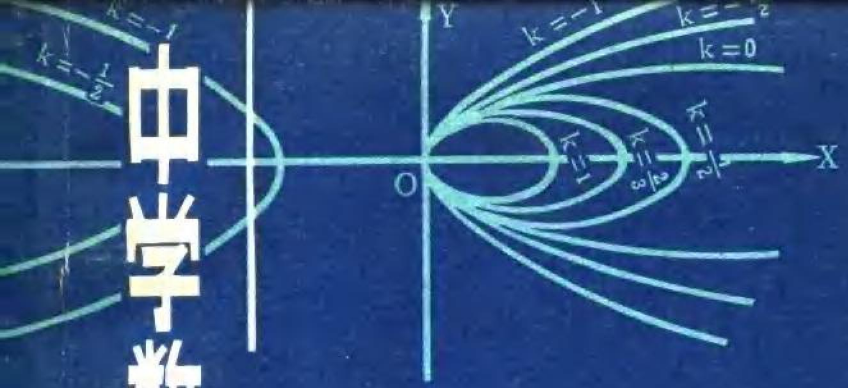
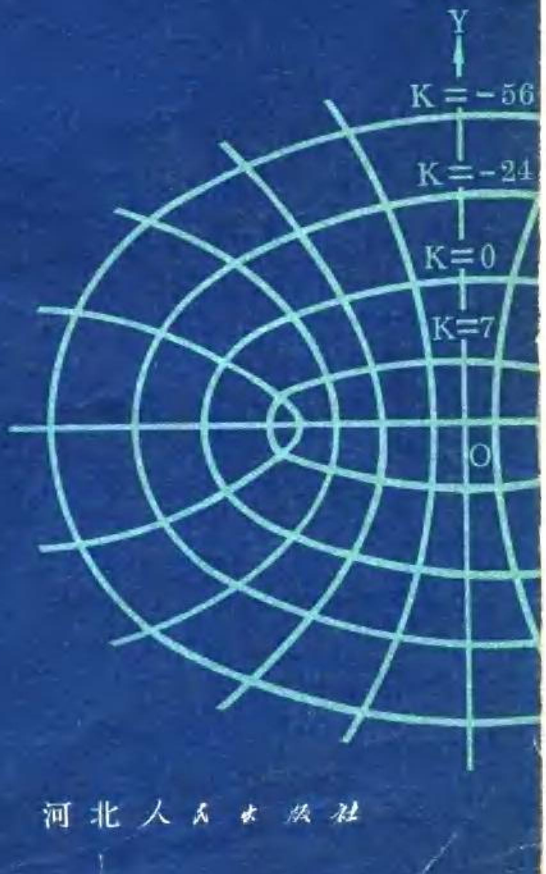
中学数学综合习题解

北京师范大学附属实验中学数学教研组





河北人民出版社

编者说明

为了帮助广大青年与在校中学生提高综合运用中学数学基础知识的能力，我们编写了这本《中学数学综合习题解》。

本书共编选了 250 题，内容包括各种类型的数学综合题，全部均有题解。

在编写时，注意从实际出发，参照中学数学教学大纲，力求由浅入深，注重基础知识的综合应用，尽量避免选用过于难解或方法过于特殊的题目。

书中缺点与错误，恳切希望读者批评指正。

北京师范大学附属
实验中学数学教研组

一九七九年二月

目　　录

一、习　　题

（一）代　　数

1．两个互质的数，它们的最小公倍数是648，如果这两个数都是合数，求这两个数。

2．二整数之和为1092，其最小公倍数为3528，求此二数。

3．是否有自然数x、y满足方程 $x^2+1954=y^2$。

4．不查表、开方，比较（$\sqrt{12}-\sqrt{11}$）与（$\sqrt{13}-\sqrt{12}$）的大小。

5．分解因式 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$。

6．求证：连续的四个整数的积加1，必是一个整数的平方。

7．若$x^3-2x^2y-xy^2+2y^3=0$，求$\dfrac{2x-3y}{3x-2y}$的值。

8．若 $x^2+x-1=0$，求x^3+2x^2+x+1的值。

9．如果 $x>0$，$y>0$，且$\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})=3\sqrt{y}(\sqrt{x}+5\sqrt{y})$　求 $\dfrac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}$的值。

