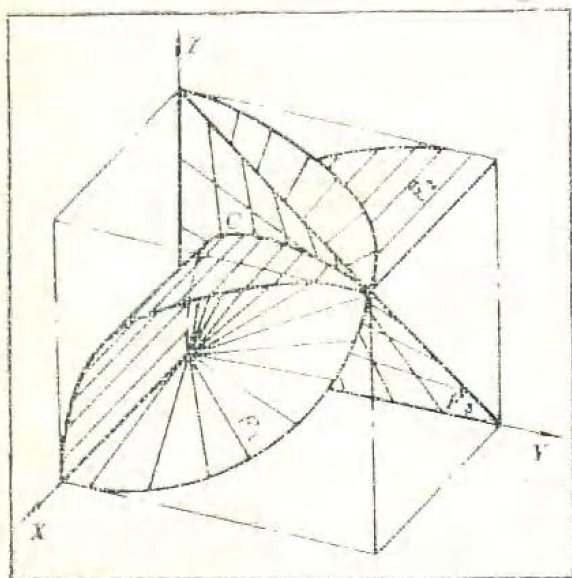


高等画法几何学



國防工業出版社

高等画法几何学

叶玉驹 简召全 等编著

2011/30/15



国际工业出版社

内 容 提 要

本书涉及到工程图学理论与应用的一些主要领域,是一本在工科高等院校工程图学的基础上进一步提高性的著作。

全书共分六篇。第一篇几何变换,阐述了各种线性的和非线性的变换理论,为图解画法几何的度量问题和位置问题提供了各种简化的方法。第二篇曲线曲面,为曲线曲面的几何性质分析、曲线曲面拟合以及用画法几何方法分析微分几何问题、为工程领域中曲面设计提供了理论基础和图解作图方法。第三篇多维画法几何,概述了多维几何的基本概念,阐述了四维以至多维画法几何的图示图解理论和方法,并介绍了它在图解多组分和多变量问题(如线图、相图、曲面设计、线性规划)中的实际应用。第四篇轴测投影,提供了系统的轴测投影理论,为解度量和位置问题提供了作图方法,并讨论了多维轴测投影的理论和四维轴测图的画法。第五篇空间角度的计算与度量,介绍了空间角度计算、度量的各种方法(着重在极射赤平投影图及球面三角的方法),介绍了机械产品和工艺设备(如刀具、夹具)的设计与制造中常遇到的、由歪斜轴线或平面构成的空间角度的图解、计算、度量的理论和方法。第六篇 n 维逻辑空间图像,把图学的研究与应用范畴从连续对象扩展到离散对象,可用于图解有关布尔代数、数理逻辑等方面的问题以及逻辑线路的设计。

本书在图示图解方面加深了理论、扩大了方法,并均附有应用实例。可适用于高等院校及中等专业学校的教师、研究生、高年级学生以及工程技术人员作为参考书或教材。

高等画法几何学

叶玉驹 简召全 等编著

责任编辑 张仁杰

国防工业出版社出版、发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(政编码100044)

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张47⁵/₈ 插页2 1116千字

1990年6月第一版 1990年6月第一次印刷 印数: 0,001—1,600册

ISBN 7-118-00371-9/024 定价: 26.90元

科技新书目 218-045

前 言

“高等画法几何”一词，近年来在我国工程图学界已开始流传，但对其含义和范畴的理解不尽相同。本书定名为《高等画法几何学》是考虑到本书较普通《画法几何学》有本质上的发展。这主要表现在如下几方面：

1) 从把空间形体看成为刚体，由它的运动（或不动）辅以投射达到变换图形的目的，发展到把空间形体看成为弹性体，以更为抽象的映射概念进行几何变换，从而达到变换图形的目的。

2) 在曲线、曲面上，由二次代数曲线、曲面发展到三次或更高次；由用图解法解一般几何问题，发展到解微分几何问题；并为曲面设计打下基础。

3) 在空间的维数上，由三维发展到四维或更高维。这就为用画法几何方法，图解科技中的多组分、多变量问题打下了基础。

4) 在轴测投影上，由着重画法发展到讨论轴测理论，由图示发展到图解；由平行轴测投影发展到中心轴测投影；由三维轴测投影发展到四维轴测投影。

5) 在空间角度的图解与计算上，由利用正投射与解析几何相结合的方法，发展到利用极射赤平投影与球面三角相结合的方法。

6) 把图学研究 and 应用的范畴，由连续的对象发展到离散对象。

全书共分六篇，各篇在内容上有一定的联系，但每一篇都自成系统，有相对的独立性。读者可根据需要，学习全部内容或部分篇章。

本书的内容涉及到数学，尤其是几何学（如解析几何、射影几何、微分几何，多维几何等等）的各个领域。读者在阅读本书时，为了加深理解，必要时可参阅这些方面的教材或参考书。读者如果有这些方面的基础，就为阅读本书创造了更为有利的条件。

