

气体动力学基本原理

E 编

激波的相互作用

[美] H. 泡拉契克 著
R. J. 西 格

674723

科学出版社

674723

V211/22V5

674723

HK58/21

气体动力学基本原理

E 编

激波的相互作用

[美] H. 泡拉契克 著
R. J. 西 格
徐华舫 译



科学出版社

1988



C0193787

121
22
25

内 容 简 介

美国 H. W. 埃蒙斯教授主编的《气体动力学基本原理》一书系[美]《高速空气动力学与喷气推进》丛书第 III 卷, 共 8 编, 本书为第 E 编。简要地论述了阶跃激波概念, 激波在气体和类水介质中的传播规律及有关物理量之间的关系, 并列举实验结果讨论了在某些情况下的激波行为, 最后还提出了连续介质的质点模型等。

本书可供高等院校流体力学专业的学生、教师及喷气发动机、高速风洞等方面的科技人员参考。

H. W. EMMONS Ed.

FUNDAMENTALS OF GAS DYNAMICS

PRINCETON UNIVERSITY PRESS

1 9 5 8

(SECTION E)

气体动力学基本原理

E 编

激波的相互作用

[美] H. 泡拉契克 著
R. J. 西 格

徐华舫 译

责任编辑 谈德颜

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1988 年 2 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1988 年 2 月第一次印刷 印张: 2 1/8

印数: 0001—2,150 字数: 52,000

ISBN 7-03-000273-3/O·74

定价: 0.75 元

目 录

E.1. 引言	(1)
E.2. 阶跃激波模型	(2)
气体(3) 类水介质(8)	
E.3. 阶跃激波在刚体壁面上的正反射	(9)
E.4. 一维的相互作用	(12)
气体(12) 类水介质(15)	
E.5. 阶跃激波在刚体壁面上的斜反射	(16)
规则反射(16) 气体(16) 类水介质(32)	
马赫反射(34) 气体(34) 类水介质(35)	
E.6. 气体中激波的折射	(37)
正折射(37) 斜折射(37)	
E.7. 气体中的气动与热力激波	(52)
引言(52) 气动热力激波的相互作用(53) 一维相互作用(53)	
阶跃激波在刚体壁面上的斜反射(53)	
E.8. 连续介质的质点模型	(56)
参考文献.....	(57)
名词索引.....	(61)

E.1. 引言

激波是运动流体的物理状态(即速度、温度和熵)的突然变化。这种突然变化只能发生在流速超过声速的时候,因此是超声速流动所特有的现象。从一种物理状态变到另一种状态的实际区域是有限的,十分狭窄(其量级仅仅是平均自由程的数倍)的。无论从物理观点还是从数学观点上去看,这种变化的过程或机制都是十分复杂的。关于这个变化区域及其机制的讨论,见本卷的D、G和H各编。不过,就许多的问题来说,变化区内部的详细物理状态并不需要知道。把激波当作一个数学上的突跃面来看,许多激波现象往往就能得到合适的描述^[1,2,56]。本编就是基于这样的简化观点来处理气动热力学激波的。关于磁流体动力学的激波问题^[57],不在这里讨论。

E.2. 阶跃激波模型

我们把激波看成是一个截面积为 S 的数学平面，它在某种流体里以匀定的速度 U 运动着（图 E, 2a）。这个平面在物理状况不相同的两个区域之间起着边界的作用。把激波前方气体的物理状态，用它的压强 p_0 ，密度 ρ_0 和流体速度 u_0 来标志；把激波后的物理状态用它的压强 p ，密度 ρ 和流体速度 u 来标志。

