

路面力学计算

朱照宏 王秉纲 郭大智 编著

人民交通出版社

前 言

《路面力学计算》是拟订和研究柔性路面和刚性路面设计方法的理论基础。为适应培养研究生和开展路面设计研究的需要,本人于1963年开始,编写了《路面力学计算(一)(二)》,随后于70年代编写了《刚性路面任意点的应力计算》和《双层地基上的板》等技术资料。1974年郭大智编写了《层状弹性半空间体力学计算》。在这些材料的基础上,为了有关高等院校培养道路工程专业研究生以及进一步开展路面设计研究,共同商定于1978年开始陆续编印了西安公路学院王秉纲编写的《刚性路面力学计算理论》、哈尔滨建筑工程学院郭大智编写的《路面力学中的工程数学》和《层状体系力学计算》,以及本人编写的《路面体系的力学模型、路面设计的极限标准与强度理论》和《多层弹性体系应力分析计算程序编制》等讲义,供各高等院校培养道路专业硕士研究生使用了四年。在此基础上进行了修改、补充,辑成此册。本书由王秉纲执笔编写第五、六、八、九、十四章,由郭大智执笔编写第三、四、七、十、十一章,本人编写第一、二、十二、十三章,并负责全书的审校工作。

在本书中,编入了道路专业大学本科生和研究生所学的高等数学和工程数学课程中未经述及的必要的数学知识,然后由简而繁,由特殊到一般,使读者能由浅入深、循序渐近地掌握这部分力学理论知识,并了解在付之实用时如何编制计算机程序进行数值计算,使能在路面设计理论研究和计算中得到实际运用。

本书也可供从事路面工程的设计、研究人员学习参考之用。由于我们水平有限,读者如发现本书有错误和不完善处,请给予批评指正,以便进一步修正补充。

同济大学 朱照宏

1984年6月30日

内 容 提 要

本书是在道路工程专业研究生使用讲义的基础上,经修改、补充而成的一本路面力学基础理论书。本书内容包括:轴对称弹性空间课题的一般解;弹性半空间体的分析;温克勒弹性地基上的板;均质弹性半空间体地基上的板;双层弹性体系的分析;层状弹性地基上的板及弹性地基上的双层板;弹性地基上的厚板;三层弹性体系的分析;经受水平力作用的弹性层状体系;多层弹性体系应力分析的计算机程序;路面设计的极限标准与强度理论;粘弹性层状体系的力学分析以及一些补充的数学知识等。

本书可供道路工程专业高年级学生、研究生以及从事道路工程设计、研究人员参考。

路面力学计算

朱照宏 王秉纲 郭大智编著

人民交通出版社出版
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售
人民交通出版社印刷厂印

开本: 787×1092 1/32 印张: 16.5 字数: 406千

1985年9月 第1版

1985年9月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—5,350 册 定价: 3.90元

目 录

第一章 概论.....	1
第一节 路面体系的力学模型.....	1
第二节 路面力学理论的历史回顾.....	2
第三节 薄板理论在刚性路面中的应用.....	4
第四节 层状弹性半空间体理论的应用.....	5
第五节 力学强度理论在路面设计中的运用.....	8
第六节 路面力学的进一步发展.....	10
第二章 补充的数学知识.....	15
第一节 贝塞尔函数及其特性.....	15
第二节 含有贝塞尔函数的无穷积分.....	25
第三节 傅里叶积分和傅里叶-贝塞尔积分	28
第四节 汉克尔积分变换.....	32
第三章 轴对称弹性空间课题的一般解.....	37
第一节 平衡微分方程和变形连续方程.....	37
第二节 轴对称空间课题的应力函数.....	40
第三节 洛夫法的应力和位移分量一般表达式.....	42
第四节 苏斯威尔法的应力与位移分量表达式.....	46
第四章 弹性半空间体的分析.....	50
第一节 布辛尼斯克课题及其推广.....	50
第二节 任意斜向轴对称荷载下的弹性半空间体.....	55
第三节 圆形轴对称垂直荷载图式的分析.....	57
第四节 圆形均布垂直荷载下的应力与位移.....	59
第五节 半球形垂直荷载下的应力与位移.....	65
第六节 刚性承载板下弹性半空间体的应力与位移分析.....	68
第七节 圆形轴对称垂直荷载下弹性半空间体分析.....	71
第五章 温克勒弹性地基上的板.....	80
第一节 基本假设和弹性曲面方程.....	80
第二节 温克勒地基板轴对称课题的一般解.....	83
第三节 已知荷载作用下无限大板的解.....	84
第四节 积分变换法解温克勒地基板.....	91
第五节 汉克尔变换解的数值计算.....	93
第六节 温克勒地基板的威斯特卡德解.....	97
第七节 威斯特卡德法解算温度翘曲应力.....	103
第六章 均质弹性半空间体地基上的板.....	109