10．已知：$x^2+x+1=0$，不解方程，求$x^{14}+\frac{1}{x^{14}}$的值。

11．若x、y都是实数，且$(2x-1)^2+(y-8)^2=0$

求：$\log_8 xy$的值。

12．已知：x、y为实数，且$y=\sqrt{2x-1}+\sqrt{1-2x}+4$

求：$\log_8(x\ y)$的值。

13．化简：$\sqrt{2-\sqrt{3}}$。

14．求$5-12i$的平方根。

15．化简：$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$。

16．若$x+\frac{1}{y}=1$，$y+\frac{1}{z}=1$，求证：$z+\frac{1}{x}=1$。

17．已知：$\frac{y+z}{x}=\frac{z+x}{y}=\frac{x+y}{z}$，求证：$x=y=z$，

或 $x+y+z=0$。

18．已知：$x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}=z+\frac{1}{x}$，求证：$x^2y^2z^2=1$，

或 $x=y=z$。

19．若 $a\neq0$，$b\neq0$，$c\neq0$，且$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$

求证：$\frac{1}{a^{2n+1}}+\frac{1}{b^{2n+1}}+\frac{1}{c^{2n+1}}=\frac{1}{a^{2n+1}+b^{2n+1}+c^{2n+1}}$。

20．证明：若 $(x+a)(x+b)+(x+b)(x+c)+(x+c)(x+a)$是$x$的一个一次式的完全平方，$a$，$b$，$c$为实数时，一定有$a=b=c$。

21．在复数范围内解方程：$(6x+7)^2(3x+4)(x+1)=6$。

22．在复数范围内解方程：$(x+3)^4+(x+1)^4=82$。

23．已知方程$3x^5-8x^4+10x^3-22x^2+3x+6=0$ 有一根

为 $1+\sqrt{2}$，在复数范围内解方程。

24．求方程 $(x^2+1)(y^2+4)-8xy=0$ 的实数解。

25．设 $x>0$，$y>0$，$z>0$，解方程：
$(x^2+1)(y^2+2)(z^2+8)=32xyz$。

26．解方程：$2\sqrt{x+1}+x=\sqrt{2x+1}-\sqrt{3x}$。

27．解方程：$\sqrt{x}+2\sqrt{x(x+7)}+\sqrt{x+7}=49-2x$。

28．解方程：$12\sqrt[x]{256}-7\sqrt[x]{144}-12\sqrt[x]{81}=0$。

29．解方程：$x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$。

30．解方程：$|x-1|-|x|+|x+1|=5$。

31．解方程组
$$\begin{cases} x+y+\sqrt{x+y}=20 \cdots\cdots\cdots(1) \\ x^2+y^2=136 \cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

32．解方程组
$$\begin{cases} \dfrac{xy}{2x+3y}=3 \cdots\cdots\cdots(1) \\ \dfrac{xz}{2z+3x}=1 \cdots\cdots\cdots(2) \\ \dfrac{yz}{2y+3z}=2 \cdots\cdots\cdots(3) \end{cases}$$

33．解方程组
$$\begin{cases} x^3+y^3+z^3=a^3 \cdots\cdots\cdots(1) \\ x^2+y^2+z^2=a^2 \cdots\cdots\cdots(2) \\ x+y+z=a \cdots\cdots\cdots(3) \end{cases}$$

34．解方程组
$$\begin{cases} \dfrac{x(y+z)}{a}=\dfrac{y(z+x)}{b}=\dfrac{z(x+y)}{c} \cdots\cdots(1) \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=a+b+c \cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