运用质量、动量和能量的守恒律建立激波阵面前后物理量之间的关系式。在微小的时间间隔 Δt 之内，到达激波阵面 S 的单位面积的质量是 $\rho_0(U - u_0)\Delta t$ ，而同一时间内由 S 离去的是 $\rho(U - u)\Delta t$ 。质量守恒原理要求

$$\rho_0(U - u_0)\Delta t = \rho(U - u)\Delta t$$

或

$$\rho_0(U - u_0) = \rho(U - u) \quad (2.1)$$

同理，用动量守恒原理可得

$$(p - p_0) = \rho_0(U - u_0)(u - u_0) \quad (2.2)$$

从这两个方程里先消去 u ，再消去 u_0 ，分别得出下列二式

$$\left. \begin{aligned} U - u_0 &= \left[\frac{p - p_0}{(\rho_0/\rho)(\rho - \rho_0)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ U - u &= \left[\frac{p - p_0}{(\rho/\rho_0)(\rho - \rho_0)} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

另一方面从那两个方程中消去 U 得

$$u - u_0 = \left[\frac{(p - p_0)(\rho - \rho_0)}{\rho\rho_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

根据能量守恒原理对激波阵面附近的一薄层介质所做的功等于内能的增加，得到下式：

$$pu - p_0 u_0 = \rho(U - u) \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right) - \rho_0(U - u_0) \times \left(e_0 + \frac{1}{2} u_0^2 \right)$$

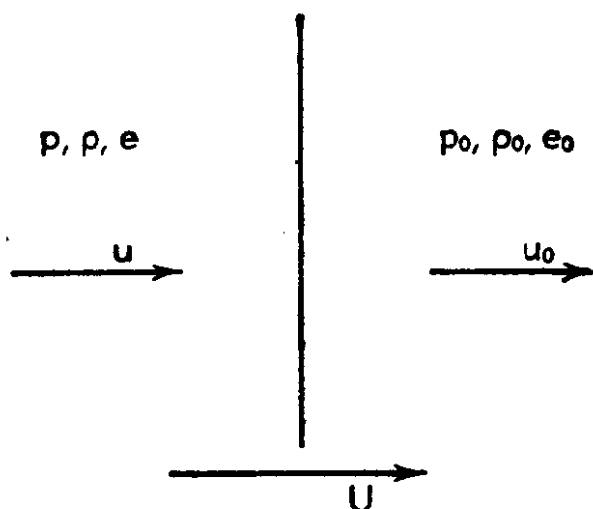


图 E, 2a. 平面激波

式中 e 和 e_0 分别是激波前面和后面单位质量的内能。用方程 2.3 和 2.4 代入上式, 此式便成为

$$e - e_0 = \frac{(p + p_0)(\rho - \rho_0)}{2\rho\rho_0} \quad (2.5)$$

方程 2.3, 2.4 和 2.5 称为越过激波的兰金 (Rankine)-雨果纽 (Hugoniot)^[3,4] 条件。运用这三个方程再加上流体的热力性质(包括它的状态方程), 就可以根据激波前面的物理状态和波的强度(即 p_0/p) 去计算激波后面的物理状态了。

越过激波时, 流体的其他一般性质计有: (1) 熵增加, 数量级等于越过波阵面时的激波强度的三次方, (2) 激波后面的压强、密度和温度总是大于激波前面的相应值。

气 体

象空气一类的气体, 在中等温度之下, 可以假定它是理想气体, 即 $\mathcal{R}T = p/\rho$, 式中 $\mathcal{R}$ 是通用气体常数除以气体的分子

量。此外,理想气体还具有这样的热力属性,即内能 e 是温度 T 的函数,且比热是常数,即 $e = \text{const} \times T$ 。具体地说

$$e = c_v T = \frac{c_v p}{\mathcal{R} \rho} \quad (2.6)$$

式中 $c_v = \mathcal{R}/(\gamma - 1)$ 是定容下的比热, γ 是等压比热与定容比热二者的比值。

将方程 2.6 代入方程 2.5, 得

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{(\gamma + 1)p_0 + (\gamma - 1)p}{(\gamma - 1)p_0 + (\gamma + 1)p} \quad (2.7)$$

可以用一个参数表示激波后面的状态。为此,最好引用一个表示强度的量,即所谓的激波强度 ξ , 它的定义是波阵面两边的压强比,例如取 $\xi = p_0/p$ 。同时,最好把所有的速度都用对声速的比值来表示。令 $a_0 = (\gamma p_0/\rho_0)^{1/2}$ 代表激波前的声速, $a = (\gamma p/\rho)^{1/2}$ 代表激波后的声速。那末方程 2.3 就可以写为

$$M_0 \equiv \frac{U - u_0}{a_0} = \left[\frac{(\gamma + 1)/\xi + (\gamma - 1)}{2\gamma} \right]^{1/2} \quad (2.8)$$