第一节 轴对称垂直荷载作用下的一般解.....109

第二节 已知荷载作用下无限大板的解.....110

第三节 解的数值计算.....112

第四节 多荷载作用下板内应力计算.....119

第五节 板下弹性地基内的应力和位移.....121

第七章 双层弹性体系的分析.....124

第一节 在任意斜向轴对称荷载下的双层连续体系.....124

第二节 在圆形轴对称垂直荷载下的双层连续体系.....128

第三节 在圆形轴对称垂直荷载下的双层滑动体系.....132

第四节 双层体系中应力与位移的数值解.....136

第八章 层状弹性地基上的板及弹性地基上的双层板.....144

第一节 双层弹性地基上薄板的理论解.....144

第二节 解的数值计算.....147

第三节 弹性地基上的双层板.....150

第九章 弹性地基上的厚板.....154

第一节 弹性地基上厚板的赖斯纳解.....154

第二节 弹性地基上厚板的汉盖解.....159

第三节 弹性地基上厚板的精确解及近似公式.....163

第十章 三层弹性体系的分析.....164

第一节 三层连续体系分析.....164

第二节 上中层滑动中下层连续的三层弹性体.....169

第三节 三层滑动体系的分析.....172

第十一章 经受水平力作用的弹性层状体系.....176

第一节 水平集中力作用下应力和位移的计算.....176

第二节 非轴对称空间课题的一般解.....177

第三节 任意非轴对称荷载下的弹性半空间体.....184

第四节 单向水平荷载作用下弹性半空间体的分析.....187

第五节 圆形单向水平荷载作用下的弹性半空间体.....188

第六节 圆形单向水平荷载下双层体系的分析.....195

第十二章 多层弹性体系应力分析的计算机程序.....204

第一节 国内外发展情况概说.....204

第二节 力学计算模式.....205

第三节 应力和位移分量的表达式.....206

第四节 边界条件.....210

第五节 求解系数矩阵.....212

第六节 数值积分.....216

第七节 求算主应力.....222

第八节 程序编制说明.....222

第九节 分析法编制程序.....225

第十三章 路面设计的极限标准与强度理论.....229

第一节	路面体系的破坏现象与极限标准.....	229
第二节	适用于面层底面开裂的强度理论.....	232
第三节	复杂应力状态的莫尔圆表示法与应力组合.....	234
第四节	莫尔强度理论及其在路面设计中的运用.....	239
第五节	路面材料的强度指标.....	241
第十四章	粘弹性层状体系的力学分析.....	245
第一节	粘弹性模型理论.....	245
第二节	粘弹性半空间体的解.....	250
第三节	粘弹性地基板.....	252
第四节	粘弹性双层体系.....	255

第一章 概 论

路面力学计算是路面设计的理论基础,它专门叙述如何运用弹性力学、材料力学和粘弹性力学等知识解算路面多层体系内的应力和位移并验算路面的结构强度。由于快速大型电子计算机的应用,以及弹性力学和数值计算方面的发展,目前已能完善地解算多层弹性体系、层状体系地基上的板以及粘弹性层状体系等力学课题。很多计算成果或计算程序已逐步推广运用到路面设计中去。目前,建立路面设计的理论法或半理论法,已成为国际上公认的共同趋势。本章将就路面力学计算的内容及其应用,它的历史回顾和今后发展作概括的介绍。

第一节 路面体系的力学模型

路面体系在构造上比较复杂,它往往是一个大面积的层状结构,支承在无限深的地基上,再加上材料的非弹性性质,在解算它的内力时会遇到很多力学和数学上的困难。作用在路面上的外荷载是多次重复的动荷载,汽车轮胎的印迹是近乎椭圆形的,在印迹上的压力分布也并不是均匀的。路面材料的性能也极为多样化,除了水泥混凝土比较接近于线性弹性体外,其他材料往往具有弹、粘和塑性,以及各向不均一性,如高温下的沥青混凝土、颗粒状松散材料和土体等。因此,对路面体系想作很完善的力学分析,是极为困难的。

近代发展得比较完善的弹性地基板和层状弹性体系理论,它们都是属于弹性理论的范围,假设物体是连续的、线弹性的、均匀的和各向同性的,变形是微小的等。它们与路面路基体系的真实性状尚有很大的差异。如果采用近代已有所研究的非线性弹性力学、塑性理论、粘弹性理论、流变学等来分析路面结构问题,则在力学和数学上尚有很多未曾克服的难题,或是在应用上过分复杂。为了解决路面设计这样的实际问题,这就需要根据目前可能运用的力学手段,建立尽量能符合实际路面结构体系的力学模型。

为路面体系建立力学模型,是用科学原理来解决实际工程问题的一种方法,但如果试图建立一个包罗万象的力学模型来分析路面体系的内力,势必出现过于复杂甚至无法求得解答的情况。或是回避矛盾,像早期那样完全采用经验方法确定路面结构的尺寸,又将过于概括和具有局限性。很多路面设计理论的研究工作者总是力图采用某些假设,或忽略某些因素,使路面体系的力学模型得到简化,从而获得理论解答,再通过各种实验手段对理论结果加以修正,取得理论与实际的统一,这已经被公认为是可行的方法。随着现代数学和力学的发展,以及快速大型电子计算机的应用,人们可以建立愈来愈完善的力学模型,从而也可得到更接近于实际的理论解答。因此,现代路面设计理论愈来愈从半经验半理论性过渡到更具理论性,但最终仍然免不了要作必要的实验修正。