本书是在为培养研究生和高等院校教师进修使用的讲义的基础上整理而成的，在编著过程中曾参阅过国内外有关著作和文献，以及作者近年来的研究成果。

本书的各位作者作了如下的分工。第一篇：叶玉驹；第二篇：周克绳；第三篇：简召全；第四篇：齐信民；第五篇：陈英梁；第六篇：张云鹤。并由叶玉驹、简召全主编。

限于水平，书中可能有不少缺点、错误，恳请批评指正。

目 录

第一篇 投射方法和几何变换

第一章 直线辅助投射法	2
§ 1-1 斜角辅助投射法	2
§ 1-2 直角辅助投射法	10
§ 1-3 中心辅助投射法	15
§ 1-4 双重辅助投射法	20
第二章 曲线辅助投射法	30
§ 2-1 平面曲线投射法	30
§ 2-2 空间曲线投射法——螺旋线投射法	47
第三章 仿射变换	55
§ 3-1 两平面场的透视仿射变换	55
§ 3-2 透仿对应的特殊情况	59
§ 3-3 透仿对应与正投影图	61
§ 3-4 透仿对应的合同方向和主方向	65
§ 3-5 圆的透仿对应图形	68
§ 3-6 仿射对应	71
§ 3-7 空间场的仿射对应	75
第四章 透视变换	85
§ 4-1 射影空间的构成	85
§ 4-2 两平面场的透视对应	87
§ 4-3 平面场的透射	91
§ 4-4 圆的透视(透射)对应曲线	99
§ 4-5 空间场的透射	106
§ 4-6 应用举例	110
第五章 平方变换法	115
§ 5-1 第一种平方变换法——倾斜分界线(面)的平方变换法	115
§ 5-2 第二种平方变换法——平行分界线(面)的平方变换法	135
第六章 拓扑变换法	142
§ 6-1 拓扑变换概述	142
§ 6-2 画法几何中的拓扑变换方法	147
参考文献	154

第二篇 曲线 曲面

第七章 平面曲线	153
§ 7-1 平面代数曲线概述	156

§ 7-2	平面三次曲线	170
§ 7-3	曲率	177
§ 7-4	曲线族	185
第八章	空间曲线	194
§ 8-1	空间代数曲线概述	194
§ 8-2	空间三次曲线	198
§ 8-3	空间曲线的动标三面形; 曲率; 挠率	207
§ 8-4	空间曲线曲率的投影关系	215
§ 8-5	空间曲线在动标三面形上的投影	222
§ 8-6	空间曲线的密切平面、法平面、化直平面族	225
第九章	曲面	232
§ 9-1	代数曲面	232
§ 9-2	曲面上的点	239
§ 9-3	曲面上的线	257
§ 9-4	曲面的几何生成	268
§ 9-5	扭面	280
§ 9-6	螺旋面	284
§ 9-7	曲面设计	289
参考文献		295

第三篇 多维画法几何

第十章	多维几何引论	296
§ 10-1	概述	296
§ 10-2	空间的维数及自由度	298
§ 10-3	关联	300
§ 10-4	平行	303
§ 10-5	垂直	307
§ 10-6	在四维空间内的平行、垂直	310
§ 10-7	距离	313
§ 10-8	角度	315
§ 10-9	投射	318
第十一章	点的投影	320
§ 11-1	四维空间的直角坐标体系	320
§ 11-2	点的投影	320
§ 11-3	特殊位置点的投影	323
第十二章	直线的投影	325
§ 12-1	一般位置直线的投影	325
§ 12-2	线段的实长和倾角	325
§ 12-3	属于直线的特殊点	328
§ 12-4	特殊位置直线的投影	329
§ 12-5	两直线的相对位置	331
§ 12-6	直角的投影	332

第十三章 平面的投影	335
§ 13-1 一般位置平面	335
§ 13-2 平面的迹线和迹点	336
§ 13-3 特殊位置平面	338
第十四章 超平面的投影	343
§ 14-1 一般位置超平面的投影	343
§ 14-2 超平面的迹线和迹面	343
§ 14-3 特殊位置超平面	345
§ 14-4 属于超平面的点、直线、平面	347
第十五章 定位问题	350
§ 15-1 相交	350
§ 15-2 平行	356
§ 15-3 垂直	359
§ 15-4 综合问题	362
第十六章 度量问题	366
§ 16-1 距离	366
§ 16-2 角度	372
第十七章 投影变换	380
§ 17-1 投影超平面的变换	380
§ 17-2 几何元素的旋转	395
第十八章 非线性形象的图示	405
§ 18-1 曲线	405
§ 18-2 二维曲面	408
§ 18-3 超曲面	411
第十九章 四维画法几何的应用与多于四维的画法几何	419
§ 19-1 四维画法几何的应用	419
§ 19-2 多于四维的画法几何	424
§ 19-3 五维画法几何的定位问题和度量问题的解法	430
参考文献	434

第四篇 轴测投影

第二十章 轴测投影的基本理论	435
§ 20-1 轴测投影的基本命题	435
§ 20-2 平行轴测投影的基本定理	437
§ 20-3 平行轴测投影的参数	444
§ 20-4 轴测坐标系与投射方向	454
第二十一章 轴测投影的度量和定位问题	465
§ 21-1 变换投影面法	465
§ 21-2 坐标面旋转重合法	469
§ 21-3 尺度圆球及其在正轴测投影中的应用	479
§ 21-4 尺度椭圆的应用	485

§ 21-5 透视仿射对应的应用	487
第二十二章 轴测投影的作图方法	494
§ 22-1 完整图像	494
§ 22-2 几何元素的相对位置	495
§ 22-3 圆的轴测投影	498
§ 22-4 曲线和曲面的轴测投影	509
§ 22-5 曲面立体的截交线和相贯线	517
§ 22-6 视图交汇法绘制轴测图	522
第二十三章 中心轴测投影和多维轴测投影	529
§ 23-1 中心轴测投影的定理	529
§ 23-2 一种正等测中心轴测投影的作图方法	538
§ 23-3 多维轴测投影的基本定理及仿射坐标	541
§ 23-4 在直角多维轴测投影中各参数之间的关系	544
§ 23-5 多维轴测投影的作图方法	547
参考文献	563