式中 M_0 是激波前头的介质相对波阵面而言的马赫数。空气的 ($\gamma = 1.40$) $M_0(\xi)$ 曲线由图 E, 2b 给出。还有

$$\left. \begin{aligned} \tau &\equiv \frac{U - u_0}{a} = \frac{(\gamma - 1)\xi + (\gamma + 1)}{[2\gamma\{(\gamma + 1)\xi + (\gamma - 1)\}]^{1/2}} \\ \sigma &\equiv \frac{U - u}{a} = \left[\frac{(\gamma + 1)\xi + (\gamma - 1)}{2\gamma} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

而方程 2.4 变成

$$-v \equiv \frac{u - u_0}{a} = \tau - \sigma = \frac{2(1 - \xi)}{[2\gamma\{(\gamma + 1)\xi + (\gamma - 1)\}]^{1/2}} \quad (2.10)$$

再者,由方程 2.7, 得出

$$\eta \equiv \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{(\gamma + 1)\xi + (\gamma - 1)}{(\gamma - 1)\xi + (\gamma + 1)} \quad (2.11)$$

注意

$$\frac{a_0}{a} = \left(\frac{\xi}{\eta} \right)^{1/2} \quad (2.12)$$

还应该看到,在推导上列的激波方程时,假设了激波前面的介质的运动方向和波阵面相垂直. 不过这一点对于此区中的流动方向的一般性并没有加什么限制, 因为流型上可以叠加任何平移运动, 而不影响已推得关系式的成立. 我们可以在激波前面加上一个平行于波阵面的分速度 U . 只要在波后也加一个完全一样的分速度就行了.

如果一切基准量都采用激波前面的量, 即如用 $\xi' = p/p_0$ 来表示激波强度, 激波的各基本方程 (方程 2.9, 2.10 和 2.11) 都不改变形式. 这些方程成为

$$\left. \begin{aligned} \tau' &\equiv \frac{U - u}{a_0} = \frac{(\gamma - 1)\xi' + (\gamma + 1)}{[2\gamma\{(\gamma + 1)\xi' + (\gamma - 1)\}]^{\frac{1}{2}}} \\ \sigma' &\equiv \frac{U - u_0}{a_0} = \left[\frac{(\gamma + 1)\xi' + (\gamma - 1)}{2\gamma} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.9')$$

$$\nu' = \sigma' - \tau' \equiv \frac{u - u_0}{a_0} = \frac{2(1 - \xi')}{[2\gamma\{(\gamma + 1)\xi' + (\gamma - 1)\}]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.10')$$

$$\eta' = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\sigma'}{\tau'} = \frac{(\gamma + 1)\xi' + (\gamma - 1)}{(\gamma - 1)\xi' + (\gamma + 1)} \quad (2.11')$$

激波方程的这种形式不变性在计算激波相互作用的流型时十分有用^[5,6,7].