35．解方程：$\dfrac{6x-yi}{5+2i}=\dfrac{15}{8x+3yi}$（$x$、$y$ 为实数）。

36．设多项式 $f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_n$ 的系数都是整数，且 $f(\alpha)$，$f(\beta)$ 都是奇数，α 为奇数，β 为偶数，求证方程 $f(x)=0$无整数根。

37．设 a，b，c，d 是互不相等的整数，r 是方程 $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)-4=0$ 的整数根，证明：$4r=a+b+c+d$。

38．解方程：$x^2+x\cdot\sin\theta+1=0$　二根为 α，β，

$$x^2+x\cdot\cos\theta-1=0\quad 二根为\ \gamma,\ \delta,$$

求：$\dfrac{1}{\alpha^2}+\dfrac{1}{\beta^2}+\dfrac{1}{\gamma^2}+\dfrac{1}{\delta^2}$的值。

39　解方程：$\lg x+\lg x^2+\lg x^3+\cdots+\lg x^n=n(n+1)$（$x>0$ 且 n 是正整数）。

40　解方程：$\lg^2 9x-3\lg(x+2)\cdot\lg 9x+2\lg^2(x+2)=0$。

41　已知　$4x^2-4x-15\leqslant 0$

化简：$\sqrt{4x^2+12x+9}+\sqrt{4x^2-20x+25}$。

42．m 为哪些实数值时，x 的任何实数值都不满足不等式 $(m+1)x^2-2(m-1)x+3(m-1)<0$。

43．解不等式组 $\begin{cases}\dfrac{x-6}{2x-5}\geqslant 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)\\ \log_3(2x-3)<1\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)\end{cases}$

44．方程 $x^2-2x+\lg(2a^2-a)=0$ 有一个正根，一个负根，求实数 a 的范围。

45．解不等式：$x^{\log_a x}>\dfrac{x^{\frac{9}{2}}}{a^2}$。

46．不查表求证：$2<\dfrac{1}{\log_{13}7}+\dfrac{1}{\log_{5}7}<3$。

47．x，y，a，b 是任意实数，且 $a^2+b^2=1$，$x^2+y^2=1$ 求证 $ax+by\leqslant 1$。

48．从火车上下来两位旅客，他们沿着同一方向走到同一目的地，第一旅客先用一半时间以速度 a 行走，另一半时间以速度 b 行走，第二旅客先用一半路程以速度 a 行走，另一半路程以速度 b 行走，问哪一个旅客先到目的地。

49．不查表计算下列各式：

（1）$(\lg 5)^2+\lg 2\cdot\lg 50$；

（2）$\lg\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)$。

50．已知：$\log_8 9=a$，$\log_3 5=b$，求证：$\lg 2=\dfrac{2}{3ab+2}$。

51．已知：$\lg 3=a$，　$\lg 2=b$，　求　$\log_5 6$。

52．已知：函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+3x+\dfrac{5}{2}$

求：（1）x 为何值时　$y=0$？　$y>0$？　$y<0$？

（2）函数图象的顶点坐标及对称轴方程。

（3）x 在什么范围内，函数是增函数或减函数？

（4）x 取何值时，y 有极值？

53．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$，当 $x=\dfrac{1}{2}$时，有极大值 25，又 $ax^2+bx+c=0$ 的两根的立方和等于 19，求这个二次函数。

54．设　$f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x+\sqrt{1+x^2}$　$(x<0)$　求 $f(x)$。

55．求　$f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{1-\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}}$ 的定义域并作图象。

56．求下列函数的极值：

(1) $y=\dfrac{5}{\sqrt{2x^2-4x+3}}$；　　(2) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$.