建立路面体系的力学模型,可以分为三个组成部分:

1. 建立在外荷载作用下路面体系的平衡方程,求解支承反力,或使它成为可解的。运用近代弹性理论的静力、几何与物理三大条件,再加上求解微分方程和积分变换等方法,目前对线弹性的路面体系已能得到较完善的解决。

2.在已知支承反力的条件下,求算路面体系内各特征点或任意点的应力与变形。在早期,当第一个问题未能很好解决时,往往对支承条件作某些简化的假设,然后求算应力和变形的近似解答。目前,运用弹性理论对多层体系的平衡问题能获得更完善的解答时,我们就可以得到更为精确的应力和变形分析,现代快速电子计算机和数值计算方法又能帮助我们完成在应力和变形计算中大量和冗长的计算任务。

3.分析路面材料的基本特性,确定其抗变形能力和抗弯拉、抗剪切等的能力,根据路面体系破坏的力学特征,建立它的强度理论。也就是建立路面体系内各特征点的变形与材料抗变形能力的对比关系,或是应力与抗力之间的对比关系。由于路面体系内各点的三维复杂应力状态,以及材料的弹、粘、塑性和各向不均一性,使得变形与抗变形,应力与抗力对比的验算(或称强度验算)遇到了较大的困难。很多研究工作者正在从理论和实验两个方面着手进行着大量的研究工作。

总之,如果我们能建立愈完善的路面体系的力学模型,我们就能得到更易于广泛运用和更接近于实际的解答。但是路面力学计算的发展也必然随着数学、力学等基本理论的发展而发展,它始终包含着历史的局限性。在实际工作中,理论计算仍然必须与现场验证、使用中的效果分析和实验室试验相联系,并作出必要的修正,才能付之运用。

第二节 路面力学理论的历史回顾

早在十九世纪末,可以适用于路面设计的某些力学理论已经得到发展,其中突出的有赫兹(H.Hertz)^[1]在1884年提出的液体支承板,布辛尼斯克(J.Boussinesq)^[2]在1885年提出的半空间弹性课题,它们在本世纪五十年代的路面设计研究中都获得了广泛的运用。

赫兹是一个物理学家,他解出了液体上弹性板受集中荷重时的弯沉和应力问题。当时他有兴趣的具体问题是一个人站在浮冰上,浮冰究竟会产生多大的弯沉量。在推演数学公式时,采用了忽略板竖向应变的假设,并假设板底面的水平向剪应力等于零,又假设浮冰下各点的竖向支承力是与弯沉成正比的。这个模型就是土力学中大家熟知的弹簧模型,或称温克勒(E.Winkler)地基假设。他采用了板的刚性半径 l 和支承液体的反应系数 k 两个特征参数,列出了板的中央弯沉值和弯沉盆形状的计算式。同时也计算出了板块中的最大应力,并根据冰块破裂时的强度、弹性模量和泊松比,估算出各种厚度浮冰的最大可能负重量。

在二十世纪初期出现水泥混凝土路面后,就遇到了如何估算路面板厚度的问题。最初并没有采用赫兹理论,而是由奥尔德(C.Older)^[3]于1924年根据板角隅最易破坏的观察结果,假设板角完全失去土基支承且把它看作为端点受集中荷重作用宽度变化的悬臂梁,从而建立了计算公式。

1925年,威斯特卡德(H.M.S.Westergaard)以赫兹理论为基础,发表了混凝土路面应力分析的论文^[4,5,6],他计算了土基上混凝土板中的应力和位移。其中假设土基类似于液体那样作用着,把液体反应系数改称为地基反应系数 k ,作为衡量土基强度的指标。威氏方法和计算公式在后来经过几次修改补充,直到现在仍然广泛地运用于很多国家的刚性路面设计的实践中。

1885年,布辛尼斯克对弹性均质半空间体在单个集中荷载作用下的应力与位移计算作出了理论解,它在近代土力学中获得了广泛的运用。1916年日本学者寺泽宽一(K.Terasawa)^[7]对在轴对称荷载下的半空间体,采用贝塞尔函数法求得了应力和位移计算的完整表达式,对

于一些特殊点,还可简化为收敛迅速的无限级数,从而获得半空间体在轴对称荷载下应力和位移计算的某些数值解。1929年洛夫(A.E.H.Love)^[8]采用势能法得出了半空间体在均布圆面积荷载作用下任意点应力计算的近似解,这些计算结果在后来几十年的路面设计研究中曾得到广泛应用。

在单个集中水平力作用下,均质弹性半空间体内应力和位移计算的理论解是在1882~1888年由塞路蒂(Cerruti)提出的^[9]。但它的进一步发展和在路面设计理论中的应用,只是近年来才受到人们的注意。