到这里最好看一看基本激波参数 σ, τ, ν 和 σ', τ', ν' 之间的几个关系式. 由方程 2.9 和 2.10 直接得到

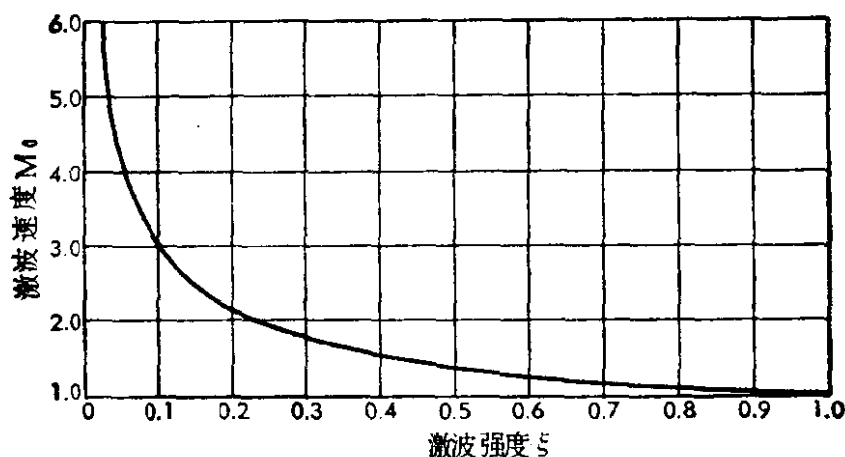


图 E, 2b. 马赫数 M 对激波强度 ξ 的曲线. $\gamma=1.40$

$$\tau = \frac{(\gamma - 1)\sigma^2 + 2}{(\gamma + 1)\sigma} \quad (2.13)$$

及

$$\nu = \frac{2(\sigma^2 - 1)}{(\gamma + 1)\sigma} \quad (2.14)$$

同理,由方程 2.9' 和 2.10' 可得

$$\tau' = \frac{(\gamma - 1)\sigma'^2 + 2}{(\gamma + 1)\sigma'} \quad (2.13')$$

$$\nu' = \frac{2(\sigma'^2 - 1)}{(\gamma + 1)\sigma'} \quad (2.14')$$

在激波管中的仔细量测^[8,9]表明,上面推导出来的兰金-雨果组关系式在相当宽的激波强度范围内是为实验所证实了的;这个范围,在空气是 $0.15 \leq \xi \leq 1.00$, 氩是 $0.04 \leq \xi \leq 1.00$ 。