第五篇 空间角度的计算和度量

第二十四章 用建立球心三面角的方法计算空间角度	564
§ 24-1 球面三角的基本公式	564
§ 24-2 球面三角形及其解法	565
§ 24-3 用三棱锥法计算空间角度	570
第二十五章 极射赤平投影及赤式网	577
§ 25-1 心射球面投影	577
§ 25-2 极射赤平投影	578
§ 25-3 极式网和赤式网	581
§ 25-4 三个方向的赤式网	585
第二十六章 直线、平面的极赤图	587
§ 26-1 单斜直线的极赤图	587
§ 26-2 单斜平面的极赤图	589
§ 26-3 双斜直线的极赤图	592
§ 26-4 双斜平面的倾斜方向和标准参数	597
§ 26-5 已知两个迹向角作双斜平面的极赤图	599
§ 26-6 垂直关系的极赤图	601
§ 26-7 已知一个迹向角和相应的倾角作双斜平面的极赤图	604
§ 26-8 绘制未标角度的双斜平面的三个极赤图	607
第二十七章 用极赤图计算和度量空间角度	609
§ 27-1 空间角度的五个基本问题	609
§ 27-2 机床夹具设计中的空间角度计算	620
§ 27-3 用吴氏网度量空间角度	629
第二十八章 极赤图上的旋转法及其应用	637
§ 28-1 双斜直线绕坐标轴旋转	637
§ 28-2 双斜平面绕坐标轴旋转	638

§ 28-3 双斜平面绕其面上的直线旋转	641
§ 28-4 直线绕双斜直线旋转	642
§ 28-5 双斜平面绕面外的双斜直线旋转	643
§ 28-6 应用举例	644
第二十九章 双斜直线、双斜平面的空间角度计算公式及其应用	648
§ 29-1 双斜直线的空间角度计算公式及其应用	648
§ 29-2 双斜平面的空间角度计算公式及其应用	658
第三十章 空间角度计算的其它方法	670
§ 30-1 用平面三角计算空间角度	670
§ 30-2 用向量矩阵法计算空间角度	673
参考文献	681

第六篇 n 维逻辑空间图像及其应用

第三十一章 预备知识——集合论、逻辑代数的有关知识	683
§ 31-1 集合论的有关知识	683
§ 31-2 逻辑代数的有关知识	689
第三十二章 逻辑代数的几何模型与逻辑运算几何化	695
§ 32-1 两种逻辑空间几何模型及点集图、蛛网图	695
§ 32-2 蛛网图与点集图的对应关系	703
§ 32-3 用点集图作逻辑运算举例	709
第三十三章 n 维逻辑空间的结构、图像与逻辑函数化简	716
§ 33-1 n 维逻辑空间的结构	716
§ 33-2 n 元逻辑函数的结构	718
§ 33-3 逻辑空间与逻辑函数是对等集合	719
§ 33-4 多维逻辑空间图像	721
§ 33-5 在逻辑空间图像上的逻辑函数化简	729
第三十四章 异或运算、布尔差分的逻辑空间图像性质与应用	738
§ 34-1 异或运算的逻辑空间图像性质	738
§ 34-2 布尔差分的逻辑空间图像性质	742
§ 34-3 应用举例	750
参考文献	753

第一篇 投射方法和几何变换

在一个投射系统中有三个基本要素：空间形体、投射线和投影面。

在相互垂直的两（或三）投影面体系中，将确定位置的空间形体向基本投影面进行正投射，就得到基本投影图。

这样得到的基本投影图，对于解决画法几何中的度量问题和定位问题往往是不方便的。为了使解题简化，就需要作出便于解题的辅助投影图。为此，可从投射三要素的变换中寻找解决问题的途径。

1. 空间形体的变换

有两类变换。一类是空间形体作刚体运动，从而得到空间形体相对于投影面有利的位置。如传统变换法中的旋转法、平移法、重合法等。

另一类是使空间形体得到有规律的弹性变形（变换），从而可得到便于解题的投影图。

2. 投影面的变换

通常都是采用平面作为投影面。当在基本投影面上不能直接得到便于解题的投影图时，可以选定新的辅助投影面。新投影面可以与基本投影面垂直（例如传统变换法中的换面法），也可以是一般位置的。

此外，还可选用曲面作为投影面。

3. 投射线的变换

通常采用的投射线为直线。

在采用平行投射法时，为了得到新投影，可以变换投射方向。新的投射方向可以垂直于新选定的投影面（直角辅助投射），也可倾斜于选定的投影面（斜角辅助投射）。

还可以变换投射方法。采用中心投射法，用以得到便于解决问题的新投影。

此外，还可变换投射线的性质，即采用曲线作为投射线（曲线投射法）。

上述对三个投射要素的变换可以单独进行，也可结合进行。

所谓几何变换，主要是指空间形体连同它所在的空间的变换。

在本篇中除阐述四种常用的几何变换法之外，还介绍了两种辅助投射法。至于传统的变换法（指旋转法、换面法等）已在普通画法几何学中有过详细的讨论，这里就不再重复。

第一章 直线辅助投射法

在解决画法几何问题时,为了得到便于解题的投影形式,经常需要画出辅助投影图。当以直线作为投射线,向选定的任意位置平面(其中包括基本投影面)进行投射,从而得到有利于解题的辅助投影图,这种方法就称为直线辅助投射法。

根据采用的所有投射直线在空间都交于一个固有点,或交于非固有点,这种辅助投射法分为中心辅助投射法和平行辅助投射法。

在平行辅助投射法中,又包括斜角辅助投射法和直角辅助投射法。

本章将分别讨论这几种辅助投射法的原理、作图规律及其应用。

§ 1-1 斜角辅助投射法

一、基本概念

设已知投射方向 S 和辅助投影面 P 。要求空间任意点 A 沿方向 S 在 P 面上的辅助投影,只要过点 A 作平行于 S 的投射线 S_A , S_A 与 P 面的交点 A_1 即为点 A 在 P 面上的斜角辅助投影。因此可以按照求线面交点的方法求出空间任意点的斜角辅助投影。