由于数学和弹性力学的发展,到了本世纪40~50年代,路面力学理论又有了较大的新发展。其中主要有1938年霍格(A.H.A.Hogg)作出的弹性地基上无限大薄板的解^[10],以及1945年伯米斯特(B.M.Burmister)对双层和多层弹性体系应力和位移计算的理论解^[11]。它们对刚性路面和柔性路面设计理论的发展有很大的影响。

苏联舍赫捷尔(О.Я.Шехтер)在1939年也提出了弹性地基上无限大板在圆面积均布荷载下板底中心处最大弯拉应力的计算值^[12]。以此作为基础,伊万诺夫(Н.Н.Иванов)等提出了以弹性模量作为地基强度指标的刚性路面设计的实用方法^[13]。我国在解放后也采用了相同的方法进行刚性路面设计。

伯米斯特于1945年提出的层状弹性体系的一般理论,显然是层状路面体系的一个很好的力学模型。但由于计算式的复杂冗长,当时仅提供了 $\mu = 0.5$ 时双层体系的中心弯沉值^[14,15]。在相当长时期内,它并不能很快地付诸实际应用。英国福克斯(L.Fox)和阿克姆(W.E.A.Acum)于1948~1951年间,采用伯米斯特的方法,对双层体系和三层体系就层间是连续的和滑动的当 $\mu = 0.5$ 时计算出了一系列的各种应力值表^[16,17]。苏联学者科岗(Б.И.Коран)于1952~1958年间,发表了一系列关于双层和三层弹性体系应力和形变计算的文献,列出了一定数量的计算图表^[18,19,20]。法国学者乔弗洛(G.Jeuffroy)等于1957~1959年,在有关文献中列出了三层体系(看成为双层体系上的板)计算应力和位移的诺谟图,其中也采用了 $\mu = 0.5$ ^[21,22]。希夫曼(R.L.Schiffman)于1957~1962年,在有关文献中叙述了三层体系的理论解,并详细讨论了数值解的方法与技巧,也包括了数值分析所需要的详细步骤以及误差分析,以使用现代高速电子计算机获得可靠解答^[23,24]。英国壳牌(Shell)实验研究室,在阿克姆和福克斯采用电子计算机计算三层体系的应力方面获得大量数据之后,于1962年由桑顿(Thornton)研究中心的琼斯(A.Jones)发表了三层体系当 $\mu = 0.5$ 时参数范围较为广泛的计算图表^[25],为发展柔性路面设计方法打下了很好的基础,这些数据和图表后来为现代路面研究工作者所引用。

近年来,由于快速大型电子计算机的应用,以及力学理论和数值计算方面的发展,采用汉克尔(Hankel)变换式和反演法,已能编制出多层弹性体系的计算机程序,求算多层体系内任意点的应力和位移值。目前,采用积分变换法求解 N -层弹性体系应力和变形的计算机程序,在美国有加利福尼亚(California)研究院的ELSYM程序,有切夫隆(Chevron)研究公司的CHEV-5L程序,在荷兰阿姆斯特丹(Amsterdam)有壳牌(Shell)研究工作组组的BISAR程序,在澳大利亚有联邦科学与工业研究院的GCP-1程序等,后两者也适用于计算水平力作用下的应力和变形。

近年来,除了弹性多层体系力学计算的发展外,对粘弹性体系力学的研究,对非轴对称课题的研究,以及采用有限元技术(有限元、有限条或有限环)处理层状体系、板、非线性弹性材料等各方面,都有一定的进展。

我国从1962年起,为开展柔性路面设计方法的研究,开始收集和学习国外近年来在路面

力学计算方面的论文^[26]。1964年,同济大学公路工程研究所在中国科学院计算技术研究所的协助下,对双层和三层弹性体系(层间连续和层间滑动)在圆形均布垂直荷载下的应力和位移进行了较全面的数值计算,提出了数解表及计算图,并于1975年付印发表^[27]。此后,又进行了水平荷载作用下应力和位移的计算^[28],以便通过叠加求出在垂直和水平荷载综合作用下的应力和位移值。近年来,为开展刚性路面设计方法的研究,也采用了有限元方法分析弹性地基上水泥混凝土板中和板边的应力^[29]。

以上仅就路面力学计算的发展概况作了历史的回顾,以下两节再就它在实践中应用的情况作概要的介绍。

第三节 薄板理论在刚性路面中的应用

对地基支承的水泥混凝土路面,宜采用薄板理论。

在弹性力学中,一般将板划分为:(1)薄膜,(2)具有小挠度的薄板,(3)具有大挠度的薄板,(4)厚板。板的厚度和刚度在很大程度上影响到板的弯曲性质,因而对不同厚度的板,需采用不相同的分析和计算方法。薄板理论一般指小挠度薄板,它的理论研究发展得最为完善,它的基本假设比较符合于刚性路面的实际情况,故是我们研究的主要对象。

