu_{青年人}(x)$ 来表示：对象 x 对于模糊集“青年人”的隶属程度．一个 18 岁的人，我们毫无疑义地认为他隶属于“青年人”的程度最高，即，$\mu_{青年人}(18) = 1$；一个 30 岁的人，其隶属于“青年人”的程度要低一些，可考虑为 0.5，即 $\mu_{青年人}(30) = 0.5$．称 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ 为模糊集 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属函数．隶属函数的引入使得对模糊概念的数学描述成为现实，隶属函数也合理地刻划了模糊概念所表现出的对于事物划分的不确定性[9]．在模糊集合论中，排中律不再成立．

综上所述，模糊性是由本质的不确定性引起的，而本质为确定的事物有时也会出现不确定现象——随机现象．模糊性和随机性二者之间有何区别，又有何联系？下一节将给予阐述．

第三节 随机性与模糊性[9、13、14、24]

本质为不确定的事物具有模糊性；对于本质为确定的事物，其出现的这种不确定性称为“随机性”，这是两种截然不同的不确定性. 研究随机性的数学是统计数学，它研究的是“一因多果”的随机性，而模糊数学研究的是“亦此亦彼”的模糊性.

在掷硬币的实验中，对每次试验“正面”出现的事件是偶然的.在有奖储蓄的摇奖中，彩票19841115是否“中奖”也是随机的. 这里，概念“正面”和“中奖”是确定的，但事件是否发生是不确定的. 然而，在作大量重复的试验之后，我们发现硬币出现“正面”的次数符合一定的规律，即事件“正面”发生的频率随着试验次数的增加而趋于稳定. 当试验次数充分多时，事件发生的频率的极限值为 1/2、频率的极限值称为该事件的概率. 同样，在总共 10^8 张彩票中，19841115 中奖的概率是 10^{-3}. 一个事件发生与否的不确定性可用一个确定的概率来描述. 之所以能这样处理的原因在于：不确定的偶然性中存在着某种必然性，掷硬币出现“正面”这一事件是随着试验次数的增加而稳定在 1/2 附近.分析一下这个现象便可发现，与硬币出现“正面”这一事件有关的因素有：硬币的形状、质量的分布，掷币的动作，硬币的初始状态等等. 在这诸多的因素中，我们只对硬币的形状、质量作了严格的限制，其它的因素均未加以要求，而未加限制的诸因素对每次试验产生的作用是复杂的难以估计确定的. 因此，在一次试验中，我们不能预先判定硬币出现“正面”还是“反面”. 但在大量重复试验中，这诸多因素的影响互相削弱、互相制约，从而突出了硬币

质量均匀、形状对称这些主要因素，致使事件发生的频率稳定在 1/2 左右. 当然，在掷硬币出现“正面”的因素完全被确定之时，则必然会出现“正面”.

模糊性与随机性是两种不同的不确定性. 模糊性是指事物性质本身具有不确定性. 例如：将上述的彩票 19841115 中奖的概率问题改为：一张大号码彩票中奖的可能性是多少？就成为具有模糊性的问题了. 这里，“大号码”彩票这个概念本身具有不确定性，这类问题不能依靠概率统计的方法去解决，而要用模糊数学的方法来处理. 对每一张彩票 x 用有序对 $(x, \mu_{\text{大号码}})$ 去描述，这里 $\mu_{\text{大号码}}(x)$ 表示 x 隶属于“大号码”的程度，称其为隶属度. 从而，“大号码”中奖的可能性 (Π(大号码)) 可表示为

$$\Pi(\text{大号码}) = \sum_{x \in X} \mu_{\text{大号码}}(x) P(x)$$

其中 X 为所有彩票的号码所成的集. $P(x)$ 为 x 彩票中奖的概率，上例中，$P(x) = 10^{-8}$，故

$$\Pi(\text{大号码}) = 10^{-8} \sum_{x \in X} \mu_{\text{大号码}}(x)$$

其中，$0 \leqslant \mu_{\text{大号码}}(x) \leqslant 1$[25].