如图1-1所示,已知投射方向 S , 辅助投影面 P 由相交两直线 L_1 和 L_2 (交点为 P_0) 确定。可按下述步骤求出任一点 A 在 P 面上的斜角辅助投影:

- 1) 过点 A 作投射线 $S_A // S$;
- 2) 包含 S_A 作铅垂辅助面 R ;
- 3) 求平面 R 与 P 的辅助交线 $1K$ 。在图中 P_F 为平面 P 在 I 、 IV 分角平分面 F 上的迹线 ($P \cap F = P_F$), 所以辅助交线 $1K$ 的两投影的交点 ($k \equiv k'$) 一定在 P_F 上;
- 4) 先求出 $s'_a \cap l'_1 k' = a'_1$, 再利用投影关系求出 a_1 ($a_1 \in 1k$)。 a'_1 , a_1 即为点 A 在 P 面上斜角辅助投影 A_1 的两个投影。

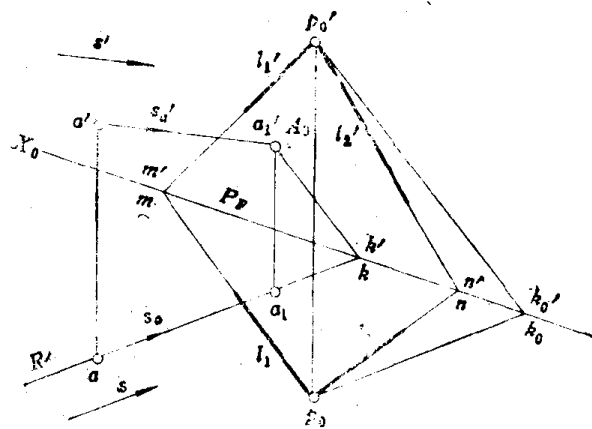


图 1-1

在解决具体问题时,由于只要知道 A_1 的 V 投影 a'_1 即可,所以一般情况下不再求出 a_1 。同时,我们就把 A_1 的 V 投影 a'_1 称为点 A 的斜角辅助投影,并标记为 A_0 。

在上述作图过程中应注意到两点:

- 1) 辅助交线 $1K$ 的两投影一定交于 P_F 上 ($K \in P_F$, $k' \equiv k$);
- 2) 因为辅助交线的 H 投影, $1k \equiv s_a$, 所以为了求出点 A 的辅助投影 A_0 , 剩下的主要是求出该交线的 V 投影 $1'k'$ 。又因 $k' \equiv k \in P_F$, 所以只要知道 $1'k'$ 的方向, 就很容易画出 $1'k'$ 。求 $1'k'$ 的方向是不难的。在图1-1中自 p_0 作 $p_0 k_0 // s$ (也 $// 1k$), $p_0 k_0 \cap P_F = k_0 \equiv k'_0$, 连 $p'_0 k'_0$ 即为 $1'k'$ 的方向 ($1'k' // p'_0 k'_0$)。

有了 $p'_0 k'_0$ 以后, 实际上不求出公共点 1 也可作出辅助交线的 V 投影。

因为点 A 的辅助投影 A_0 一定在 $l'k'$ 上, 所以我们将 $l'k'$ 称为载影线。而 $p_0'k_0'$ 则为载影线的方向。

因为投射线的 H 投影 s 与载影线的交点 $k(k')$ 一定在 P_F 上, P_F 实际上起着投影轴的作用, 所以将它称为辅助投影轴, 并标记为 X_0 。

图1-2所示为任一点 A 沿方向 S , 向一般位置的辅助投影面 (由点 P_0 和 II、IV 分角平分面的迹线 P_F 确定) 投射, 求其辅助投影 A_0 的基本图解图。

由图1-2可见, 求 A_0 的过程包括四个环节, 其中环节①③分别为投射线的 H 、 V 投影; 环节②为载影线; 环节④为辅助投影轴 X_0 ($\equiv P_F$)。

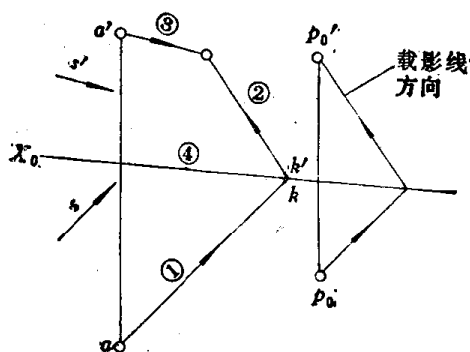


图 1-2

图1-2的右侧为载影线方向的图解图。

应当注意到, 空间任意点沿同一投射方向, 向同一辅助投影面进行辅助投射时, 所有的点都有共同的辅助投影轴 X_0 (环节④), 而相应于各点的环节①②③都应是相互平行的。

二、直线的斜角辅助投射

求出直线上任意两点的斜角辅助投影, 即可得到直线的斜角辅助投影。如图1-3所示, 已知投射方向 S , 辅助投影面 P (由点 P_0 和 P_F 确定), 求已知直线 AB 的辅助投影的过程已清楚地表示在图上。