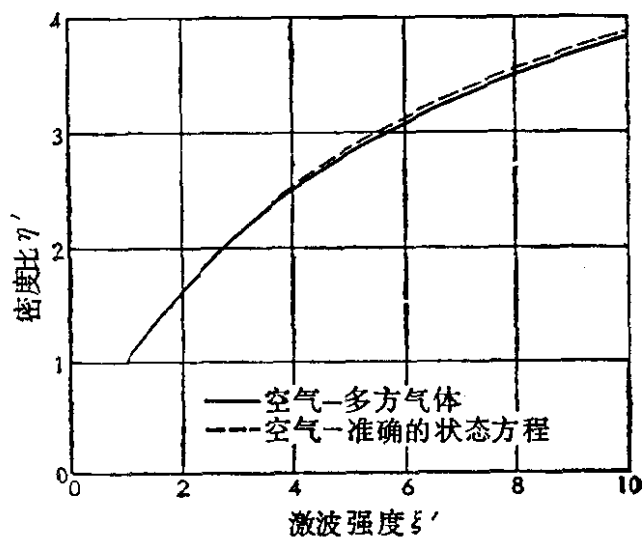


图 E, 2c. 密度比 η' 对激波强度 ξ' 的曲线. $\gamma=1.40$

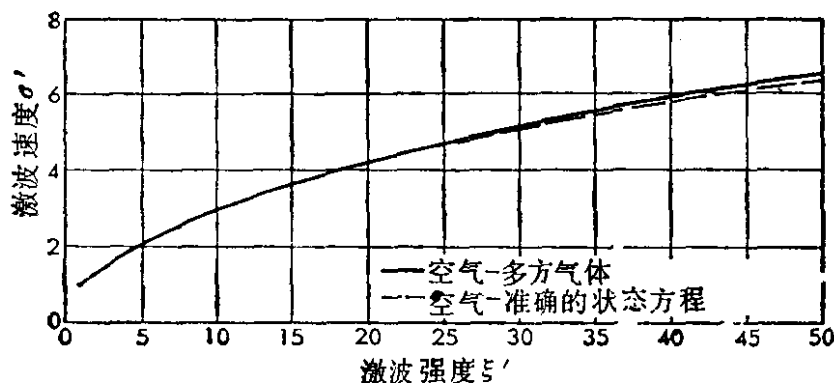


图 E, 2d. 激波速度 $\sigma'(\xi')$ 对激波强度 ξ 的曲线. $\gamma=1.40$

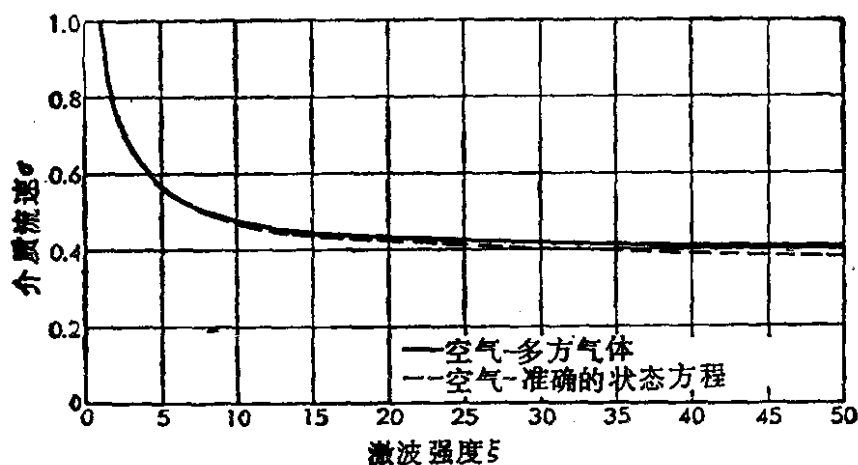


图 E, 2c. 介质流速 $\sigma(1/\xi')$ 对激波强度 ξ 的曲线. $r=1.40$

若激波强度超出上述范围,温度将是很高的,因而有更大的分子激发运动,那时关于热力属性和理想气体状态方程的假定都不能用了. 不过这时基本方程 (2.1, 2.2, 2.5) 仍然是成立的,只要再加上准确的状态方程和热力学数据,仍然可以得出激波两侧的物理参数的可用结果. 不过这时计算这些数值将变得十分费力. 文献 [10] 中给出了在空气中作为激波强度函数的激波阵面前后的密度、温度、速度和熵的数值变化表. 表上列的温度范围高达 $15,000^{\circ}\text{K}$, 密度达到标准状态空气密度的 20 倍.

图 E, 2c 上画了 $\eta' = \rho/\rho_0$ 对 $\xi' = p/p_0$ 的曲线,理想气体的曲线是按本编中推导的公式计算出来的,按准确的空气状态方程计算出来的曲线录自文献 [10]. 我们看到,在 $1.00 \leq \xi' \leq 10.0$ 的范围之内,两条曲线基本上一致. 图 E, 2d 画的是相似的 $\sigma'(\xi')$ 曲线,这是波阵面相对于波前的介质的相对速度用波前的声速加以标准化之后的量;图 E, 2e 是 $\sigma(\xi')$ 的曲线,这是激波后介质相对于波阵面的速度(已用激波后声速加以标准化). 注意前者总是超声速的,而后者总是亚声速的. 图上同时画出了在 $1.00 \leq \xi' \leq 50.0$ 的范围之内理想气体的曲线和真实空气的曲线. 二者很相符.

类 水 介 质

类水介质^[3,4]是内能可以分成两部分的物质,一部分内能只决定于介质的密度,另一部分只决定于它的比熵. 这时,在任何条件之下,压强只是密度的函数. 在开敞的浅槽中液流的水跃现象为“类水的关系式” $p = A\rho^2$ ^[11,12]所精确地描述的.(严格地说,对于一道 $\gamma = 2$ 的理想气体的弱激波,我们应该把它描述成为一种多变过程,而不应该用水跃模拟.)仍然用上面的符号,我们得出类水介质的公式如下:

$$\eta = \xi^{\nu\gamma} \quad (2.11'')$$

式中 γ 是绝热指数.(在一定的压强范围内,如爆炸现象,水的本身可以当作 $\gamma \cong 7$ 的类水介质看.)还有两个量可以很容易地用 ξ 表达出来,即

$$\tau = \frac{1}{\xi^{\nu\gamma}} \left[\frac{1 - \xi}{\gamma(\xi^{-\nu\gamma} - 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.9'')$$

$$-\nu = \pm \left[\frac{(1 - \xi)(\xi^{-\nu\gamma} - 1)}{\gamma} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.10'')$$

符号和 $(1 - \xi)$ 的符号一致. 这里的 τ 代表激波相对于波前介质的速度, ν 代表越过激波介质流速的变化.