所谓小挠度薄板,系指这种板在荷载下的挠度 w 与板厚 h 相比是一个微小量($w \ll h$),此时板的刚度较大,在弯曲时中间面上的横向应力很小,为简化理论可忽略不计,即假设板在弯曲时中间面没有横向变形和应力,成为一个中性曲面。当板极薄,在一般荷载下其挠度远较板厚为大,板的横向拉应力起着主要作用,板的刚度(或抗弯曲能力)降至很次要地位,此时可忽略板的抗弯曲能力而采用薄膜理论。当处于薄膜和小挠度薄板之间,挠度 w 与板厚 h 为同一数量级时,称为大挠度薄板,其分析和计算方法便复杂得多。在路面设计的生产实践中,试验证明,支承在土基上的7cm厚混凝土板(大于3m×3m),如工厂地坪或简易路面,在施加荷载时,破裂时的最大挠度不会超过7mm,即板厚的十分之一,故水泥混凝土路面板和工厂地坪一般都能符合小挠度薄板的假设。

当板很厚,板上荷载又集中在一个较小的面积上时($h \gg r$, r 为荷载面积的半径),薄板理论中忽视板中垂直于板面应力和应变的假设($\sigma_z = 0$, $\varepsilon_z = 0$),以及板的法线在弯曲后仍为直线的假设,都难于成立。此时需采用厚板理论,即把板作为三维弹性体系来考虑,应力分析会变得更复杂。威斯特卡德在处理这一问题时,对荷载集中在一个较小面积上时,采用了应力计算的修正公式。在生产实践中,例如现代叠置集装箱的港口地坪,板厚超过40cm,荷载面积为15cm×15cm时,即 $r < 0.5h$ 时,采用薄板理论计算板底拉应力会导致过大误差,此时就适宜于采用厚板理论,或对薄板理论作必要的修正。对一般行驶汽车的道路路面,都属于小挠度薄板的范畴。

支承于地基上薄板理论的重要问题之一是如何处理对地基的假设。目前,广泛使用的有两种不同的假设,其一是以垫层系数 k 表征地基强度的温特勒地基假设,其二是以弹性模量 E_0 和泊松比 μ_0 表征地基强度的弹性半空间地基假设。在第一种假设中,认为地基表面某点的竖向位移 w 与该点板给地基的压力成正比,而与其他各点的压力无关,它相当于无数横向互不联系的弹簧或相当于一种液体的支承。由于作了 $p = kw$ 的假设,使数学和力学计算得以大大地简化而容易得到数值解。目前仍广泛使用的威氏公式即基于这一假设。这种考虑对

赫兹的浮冰问题或是对板与刚性基础之间有一厚层淤泥的情况，是符合实际的。但是，对于实际上有凝聚性的刚性路面下的地基，这种假设是粗糙的，只能得到近似的解答。实际的路面板下地基，由于土体或材料颗粒之间的横向联系，地基表面某一点上的压力必然招致其周围一个区域都产生一定数量的下沉，因此采用第二种弹性半空间地基假设，必然能得到更为合理的结果。

在弹性半空间地基假设中，作了如下几点考虑：

1. 地基具有半无限弹性体的性质；
2. 板无摩阻地支承于地基上；
3. 在地基反力为负的情况下，板与地基之间仍存在着完全的接触，即相当于板与地基之间能出现拉应力。

事实上，最后一点似乎是不能成立的，但可以认为板的重量多少补偿了板和地基之间的拉力。对弹性地基的弹性性质用弹性模量 E_0 和泊松比 μ_0 来表征，由于可以运用布辛尼斯克公式建立竖向位移值 w 和反力 p 与地基参数 E_0 和 μ_0 之间的关系式，从而使微分方程可以得到解答，但在数学和力学计算上就要较温克勒地基假设的板更为复杂。近代计算机的使用，使得过分复杂的数学计算得以迅速解决，因此我们认为目前有条件采用这种更为合理的弹性半空间地基假设。

有些研究者曾试图从理论上或实际测定上找寻两种假设的地基参数 k 与 E_0 和 μ_0 之间的联系，从而对比两种不同假设下的计算结果，但事实上要作出完全合理的对比或换算，是很困难的。

在实际工作中，板下地基是一个多层半空间体，因此需要研究双层或多层体系上的板。考虑到数学计算上的复杂，且地基强度参数的大小对板底应力的影响不是太大，故可以考虑采用地基弹性模量当量换算的办法简化多层地基。

现代道路和机场的水泥混凝土路面的改建工程中，有时会遇到双层水泥混凝土板。双层水泥混凝土板可以做成分离式或结合式，后面将讨论到对这种双层路面板的计算方法。

在现代多层弹性体系理论中，已考虑到各结构层在三维方向的应力和应变，实际上它也可以用于刚性路面设计，包括板面经受小面积（或集中）荷载状况的厚板。

对水泥混凝土路面板，在板边或板角加载时，有时会产生最大应力，成为板厚设计的控制因素，故需要验算板边和板角应力。当采用垫层系数假设时，由于在数学处理上比较简单，可以转换为直角坐标系统，而得到边角应力的解答。但在使用弹性半空间体假设时，至今还未能从理论上解出边角应力值。如果对弹性半空间体上的有限尺寸板，在板边和板角加载时采用有限元法计算，可以求得近似解答^[29]，付诸实践运用。