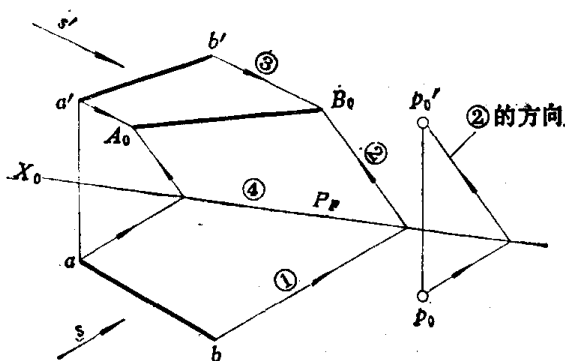


图 1-3

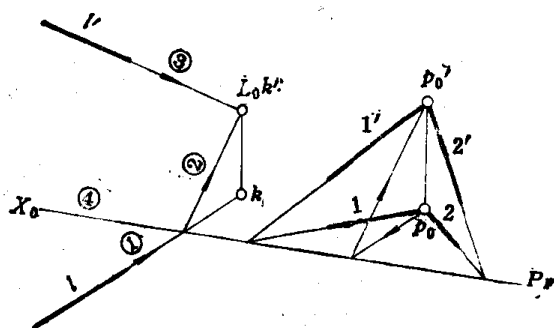


图 1-4

当解决具体问题时, 往往要求使直线在某平面上投射为点, 此时只要选择该直线的方向作为投射方向即可。

例 求直线 L 与平面 P (由相交二直线 1 和 2 确定) 的交点 K (图1-4)。

解: 该问题可转化为直线 L 沿它本身的方向, 向已知平面 P 进行辅助投射, 求直线 L 在 P 面上的辅助投影 L_0 的问题。实际上, 因 L_0 有聚积性, 所以它也就是所求交点 K 的 V 投影 k' 。

在图1-4上, 首先求出 P_F , 也就是辅助投影轴 X_0 (环节④), 并求出载影线②的方向。然后按照求辅助投影过程的四个环节, 求出直线 L 的辅助投影 L_0 。而 $k' \equiv L_0$, 由 k' 即可求出 k 。

三、平面的斜角辅助投射

将确定平面的几何元素（点或直线）进行斜角辅助投射，就可得到平面的辅助投影。

如果要使已知平面对已选定的辅助投影面成为投射面，只要选择已知平面上任意一条直线的方向作为投射方向即可。

如图1-5所示，已选定的辅助投影面为 P （由点 P_0 和 P_F 确定），为使 $\triangle ABC$ 平面成为对 P 的投射面，在图中选择了与 AB 边平行的方向 S 作为投射方向。在此条件下， $\triangle ABC$ 平面在 P 面的投影为直线 $A_0B_0C_0$ ，有积聚性。其作图过程已如图示。

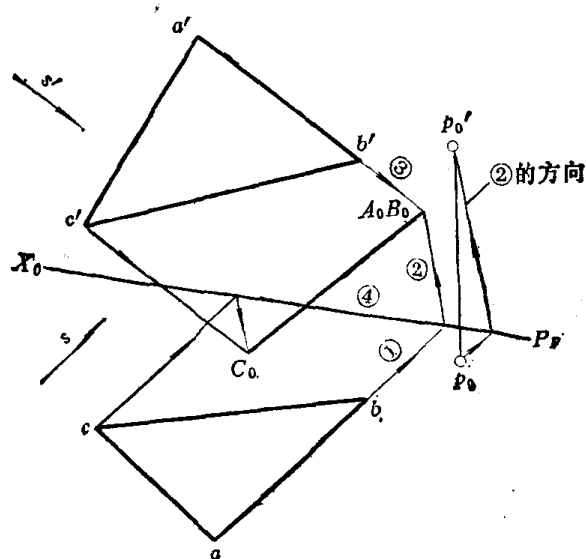


图 1-5

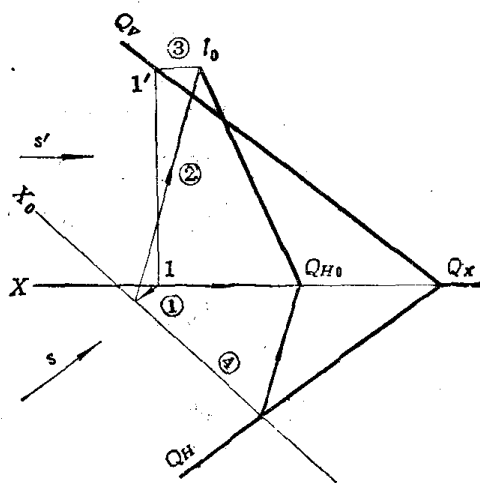


图 1-6

在解决实际问题时，往往会遇到要求将已知平面变换为投射面，但并未指定辅助投影面的问题。此时，如无其它要求，只要以已知平面上的任一条直线的方向为投射方向 S ，则已知平面在任意平面（不平行于已知平面）上都将投射成为直线，亦即变换成为投射面。因此，此时辅助投影面可以任意选择。

如图1-6所示，要求把平面 Q 变换为投射面。在图上取 Q 面上的水平线方向作为投射方向 S 。由于辅助投影面可以任意选定，所以可以根据作图方便，图面清晰，在图的适当位置任选一辅助投影轴 X_0 ；同样载影线②的方向也可以任选。在图1-6中，根据选定的轴 X_0 和②的方向，求出了 Q 面的迹线 Q_H 的辅助投影 Q_{H0} （积聚为点）和 Q 面上任一点 $1(1', 1)$ 的辅助投影 1_0 。因而也就求出了 Q 面的辅助投影 Q_0 （积聚为直线）。

例 已知相交两直线 AB 、 AC 确定一平面 α ，平行两直线 M 、 N 确定一平面 β 。求平面 α 和平面 β 的交线（图1-7）。

解：将已知平面 α 和平面 β 中的任何一个变换为投射面，就可使解题简化。解题步骤如下：

- 1) 为使 β 面变换为投射面，取投射方向 $S //$ 直线 M ；
- 2) 在图纸的适当位置，以适当的方向画出辅助投影轴 x_0 （环节④），并选定环节②的方向。这样也就确定了辅助投影面；
- 3) 作出平面 β 的辅助投影。此时 β 面被投射成为直线 M_0N_0 ，有积聚性；