E.3. 阶跃激波在刚体壁面上的正反射

作为兰金-雨果纽激波关系式的第一个应用,现在我们来推导一道任意强度的激波遇到刚体壁面时的物理情况. 在图 E, 3 a 中有一道强度为 ξ 的激波向右朝着一堵刚体壁运动. 激波前后的压强、密度、声速和介质流速分别记为 p_0, ρ_0, a_0, u_0 和 p_1, ρ_1, a_1, u_1 . 图 E, 3 b 表示碰撞以后的情况. 反射激波离开刚体壁面向左运动. 壁面附近的物理情况经过碰撞之后起了变化, 这些参数现在记为 p_2, ρ_2, a_2 和 u_2 . 我们的目的就是要确定壁面附近物理量的变化, 从而求出反射波的强度 $\xi' = p_2/p_1$. 这只要用前一节推导出来的激波关系式就求出来了.

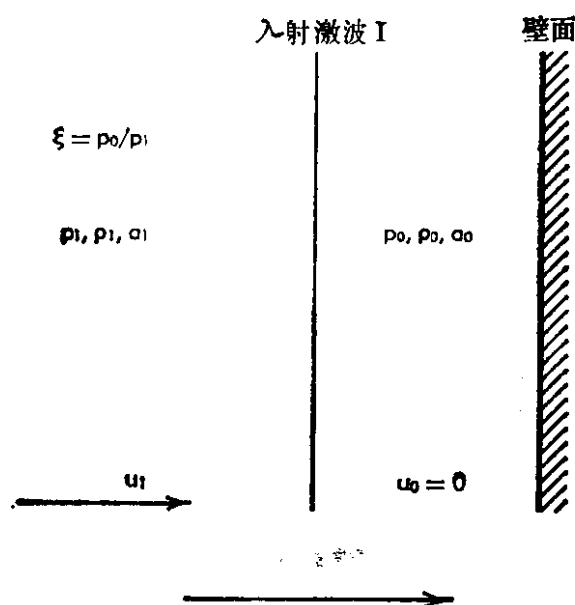


图 E, 3a. 激波和刚体壁面碰撞之前.

因碰撞前后壁面上的介质都是静止不动的, 而由方程 2.10 和 2.10' 得出 $-\nu = (u_1 - u_0)/a_1 = u_1/a_1$ 和 $\nu' = (u_1 + u_2)/a_1 = u_1/a_1$. 因而

$$-\nu = \nu' \quad (3.1)$$

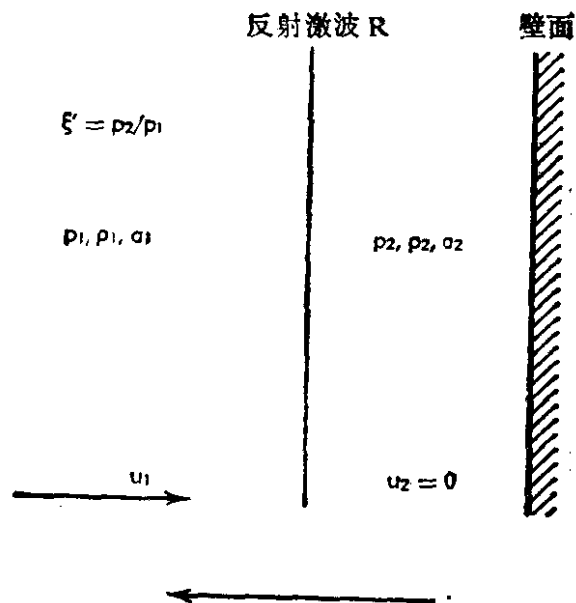


图 E, 3b. 激波和刚体壁面碰撞之后.