57．求$9\left(\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)^2+5$ 的最大值与最小值。

58．若 $\begin{cases}x+2y-z=21\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\x-y+2z=12\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$

求 x，y，z 为何值时，$x^2+y^2+z^2$的值最小。

59．在周长为 10cm 的直角三角形中，面积最大是多少？

60．如图，设重量为 p 的重物，挂在杠杆上距支点 a处，已知杠杆每单位长重量为 q，求杠杆取多长，才能使在另一端所加的用来平衡重物 p 的力 F 最小。(图见题解)

61．若 $f(x)=x^2+ax+b$，求证：$|f(1)|$，$|f(2)|$，$|f(3)|$中至少有一个不小于$\dfrac{1}{2}$。

62．试确定 λ 的值，使得方程：
$x^4-(3\lambda+4)x^2+(\lambda+1)^2=0$ 的四个根成等差数列。

63．求$\dfrac{1}{7^1}+\dfrac{2}{7^2}+\dfrac{3}{7^3}+\dfrac{1}{7^4}+\dfrac{2}{7^5}+\dfrac{3}{7^6}+\dfrac{1}{7^7}+\dfrac{2}{7^8}+\dfrac{3}{7^9}+\cdots\cdots$.

64．解方程：$1+7+13+\cdots+x=280$。

65．求适合于方程$\dfrac{1+3+5+\cdots+(2x-1)}{\dfrac{1}{1\cdot2}+\dfrac{1}{2\cdot3}+\cdots+\dfrac{1}{x(x+1)}}=110$的自然数 x。

66．求：$\sqrt{\underbrace{111\cdots1}_{2n个1}-\underbrace{222\cdots2}_{n个2}}$.

67．求：$\dfrac{1}{2\cdot5}+\dfrac{1}{5\cdot8}+\dfrac{1}{8\cdot11}+\dfrac{1}{11\cdot14}+\cdots\cdots$.

68. 求证：$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}$。

69. 求证：$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}=3$。

70. 求等比数列3，6，12…的前多少项之和就开始大于149997。

71. 设a，b，c，x都是实数，而且
$(a^2+b^2)x^2-2b(a+c)x+b^2+c^2=0$，$b\neq 0$求证：$a$，$b$，$c$成等比数列，且公比为x。

72. 一个无穷递缩等比数列中，所有的奇数项之和比所有的偶数项之和多27，又去掉数列的前两项之后，和就变成60，求这个数列。

73. 已知$a+b+c$，$b+c-a$，$a+c-b$，$a+b-c$成等比数列，q为公比，且$c\neq 0$求证：$q^3+q^2+q=1$，且$q=\frac{a}{c}$。

74. 如果两个等差数列5，8，11……与3，7，11……都有100项，问它们有多少个相同的项。

75. 由数字0，1，2，3，4，5可以组成多少个数字不重复的(1) 六位数；

(2) 四位数；

(3) 能被5整除的六位数；

(4) 四位偶数；

(5) 比400000大的数；

(6) 比430000大的数。

76. 求$\left(9x-\frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$展开式里的常数项。

77. 证明对于整数$n\geqslant 0$时：$A_n=11^{n+2}+12^{2n+1}$可被133

整除。

78. 证明：$2^{n-1}(a^n+b^n)>(a+b)^n$，其中 a，b 都为正数，$a\neq b$，n为大于 1 的自然数。

79. 证明：$a>0$，$a\neq 1$ 时：

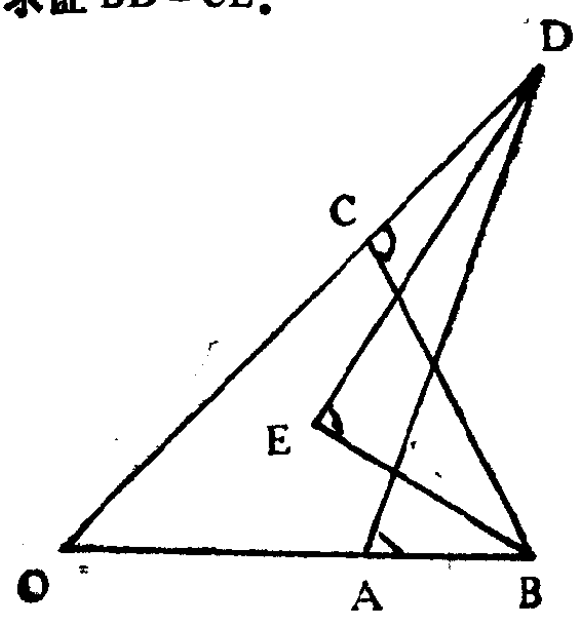
$$\frac{1+a^2+a^4+\cdots+a^{2n}}{a+a^3+a^5+\cdots+a^{2n-1}}>\frac{n+1}{n}.$$