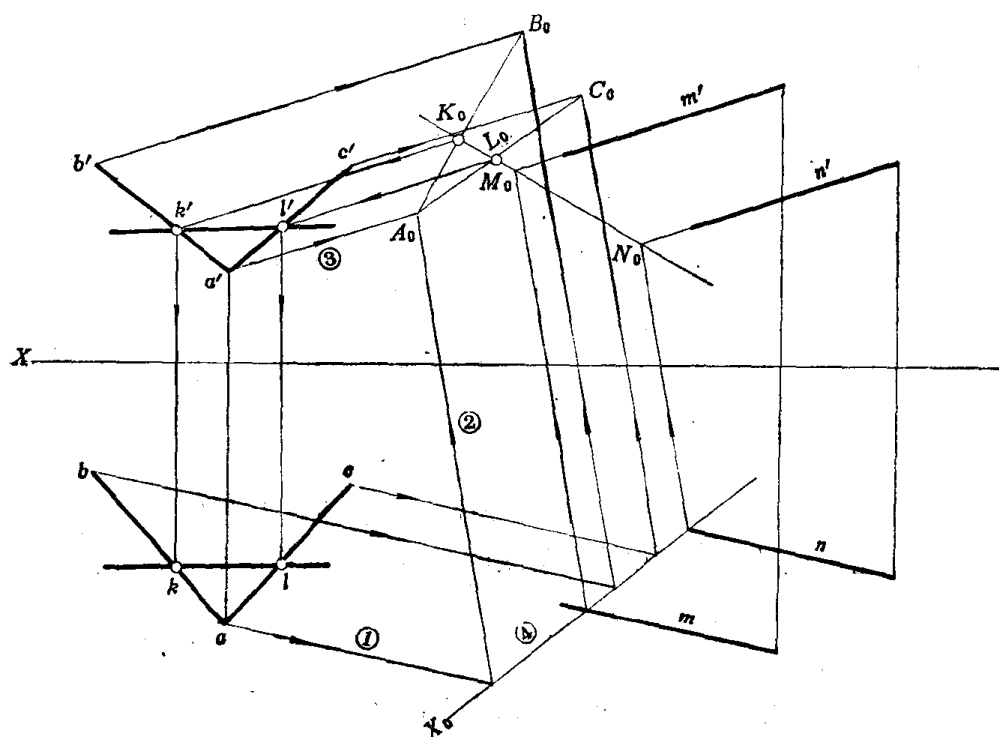


图 1-7

- 4) 作出平面 α 的辅助投影 $B_0A_0C_0$;
- 5) $A_0B_0 \cap M_0N_0 = K_0$; $A_0C_0 \cap M_0N_0 = L_0$ 。 K_0L_0 即为两平面 α 和 β 交线的辅助投影;
- 6) 进行反向投射, 即可根据 K_0L_0 求出所求交线的 V 投影 $k'l'$ 。再利用投影关系求出它的 H 投影 kl 。

四、向特殊位置平面进行斜角辅助投射

前面谈到的斜角辅助投射, 所选投影面都是一般位置的平面。在解题时, 如果对投影面的位置没有特殊要求时, 选择特殊位置平面作为辅助投影面往往可以使辅助投影的作图更为简化。我们经常采用的辅助投影面包括: 铅垂面、基本投影面和 I、IV 分角的平分面 F 。

1. 向铅垂面进行斜角辅助投射

设铅垂面 P 为辅助投影面, S 为投射方向 (如图1-8)。欲将任一点 A 向 P 面进行辅助投射。

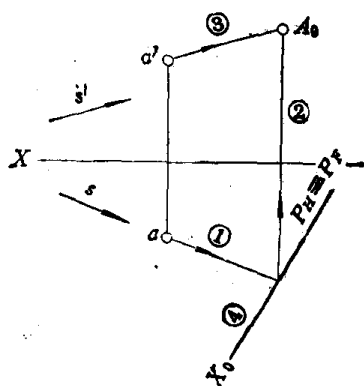


图 1-8

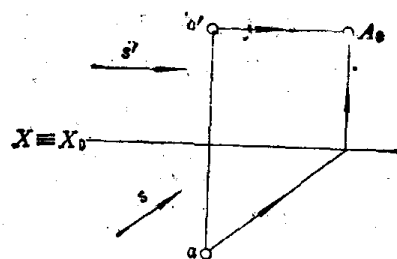


图 1-9

在此条件下, 由于 P_H 有积聚性, 所以 P 面在 I、IV 分角平分面 F 上的迹线 $P_F \equiv P_H$, 亦即辅助投影轴 X_0 与 P_H 重合。

此外, 由于 P 面是铅垂面, 因此包含过点 A 的投射线的所作辅助铅垂面 R (图 1-8 中未作图, 可参阅图 1-1) 与 P 面的交线一定是铅垂线。亦即, 在此条件下, 作图环节②的方向一定是铅垂方向。

求点 A 在 P 面上的辅助投影 A_0 的作图过程在图 1-8 上已表示清楚, 不再详述。

2. 向基本投影面进行斜角辅助投射

基本投影面 V 实际上可看作为一个特殊的铅垂面, 因此向 V 面进行斜角辅助投射, 其作图与上述基本上是相同的, 所不同的是, 向 V 面投射时, 其辅助投影轴 $X_0 \equiv X$ (如图 1-9)。

由图 1-9 的作图可见, 求任一点 A 沿已知投射方向 S , 在 V 面上的辅助投影 A_0 的作图过程, 实际上与求过点 A 所作的投射线的 V 面迹点的作图过程是完全一样的。因此, 在已知投射方向 S 的条件下, 求任意点在 V 面上的辅助投影, 实际上也就是求出相应投射射线在 V 面上的迹点。