第四节 层状弹性半空间体理论的应用

在多层弹性体系理论没有发表以前，在柔性路面设计中，常引用布辛尼斯克的弹性半空间体理论。布辛尼斯克在解算微分方程式时，采用了多项式作为应力函数，得到了弹性半空间体在单一集中荷重下任意点各个应力和应变分量的解答。这一结果是土力学主要理论基础之一，到现在为止，仍被广泛地运用于土中应力和土体沉降计算，以及路面设计的实践和研究工作中。

例如，在室内或野外做承载板加载试验，求算土基的弹性模量，或是做整层材料加载试

验, 求算路面材料的弹性模量, 就需运用半空间体在圆面积荷载作用下变形的公式。

设在弹性半空间体表面上经受一个圆面积均布荷载, 则可运用布辛尼斯克课题中集中荷载下最大竖向位移的公式, 经过面积积分, 得到表面中心处在圆面积均布荷载下的最大弯沉值, 即:

$$w_0 = \frac{2pa}{E}(1 - \mu^2) \quad (1-1)$$

式中: E 和 μ ——弹性半空间体的弹性模量和泊松比;

p ——圆面积上经受的均布荷载;

a ——圆面积的半径。

由于土体或路面材料具有一定程度的塑性变形, 因而在实践中常根据回弹弯沉值按下式算得弹性模量值:

$$E = \frac{2pa}{w_0}(1 - \mu^2) \quad (1-2)$$

当难于测得承载板中心点的弯沉值时, 则可以量测承载板边缘处的弯沉值 w_a , 从理论可知 $w_0 = \frac{\pi}{2}w_a$, 因此可用下式按 w_a 计算弹性模量值:

$$E = \frac{4pa}{\pi w_a}(1 - \mu^2) \quad (1-3)$$

式 (1-1) 至 (1-3) 都是按圆形均布荷载推导的, 故在做承载板试验时宜于采用充气胎加载或在板下加垫橡胶板, 即所谓柔性承载板。

如果采用刚性圆压板, 则板下各点的弯沉值是相同的, 即 $w_0 = w_a$, 压板下半空间体上经受的压力就不会是均匀分布的。按绝对刚性压头下变形的理论公式可知, 此时计算弹性模量的公式为:

$$E = \frac{pa\pi}{2w_0}(1 - \mu^2) \quad (1-4)$$

由于按理论可以求得离开荷载任意距离处的弯沉值, 因而也就可以采用叠加原理求算在双轮胎 (双圆) 荷载下的弯沉值。例如, 在整层材料上用汽车双胎后轮作弯沉测定, 则可以根据两轮胎之间 (即离单轮胎作用中心 $1.5a$ 处) 的回弹弯沉值 w_1 , 按下式算出该种整层材料的弹性模量值:

$$E = \frac{2pa}{w_1}(1 - \mu^2) \times 0.712 \quad (1-5)$$

以上四式, 式 (1-2) 至 (1-5) 在测定土体和整层路面材料的弹性模量时, 目前仍被广泛使用着。

在实际工作中, 土体以及在柔性路面中使用的多数路面材料 (特别是高温下的沥青混合料), 都不是线性弹性体, 因而在经受不同形状和大小的分布荷载时, 求得的弹性模量值不是一个常数, 这一问题也造成了路面设计中使用线性理论后的很多困难。

路面结构是一种多层体系。双层与多层弹性体系理论发表后, 由于它更能反映路面结构 (特别是柔性路面体系) 的实际情况, 因而在近几十年内, 各国研究者都力图引用这一理论到路面设计实践中去。

在多层弹性体系理论中, 认为该结构体系在平面方向为无限大和垂直向下方向是无限深

的,表面上承受着轴对称的分布荷载,因而宜于采用柱坐标系统,当采用了贝塞尔函数和积分变换等方法,并在现代计算机的帮助下,便可以解得多层体系内任意点应力和位移分量的一般解和数值解。

直接引用三层或三层以上弹性体系的数值解,由于参数多,图表多,使用上甚不方便。为便于实践运用,人们仍致力于研究将多层换算为双层或三层体系的当量换算方法和近似计算方法^[30,31,32]。

在计算双层或多层体系内某结构层的应力和应变时,采用双圆荷载的图式更加符合于一般载重汽车后轮的情况,故我国最近修订的柔性路面设计规范和验算面层强度的增补指标中,都按叠加法采用双圆荷载作用下应力和形变的计算图式。

当汽车在道路上制动或起动时,会对路面上层作用一个较大的水平冲击力,当它伴随着垂直力作用于路面时,所产生的综合应力常易使面层产生剪切滑动破坏,造成路面波浪和推移,这种破坏状态在停车站和道路交叉口处最容易观察到,它已愈来愈引起人们的重视。