80. 证明：$(\sqrt{2}-1)^n$，(n为自然数) 可以写成 $\sqrt{N+1}-\sqrt{N}$，(N 为整数)。

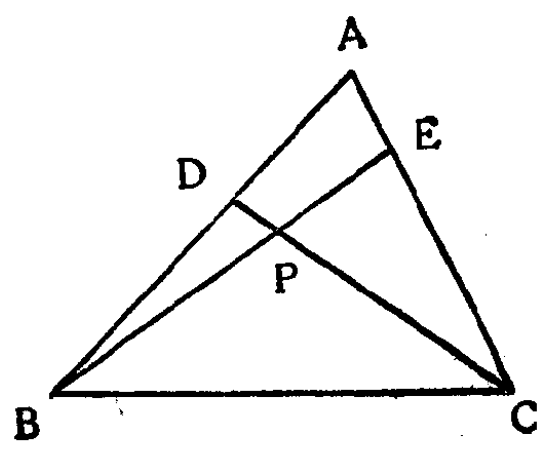
(二) 几　何

81. 已知如图，DE 为 $\angle ADO$ 的平分线，BE 为 $\angle CBO$ 的平分线。求证 $\angle BED=\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle BCD)$。

82. 已知如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle PBC=\angle PCB=\frac{1}{2}\angle A$，求证 $BD=CE$。



(第 81 题)

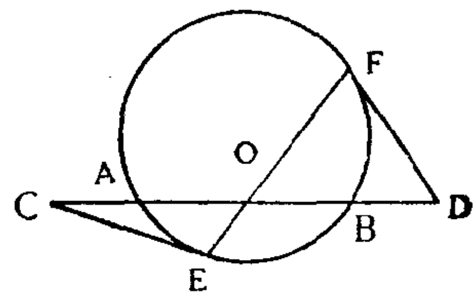


(第 82 题)

83. 已知在$\triangle ABC$中，$AC=3AB$，自C至$\angle A$的平分线引垂线，垂足为D。求证BC平分AD。

84. 已知点M是等腰直角$\triangle ABC$腰AC的中点，自A引BM的垂线交BM于E，交BC于D。求证$\angle AMB=\angle CMD$。

85. 将弦AB向双方延长至C及D，令其长相等，由C，D引切线CE及DF，E、F为切点，（如图）则EF将AB二等分。



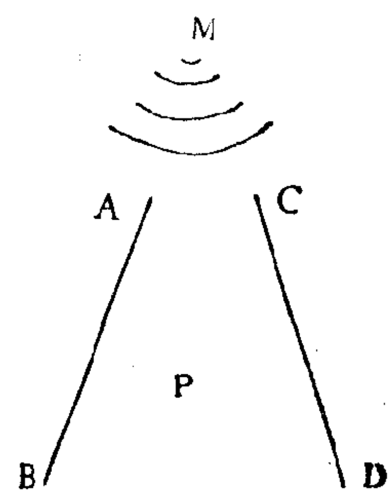
（第85题）

86. 已知直径AB两端上的切线AC、BD，圆上任意点E的切线与上述二切线相交于C、D，AD、BC相交于P，求证$PE\parallel AC$。

87. 用四边形各边做直径作四个圆，那么相邻两个圆的公共弦与另外两个圆的公共弦平行。

88. 设平面上有六个圆，每个圆的圆心都在其余各圆的外部，证明平面上任一点都不会同时在这六个圆的内部。

89. 已知BA、DC为不垂直的两条线段，P为一定点，求作：不延长BA、DC过P作一直线LK，使LK与BA、DC的延长线相交于一点。



（第89题）

90. 四边形$ABCD$中，AC和BD相交于E，延长CA到F，使$AF=CE$，延长DB到G，使$BG=DE$，并且连结FG，求证$\triangle EFG$和四边形$ABCD$等积。