这是激波在刚体壁面上作正反射时所必须满足的基本条件.

用方程 2.14 和 2.14' 再加上方程 3.1, 可以得到一个等同关系式:

$$\sigma - \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma'} - \sigma' \quad (3.2)$$

这个方程为下列的解所满足

$$\sigma' = \frac{1}{\sigma} \quad (3.3)$$

或用 ξ 及 ξ' 表达:

$$\xi' = \frac{(3\gamma - 1) - (\gamma - 1)\xi}{(\gamma + 1)\xi + (\gamma - 1)} \quad (3.4)$$

对于声波, 大家都知道入射波的压强升高量必等于反射波的压强升高量, 即 $p_1 - p_0 = p_2 - p_1$. 在激波的正反射问题里, 如果强度用压强差(绝对压缩)来度量的话, 那末按方程 3.4 看, 反射波总是较入射波“强”, 但如用压强比来度量强度, 那末反射波必较入射波为“弱”. 这句话相当于下列的不等式:

$$p_1 - p_0 < p_2 - p_1, \quad \frac{p_1}{p_0} > \frac{p_2}{p_1} \quad (3.5)$$

在图 E, 3c 上画出了空气 ($\gamma = 1.40$) 中正反射的反射波强度 ξ' 对入射波强度 ξ 的曲线. 应该指出, 在这里以及后面的讨论中, ξ 很低的结果都只能有定性的理论上的意义. 譬如, 从这个简单理论可以推出这样一个结论来: 若入射激波的强度无限增大, 反射激波的强度是有限值, 空气的这个极限值为 8. (如果是柱波, 这个极限值是 17, 球波是 26.)

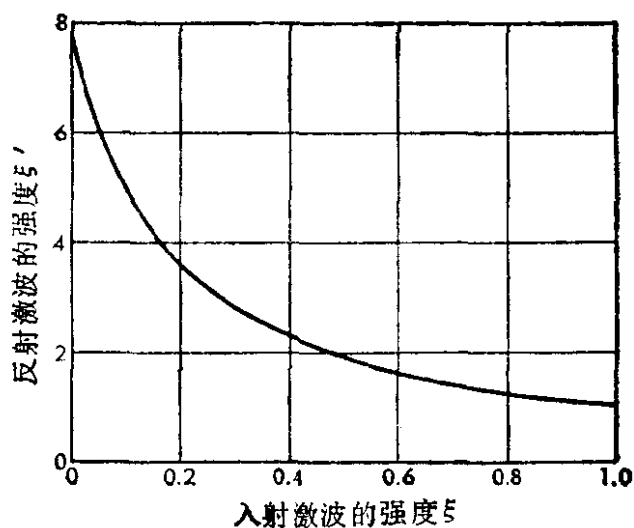


图 E, 3c. 正反射时, 反射波强度对入射波强度的曲线. $\gamma = 1.40$

平面激波在刚体壁面上的正反射的实验研究^[13,14,15,16,17,第358-377页]是随带在斜反射里做的(参看第 5 节). 一般地说来, 人们发现这样的简单阶跃激波模型是适于描述反射现象的.

E.4. 一维的相互作用

气 体

可以证明^[1,2]一维相互作用问题, 激波和两种气体介质之间的分界面的相互作用, 或是激波和另一道激波或膨胀波的相互作用, 都有唯一的解. 这时所产生的波型中总有一个反射波, 此波或是激波或是膨胀波, 视所说的两种介质的广义声波阻抗的相对值而定. 结果可以从介质在相互作用前后、各种物理状况下的速度-压强 (u, p) 的图上分析出来. 这里只粗略讲一下激波和分界面的相互作用.

在图 E, 4a 的上边, l_m 代表入射激波, 此波从已经扰动过的左边 l , 向未经扰动的原始介质中心 m 推进, D 是右边第二种介质 r 和中间介质之间的分界面. 在图 E, 4a 的中间图中, R_l 和 T_r 代表 l_m 和 D 碰撞之后发生的两道波 (激波或膨胀波), 分别向左、右运动. l 和 r 的状态依旧, 但相互作用产生了一种新的中间状态 m^* . 一般地说来, 在这一区中存在一分界面 D' , 它的两边压强和流速都没有差别.