同理, 我们也可以利用 H 面作为辅助投影面, 求出任意点在已知投射方向 S 下, 在 H 面上的辅助投影。与前面不同的是, 此时是以该点在投射方向 S 下, 在 H 面所得投影的 H 投影作为该点的辅助投影 (见图 1-10), 其作图各环节也作相应的改变。由图 1-10 可见, 求任意点 A 的辅助投影 A_0 的作图过程, 与求过该点所作投射线的 H 面迹点的过程是一样的。

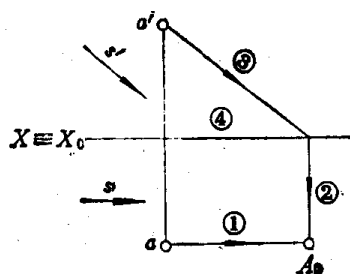


图 1-10

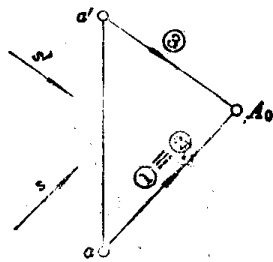


图 1-11

3. 向 I、IV 分角平分面 F 进行斜角辅助投射

设投射方向为 S 。当点 A 向 F 面进行辅助投射时, 过点 A 的投射射线与 F 面的交点即为点 A 在 F 面的辅助投影 A_0 。因此过点 A 作投射射线, 该投射射线两投影的交点 A_0 即为所求辅助投影 (如图 1-11)。

此时, 因辅助投影面就是 F 面, 所以环节②与环节①重合。

五、应用举例

例 1 求三棱柱 1 2 3 和三棱锥 S 4 5 6 的相贯线 (图 1-12)。

解: 将三棱柱变换成为投射位置, 就很容易在变换后的辅助投影上确定相贯线的投影, 然后反向投射, 就可在原投影上确定所求相贯线的投影。

为此, 取三棱柱棱线的方向作为投射方向, 而辅助投影面则可任意选择。考虑到图面清晰 (投影不重叠) 和布置紧凑, 在图 1-12 中采用了一般位置的辅助投影面。辅助投影面 X_0 和载影线方向如图所示。

在选定投射方向和投影面以后, 首先求出已知三棱柱和三棱锥的辅助投影 1₀ 2₀ 3₀ 和

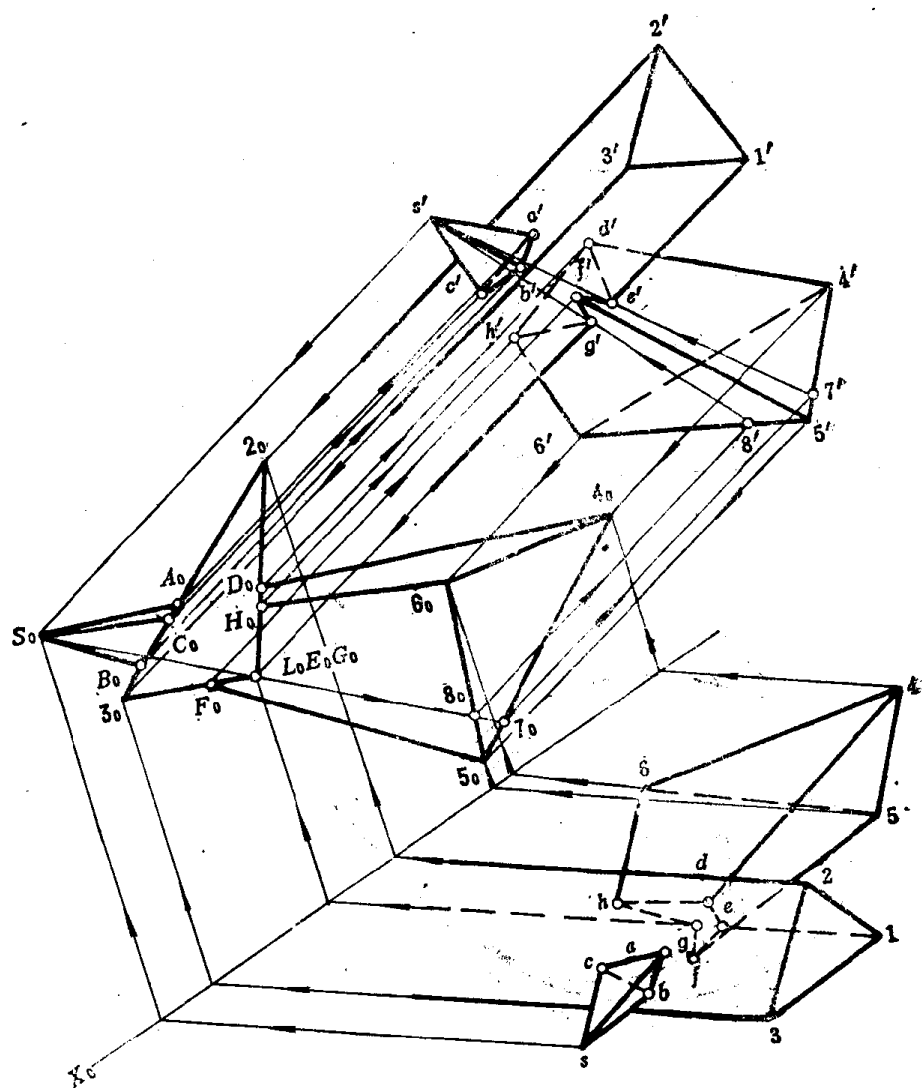


图 1-12

$S_0, 4_0, 5_0, 6_0$ 。在辅助投影中，由于三棱柱各棱面的投影有积聚性，所以很容易确定三棱锥各棱与三棱柱的贯穿点 $A_0, D_0, B_0, F_0, C_0, H_0$ 。同样，利用三棱柱棱线 1 的辅助投影 1_0 的积聚性，求出该棱与三棱锥棱面 $S_0A_0B_0$ 和 $S_0A_0C_0$ 的贯穿点的辅助投影 E_0 和 G_0 。