91. 已知H、G、O分别为$\triangle ABC$的垂心、重心和外心。

求证(1) H、G、O三点共线；(2) $GH=2GO$。

92．已知 AB 为半圆 O 的直径，C 为半圆上一点，$CD\perp AB$ 于 D，圆 O_1 切 CD 于 E，切 DB 于 G，与圆 O 内切于 F。求证A、E、F三点共线；$AC=AG$。

93．在圆内接四边形 $ABCD$ 中，求证

$$AB\cdot CD+BC\cdot AD=AC\cdot BD.$$

94．由直角$\triangle ABC$ 的斜边 BC 的中点 O 引BC的垂线交 AC 于 E，交 BA 的延长线于 F，连结 AO，则 $AO^2=OE\cdot OF$。

95．在直径是 AB 的半圆周上有两个点 M，N 设 AN 与BM的交点是P，求证$AN\cdot AP+BM\cdot BP=AB^2$。

96．在$\triangle ABC$的外接圆中，$\angle A$ 所对的弧的中点为 D。则 $AB\cdot AC=AD^2-BD^2$。

97．过$\triangle ABC$ 的顶点B、C 作它的外接圆的切线、自 A引此切线的平行线，设交 BC 或其延长线于 D、E。求证

$$BD:CE=AB^2:AC^2.$$

98．两圆相交于A和B，过B引任意直线 CD，分别交两圆于C、D。求证$AC:AD$为一定值。

99．三角形两内角平分线相等则为等腰三角形。

100．在$\triangle ABC$ 外侧，以AB、AC为斜边，分别作等腰直角三角形 ABD，ACE，设 BC 的中点是 M。求证 $MD=ME$，$MD\perp ME$。

101．在矩形 $ABCD$ 中，$BC=3AB$，E 和 F 是 BC 边的三等分点，求证 $\angle ACB+\angle AFB+\angle AEB=90°$。

102．四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于 0 点，M、N 分别是 AD、BC 的中点，且 MN 交 AC 于 E，交 BD 于 F。求证 $OE:AC=OF:BD$。

103．0为$\triangle ABC$内一点，连接0点与$\triangle ABC$三顶点之直

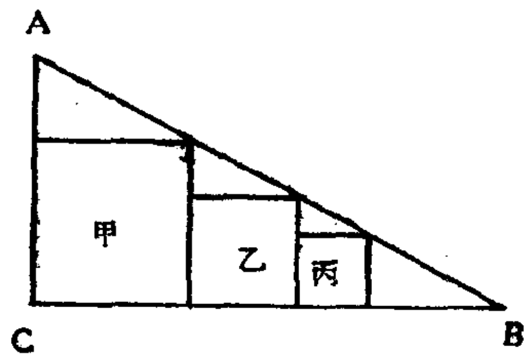
线，各交对边于L、M、N则

$$AN\cdot BL\cdot CM=BN\cdot CL\cdot AM.$$

104．在等腰三角形ABC的底边BC的延长线上取一点D，自D作AB的垂线交AC于E，交AB于F，如果$S_{\triangle AEF}=2S_{\triangle CDE}$。求证 $\dfrac{DE}{EF}=\dfrac{AB}{BC}$.