1882年由塞路蒂(Cerruti)提出了弹性半空间体在单个水平力作用下应力和变形的解答,之后,它曾在土力学和地基基础中得到一定的实践运用。牟歧鹿楼(Muki)^[33]为解算在水平荷载下的弹性半空间体,采用汉克尔变换法,得到了各个位移和应力分量的一般解。巴伯(E.S.Barber)^[34]和希夫曼(R.L.Schiffman)^[23]则把牟歧鹿楼的解推广到层状体系上去,此后有威斯特曼(R.A.Westmann)^[35]和杰勒德(C.M.Gerrard)^[36]等给出了若干数值解,并制成图表。为完善我国柔性路面设计方法,对水平力课题也展开了研究^[28],得出了适用于我国实际的计算图表,并进一步研究了垂直荷载和水平荷载综合作用下的应力分布情况^[37]。

目前,在国际上已有较多研究者正在从事建立以垂直与水平荷载综合作用下弹性层状体系理论为根据的设计方法,其中较为完善的有壳牌国际石油公司1977年在第四届国际沥青路面结构设计会议上提出的方法^[38]。在该方法中,采用了多层线性弹性体系作为路面体系的力学模型和能计算在圆面积垂直和水平荷载下应力和变形的BISAR程序。在该程序中,层间接触为(1)完全连续,(2)无摩阻力,(3)具有部分摩阻力的,都能求出解。在验算破坏的极限标准时,主要采用土基顶面处的垂直压缩应变和沥青面层的底面拉延应变,并辅助验算水泥稳定类基层底面的应力和路表面的车辙深度。美国地沥青学会(AI)于1972年发表的用于全深度沥青机场道面的设计方法,1981年发表的AI柔性路面设计手册第九版,切夫隆(Chevron)科研公司运用于公路路面设计的方法^[39],以及美国亚利桑那(Arizona)州的沥青路面设计法^[40],都是以双层或三层弹性体系理论作为依据,同时以限制沥青层底面的水平拉应变或拉应力和土基顶面的压缩应变作为设计的临界标准。苏联在1972年修订的柔性路面设计须知^[41]中规定,对于高级路面可利用层状线性弹性理论来估算其应力状态和弯沉,然后必须按三项标准来进行验算,即路表面的弯沉值,整体材料层底面的弯拉应力和土基的剪切极限平衡。

目前世界各国提出的对高级柔性路面的新设计方法,都具有相似的观点,一般都认为高级路面各层材料的工作特性接近于线性弹性的假设,因而层状弹性体系理论可以得到满意的解答。但对高温下的沥青混凝土,低强度和松散材料组成的结构层,由于它们的粘性、塑性、变形非线性等特点或缺乏抗拉能力,因而与各向同性均质弹性体的假设差别较大。此时如采用层状弹性理论,可能需作较大的实验修正,或是不适于运用。

第五节 力学强度理论在路面设计中的运用

建立完善的路面设计方法,必须根据路面体系破坏的力学特征,正确地选定力学强度理论。

在传统的柔性路面设计方法中,认为当路面在车载作用下产生的垂直向累积变形超过某一极限数值时,路面将趋向于破坏。事实上,路表面的垂直位移仅是路面结构内部产生各种错综复杂变化后的一种外部反映。这种表面现象虽然与路面结构层内部构造的破坏有关,却不能建立起两者之间直接的数值联系。也就是说,不能讲路面弯沉值在达到某一绝对值时,路面就一定会破坏。

通过对路面使用情况的调查,可以看到路面损坏的表面现象有多种多样,但一般可以归纳为两种类型:一种可称为非进展性的,它通过养护维修,可以恢复路面原来的使用品质而趋向于稳定;另一种是进展性的,一般是由于强度不足而引起的结构损坏,如不进行补强改建,它将导致最终的破坏。路面设计的主要任务是保证不致产生第二种类型的结构性破坏。

在车轮荷载与其他自然环境的影响下,路面的结构性破坏乃是一种很复杂和多样化的现象,它取决于路面材料的结构组成、性能和它的温度、湿度等自然条件,以及荷载的作用特征、时间及大小等。为弄清楚它们,必须运用各种细致的实验手段和现场观察,以及尽可能完善的力学分析,才能查明路面结构性破坏的真正物理过程,并正确地选定路基路面破坏的极限标准,选用与之相适应的力学强度理论和材料强度指标。

目前,各国在拟订新的柔性路面设计方法时,采用了不尽相同的设计极限标准和力学强度理论。我国目前采用的柔性路面设计规范,选用了路面综合容许弯沉值作为衡量路面结构强度的极限标准。通过研究感到它过于粗略,故拟增补两项新的验算指标,即面层底面的容许拉应力和面层轮迹旁的材料剪切强度,前者采用最大正应力强度理论,后者采用莫尔-库伦强度理论。莫、荷壳牌石油公司新拟订的柔性路面设计方法采用正应变强度理论,规定了两项设计极限标准,即:(1)随重复次数和设计荷载而定的路基表面垂直向容许压缩应变;(2)随荷载重复次数和沥青混合料模量而定的路面面层底面容许拉延应变。同时又拟定了两项辅助验核标准,即按正应力理论验算水泥胶结类基层底面的拉应力和按变形总容许量验核使用期限内的路面永久变形。美国地沥青学会和切夫隆研究公司新拟订的柔性路面设计方法也采用限制沥青面层底面拉应变和土基顶面压缩应变的正应变理论。苏联72年颁布的柔性路面设计须知中,除了规定路面综合许用弯沉值外,对高级路面需按莫尔强度理论验算土基顶面的抗剪强度,以及按最大正应力理论验算面层底面的拉延破坏。