我们已经看到，一个事件发生的概率是可以用大量重复试验得到的频率近似地表示，也就是说：“概率是可以客观度量的”. 一个元素 x 隶属于某个模糊概念的隶属程度是否也可以客观地确定？这正是应用模糊数学解决实际问题时所面临的重要问题之一.

用隶属函数描述模糊性，是在模糊性中找出客观性，它将判断事物的“是”或“非”的问题转化为用“有多大隶属程度”的模糊性来描述. 让我们看一个具体例子[14]. “青年人”是一个

模糊概念，对它不能给出明确的划分，为了在不确定性中找出确定性，可以作这样的实验：找一批人，让他们各自独立地报出“青年人”年限的起点和终点，用起点和终点作为端点作成闭区间．由于不同的人报出的起、终点值不一定相同，从而得到一个变动的区间．对于某个固定年龄（例如，30 岁）来说，这个变动区间时而覆盖它，时而不覆盖它．计算一下覆盖的频率，发现它也有稳定性．当然，隶属函数的确定问题远非如此简单，在隶属程度的确定过程中常伴有人的心理过程．迄今为止，还没有找到如同用频率计算这样简单的、合理的统一方法来确定模糊集的隶属函数．虽然这很遗憾，但也不奇怪，我们不应该（一般也不可能）在一门学科发展的早期就要求它有一个牢固的理论基础．概率论发展的过程就足以说明这一点．在频率稳定性的规律被人们认识之前，很多人不相信会有这样一门具有客观意义的学科．在柯尔莫哥洛夫(Колмочоров)为概率论建立了完善的公理化系统之后，概率论才最终被数学界承认．

模糊数学是继经典数学、统计数学之后的又一新的发展．这三种数学分别用来刻划客观世界中不同的量[24]：

$$\text{量}\begin{cases}\text{确定性——经典数学}\\[4pt]\text{不确定性}\begin{cases}\text{随机性——统计数学}\\\text{模糊性——模糊数学}\end{cases}\end{cases}$$

第四节　管理科学与决策科学中的模糊性[4、26、27、28]

西门 (H. Siman)（著名管理学家，1978 年获得诺贝尔经济奖）首先提出了程序化决策和非程序化决策的概念，所谓

程序化决策是指备选方案已知，目标非常明确并且可以定量判断的决策．否则，就称为非程序化决策．他接着指出：基层和中层管理人员所遇到的决策问题大多数是属于这类程序化决策问题，但越往高层，所遇到的非程序化的决策就会越多．当决策者遇到非程序化决策问题时，如果你问他是如何作出判断的？他可能回答：依靠我的经验，我的直观，我的能力……，这些回答对你将毫无用处．尽管非程序化决策问题相当重要，但它的框架却没有搞清楚．这类问题中出现的不确定性，主要地不是随机性，而是模糊性．例如，各个备选方案之间的差别不一定很明确；状态和目标往往都是用自然语言描述的，难以定量确定，可以这样说：模糊性是非程序化决策的重要特点，甚至是带有本质意义的特点．

西门为了解决这类高级管理决策问题，首先提出了“令人满意准则”的概念．传统的最优化理论总是把寻求最优解作为目的，但是，对一个甚为复杂的系统来说，寻求精确的甚至是近似的最优解都是相当困难的，有时则根本不可能．然而，西门稍微改变了一下问题的提法，即不去寻找最优解，而是只希望得到一个令人满意的解．换言之，用“令人满意准则”代替“最优准则”，使问题大为简化．显然，令人满意准则是一个模糊概念．

查德在五十年代从事工程控制论的研究，六十年代初期转而研究多目标决策问题．长期以来围绕着检测、决策、控制及有关的一系列重要问题进行研究．在应用经典数学方法解决这类问题的过程中获得的成功和遭到的失败，使查德逐步意识到经典数学方法的局限性．他指出：“在人类知识领域里，非模糊概念起主要作用的唯一学科只是经典数学．一方面，这使数学具有其它学科所无法比拟的一种威力和广泛性，