105．有一个四边形$ABCD$内接于圆，并且$AC\perp BD$，过A、B、C、D作外接圆的切线．求证这四条切线所组成的四边形能够内接于一个圆．

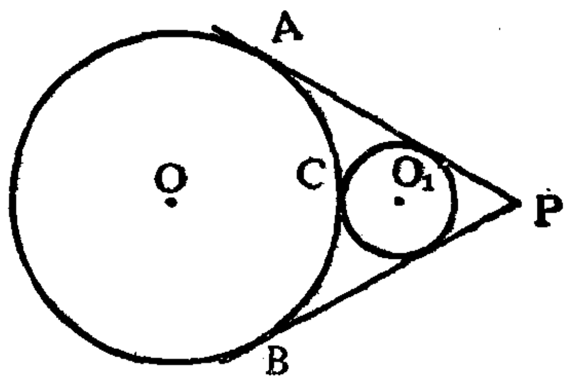
106．如图，在直角三角形ABC内放进甲、乙、丙三个正方形．已知甲、乙的两条边长是9寸和6寸，求丙的边长．



（第106题）

107．在$\triangle ABC$的外侧，分别以BC、CA、AB为一边作正l、m、n边形．如果这三个正多边形的外接圆相交于$\triangle ABC$内一点P，求证 $\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=1$.

108．如图，若$\overset{\frown}{ACB}$的度数为120°，PA、PB为圆O的切线，A、B为切点．圆O_1与PA、PB及$\overset{\frown}{ACB}$相切．求证$\overset{\frown}{ACB}$的长＝圆O_1的周长．



（第108题）

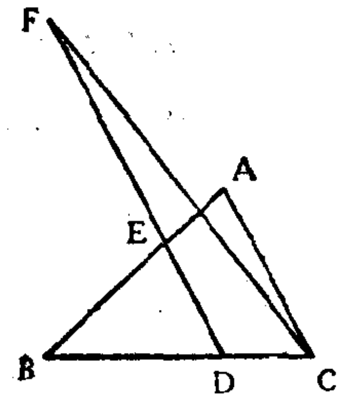
109．两凸四边形，各边中点对应相重．则两形面积相等．

110．平行四边形两条边长是a，b，它们的夹角是2θ，求

四个角的平分线所围成的四边形的面积。

111．延长四边形 $ABCD$ 的各边，使 A、B、C、D 分别成为 DE、AF、BG、CH 的中点．求证四边形 $EFGH$ 的面积是四边形 $ABCD$ 面积的五倍。

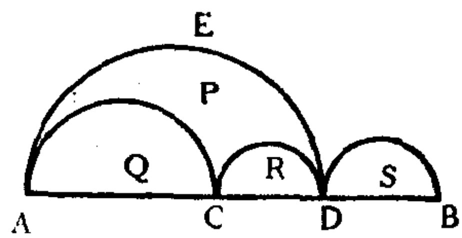
112．如图，已知 $BD:DC=FE:ED=2:1$，$AC\parallel FD$，求(1) $BE:EA$ (2) $\triangle ABC$ 的面积为 8 时，$\triangle CDF$ 的面积是多少。



（第 112 题）

113．O 为 $\triangle ABC$ 内一点，过 O 引 EF、QP、GH 分别平行于 BC、CA、AB 与各边交于 E、F、Q、P、G、H．则 $\dfrac{HQ}{BC}+\dfrac{FG}{CA}+\dfrac{PE}{AB}=1$ 若 $\triangle OPE$，$\triangle OHQ$，$\triangle OFG$ 面积分别是 S_1,S_2,S_3，则 $S_{\triangle ABC}=(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3})^2$。

114．已知 C 为线段 AB 的中点，D 为 BC 上一点，分别以 AC、CD、DB、AD 为直径作半圆（如图）其面积为 Q、R、S、P 为图中空隙部分的面积．求证：$P+S=Q+R$。



（第 114 题）

115．已知过相交二定圆 O 和 O^1 的一交点 A 引诸割线，其中的一条 PQ 平行于 OO^1，求证：PQ 为极大。

116．已知直线 x 及其同侧两点 A、B．在 x 上求一条线段 CD 等于定长 a，使 $ACDB$ 路为最短。

117．试证同底等积的三角形中，以其它二边相等的三角形周长为最小。

118．$ABCD$ 是正方形，它的边长是 1，在正方形内的 $\odot O$ 与 $\odot O_1$ 互相外切，并且 $\odot O$ 与 AB、AD 相切，$\odot O_1$ 与 CB、CD 相切．(1) 求两圆半径之和；(2) 两圆半径为何值时，两圆面积