再利用反向投射就可确定各贯穿点在原投影中的位置。其中贯穿点 E, G 在投射线上 1 上，所以需要先在三棱锥的相应棱面上作出辅助线 S_0E 和 S_0G ，然后才能求出 e', g' 。

例 2 求平面 P 与椭圆锥的截交线 (图 1-13)。

解：将截平面变换为投射面，使 P 面的辅助投影有积聚性，这样就很容易求出锥面的素线与 P 面交点的辅助投影。然后把求得的一系列这样的交点返回到原投影图上，就可完成截交线的作图。

为了便于作图，解本题时采用 P 面上水平线的方向为投射方向，选用 V 面为辅助投影面。此时平面 P 的辅助投影 $P_0 \equiv P_V$ ，椭圆锥的辅助投影为 $S_0C_0D_0$ (见图 1-13)。

为求出 P 面与锥面的截交线，需作出锥面的一系列素线，求出它们与 P 面的公共点。

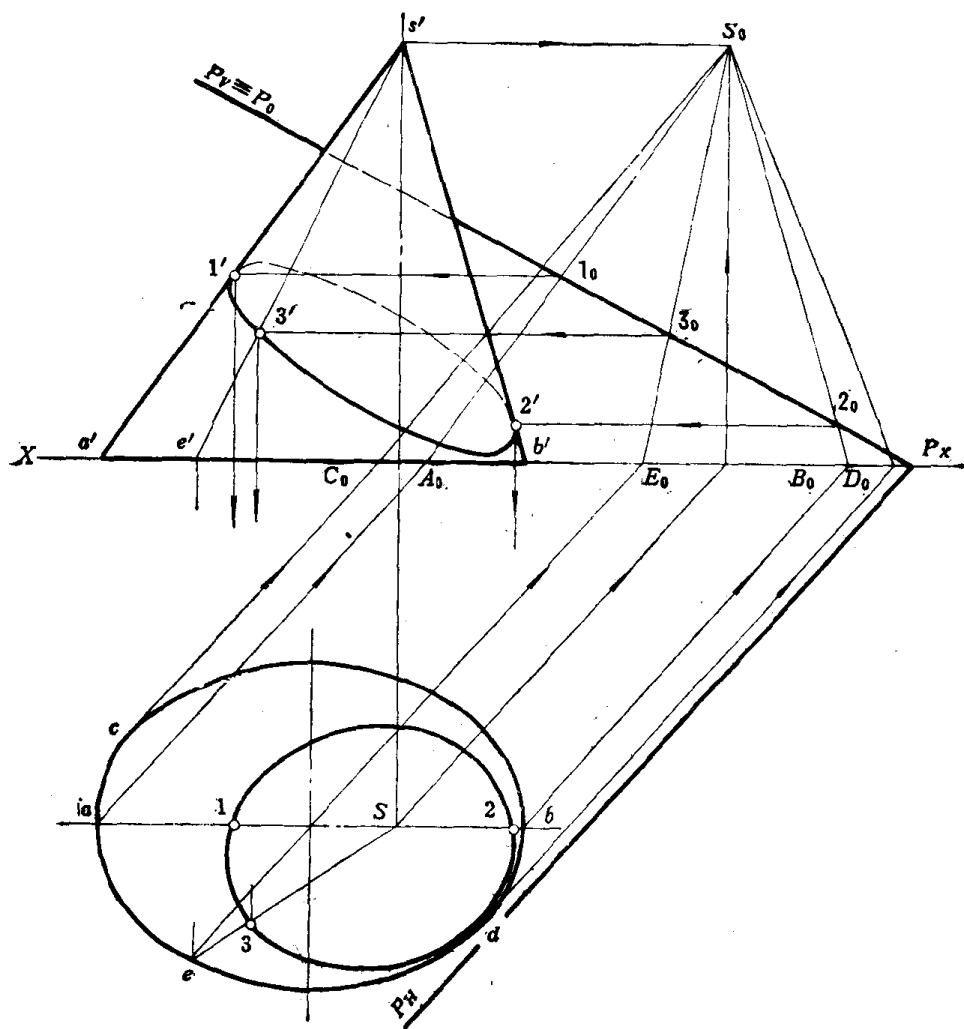


图 1-13

在图 1-13 中, 只表示了 V 投影轮廓素线 SA 、 SB 以及一般的素线 SE 与 P 面的公共点 1、2、3 的作图过程。

例 3 求斜圆柱与圆环面的相贯线 (图 1-14)。

解: 本例只采用辅助面法解题是比较困难的。如图 1-14 中以水平面 P 为辅助面, P 面与环面交于半径为 r 的圆, 但与柱面交于椭圆, 作图不便。我们注意到, 如果采用柱面母线的方向为投射方向, 向 H 面进行辅助投射时, 由于柱面的辅助投影有积聚性, 所以, P 面与柱面截交的椭圆在 H 面的辅助投影与柱面底椭圆的原 H 投影重合。此时 P 面截交环面所得的圆的辅助投影仍为圆, 半径不变 (仍为 r), 但圆心则为原圆心 O 的辅助投影 O_0 。

由图 1-14 可见, 以 O_0 为圆心, 以 r 为半径所作的圆与柱面底椭圆交于 K_0 和 L_0 两点, 该两点即为两个公共点的辅助投影。反向投射就可在原投影上求出 l 、 k 和 l' 、 k' 。继续上述过程, 求出一系列公共点, 就可完成相贯线的作图。

例 4 已知一斜圆柱面 β 由三条素线 1、2、3 确定, 其中 1、3 为对 V 面的轮廓素线。试过点 A 作该圆柱面的切平面 (图 1-15)。