在图 E, 4a 的底部画出了每种状态的压强对介质流速的曲线. 在这张图上, r 和 m 由同一点代表, 而 l 点则是在 m (或 r) 点的右上方 (因 $u_l > u_m$). 我们作了一条 S_m 曲线, 这条曲线是 m 区的气体通过一道激波 (向右推进的) 所能达到的一切可能状态. 当然这条曲线必然通过 l 点. 然后作 T_r 和 R_l 曲线, 分别代表 r 区和 l 区的气体通过一道激波或一道膨胀波所能达到的一切可能状态. 这二者都是单调增大或减小的函数, 只能交于一个 m^* 点. 显然这个交点必出现在 T_r 的上部, 这说明 r 区的气体只有通过一道激波才能到 m^* 的状态 (因 m^* 的压强大于 r 的压强). 因

此一道激波遇分界面时总是透过去的。但反射波就有可能是激波也可能是膨胀波，要看 l 点是在 m^* 点之上还是之下而定。若 $\gamma_m = \gamma_r$ ，可以证明 S_m 不是全部在 T_r 之上，便是全部在 T_r 之下，视 $\rho_r < \rho_m$ 还是 $\rho_r > \rho_m$ 而定（ ρ_r 和 ρ_m 分别是 r 区和 m 区的密度）。不过一般的情况， T_r 和 S_m 交于这样的一点：

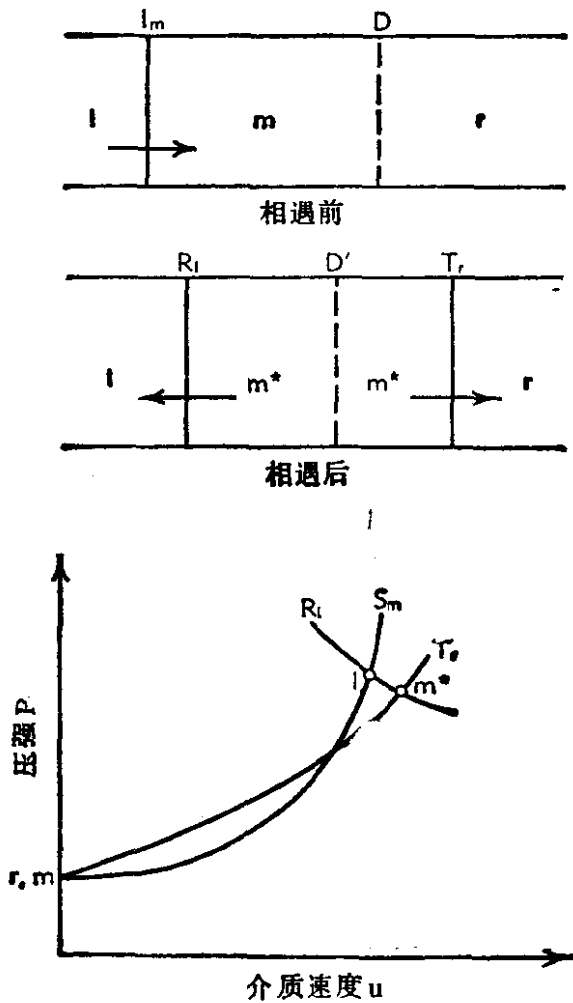


图 E, 4a. 激波的正入射。顶部，初始情况。中间，终了情况。
底部，介质速度-压强的图线。

$$\tau(\xi) - \sigma(\xi) = \left(\frac{\xi}{\eta}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{a_r}{a_m}\right) \left[\tau''\left(\frac{1}{\xi}\right) - \sigma''\left(\frac{1}{\xi}\right) \right]$$

或

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{a_m}\right) \left[\gamma_m \{ (\gamma_m + 1) + (\gamma_m - 1)\xi \} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{1}{a_r}\right) \left[\gamma_r \{ (\gamma_r + 1) + (\gamma_r - 1)\xi \} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$