之和最小。

119．求作两线段 x，y 使它们适合方程

$$\begin{cases}x^2+y^2=a^2,\\ xy=b^2.\end{cases}$$

120．已知圆内接四边形 $ABCD$ 的四边 $AB=a$，$BC=b$，$CD=c$，$DA=d$，求 AC、BD。

121．已知四个不共面的点，在空间能作多少个平面，使各点到该平面的距离相等。

122．已知在空间六边形 $ABCDEF$ 中，$AB \perp\!\!\!\!= ED$，$BC \perp\!\!\!\!= FE$，$CD \perp\!\!\!\!= AF$。又 A_1、B_1、C_1、D_1、E_1、F_1 点依次是边 AB、BC、CD、DE、EF 和 FA 的中点。求证：A_1、B_1、C_1、D_1、E_1、F_1 六点在同一平面上。

123．试证明一条线段的两端和异面的另一条线段的一端等距离，和另一端也等距离，那么这两条线段必然互相垂直。

124．已知圆锥的高等于 10 厘米，SAB 是经过圆锥的顶点的截面，该截面与底面成 45° 的二面角，它把底面圆周截去四分之一，求它的面积。

125．若正方体二对角线的交角为 θ，求 $\sin\theta$ 的值。

126．从平面 M 外一点 P 向这平面引二斜线 PA，PB，它们的长的比是 2∶3，它们与平面所成角的比是 2∶1，求此两斜线与平面所成角的度数。

127．一直角三角形的斜边 AB 在平面 P 内，二直角边与平面 P 的夹角为 α，β。求平面 ABC 与平面 P 所夹的二面角。

128．正六棱锥的高为 h，侧面等腰三角形的顶角为 α，求棱锥的体积。

129 两个圆锥有一个公共高，且两锥的顶点为这高的两端点，第一圆锥的母线长为 l，其轴截面顶角为 2α，第二个圆锥

的轴截面顶角为 2β，求两锥共有部分的体积。

130．有一圆形铁片，现剪出一个中心角为 α 的扇形，制成一个圆锥，问 α 应取多大时，才能使所得的圆锥的体积最大。

131．菱形的边等于 a，锐角为 2α，这菱形围绕着过其已知角的顶点并平行于它的小对角线的轴而旋转，求所得旋转体的表面积。

132．在 $60°$ 的二面角 $M\text{-}EF\text{-}N$ 的两个面内，分别有 A, B 两点，A 在另一个面 N 内的射影 A_1 与棱 EF 的距离为 a，B 在另一个面 M 内的射影 B_1 与棱 EF 的距离为 c，而 A、B 两点在棱上的射影相距为 $2b$，且 a、b、c 成等比数列，求 AB 的长。

133．在三面角 $S\text{-}ABC$ 中，二面角 SB = 二面角 $SC = 60°$，二面角 $SA = 90°$，试求 SA 与面 BSC 所成的角度。

134．一直三棱柱的底是一直角三角形，它有一个锐角等于 α，所对的直角边长等于 a，通过这个直角三角形的直角顶引一平面与斜边平行，而与通过斜边的侧面的交角等于 $90°-\alpha$，试求这个截面与下底间棱柱部分的体积。

135．已知四面体 $ABCD$，设 E、F 分别是 AB 及 AC 边上的一点，使 $\triangle AEF$ 的面积 $> \frac{1}{2}\triangle ABC$ 的面积，在 AD 上求一点 G，使四面体 $AEFG$ 的体积等于四面体 $ABCD$ 体积的一半。

（三）三　　角

136．试证明能适合方程 $\sin x + \sin^2 x = 1$ 的 x 值，必能适合方程 $\cos^2 x + \cos^4 x = 1$。

137．已知　$x = \sin\theta + \cos\theta$，$y = tg\,\theta + ctg\,\theta$，

求证　$x^2 y - y = 2$。