就力学强度理论而言,到目前为止,它的发展并不是很完善的,它往往难以符合在复杂应力状态下路面结构破坏的多样性,各家也都有不同的看法,故一般仅能通过必要的实验验证,建立尽可能适用的计算体系。

在材料力学中,对复杂应力状态下结构物的破坏验算,提出了各种强度理论^[42,43]。

1.最大拉应力理论(又称为第一强度理论):在这一理论中,认为材料在某一点处的破裂,起始于最大拉应力到达某一极限值 σ_0 。如三向受应力的某一物体单元,它总是通过规定其三个主应力 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)而被完全确定的。在最大拉应力理论中,是用最大主应力 σ_1 或最小主应力 σ_3 作为衡量强度的准则。如果 σ_1 为正(经受拉应力), σ_3 为负(经受压应力),则认为最大主应力 σ_1 达到材料受简单拉伸时的屈服点应力 σ_0 ,或最小主

应力 σ_3 达到受简单压缩时的屈服点应力 σ'_0 时,某一受力物体单元便开始屈服,即屈服点的条件为:

$$\sigma_1 = \sigma_0 \text{ 或 } \sigma_3 = \sigma'_0$$

实验判明,基本受拉作用下的脆性材料比较符合于这一理论。三向受压的单元物体,可以经受比简单压缩时屈服点应力大得多的压缩主应力。因此,从实用观点来看,对脆性材料,可以采用最大拉应力理论。在现行的刚性路面设计中,即采用了板底的最大拉应力作为强度验算的根据,并采用了小梁试件的抗弯拉强度作为对比标准。在我国柔性路面设计方法研究中,对验算沥青混凝土面层在春融季节板底受荷弯裂时,也拟采用这一强度理论。

2.最大拉应变理论(又称第二强度理论):在这一理论中,认为延性材料在最大应变(伸长)等于简单拉伸中的屈服点应变时,或在最小应变(缩短)等于简单压缩中的屈服点应变时开始屈服。近年来,英荷壳牌法对柔性路面面层采用了底面拉延应变作为验算的极限标准。对路面验算采用最大应变理论也许是有毛病的。例如,如果使一块板在双向承受相等的拉伸力,则最大应变理论指出,屈服时的拉应力将较简单拉伸时的应力为高,因为在任一方向的伸长必被另一方向的拉伸所减小,所以得此结果。然而,如采用水泥混凝土板或低温时的沥青混凝土板作双向受拉试验,似乎并不符合这一理论。

3.最大剪应力理论(又称第三强度理论):在这一理论中,认为当材料的最大剪应力等于简单拉伸试验中屈服点的最大剪应力时开始屈服,即认为结构的破坏是由于材料的一部分相对于另一部分产生剪切和滑移所致。当柔性路面的面层在垂直和水平力共同作用下,或是土基过分湿软时出现的破坏状态,可以认为是由于形成剪切滑移面而最后导致表面的膨胀和隆起。但如果采用这一强度理论,在确定路面材料的抗剪强度指标时,仍遇到较大困难。对属于脆性破裂的材料,不论从破坏的特征来看,或是从极限应力值来看,最大剪应力理论是不适合的。

4.最大应变能理论(又称第四强度理论):在这一理论中是以材料单位体积内所储应变能达到某一极限值作为破坏依据的。由于应变能的计量是以应力和应变的乘积来反映的,因而这一理论能同时反映应力和应变对材料破坏的影响,它对路面层底面的脆性开裂进行验算,也有可能是合适的。对于基本受压的单元体,曾考虑到单纯构成体积压缩的应变能不足以引起物体破坏,而只有形状改变(又称畸变)的应变能才是促使受压体破坏的原因,故对三向受压或基本受压的物体又提出了扣除体积变形后的形状改变应变能理论(又称畸变能理论),即当“畸变应变能”达到某一极限时,单元体将开始破坏,这种理论对路面下基本受压的土体,也可考虑采用。

5.莫尔强度理论:在这一强度理论中,并不简单地假设材料的破坏是由某一个因素(例如应力、应变或比能)达到了其极限值而引起的,它是以各种应力状态下材料的破坏试验结果为依据而建立起来的带有一定经验性的强度理论。在本理论中,可以运用库伦定律中粘结力 C 和摩擦角 φ 作为材料的强度指标,由此建立的验算方法称为莫尔-库伦强度理论。这对主要由剪切滑移引起破坏的路面面层、基层或土基的强度验算,都是可以适用的。目前这一理论仍广泛地为路面设计方法的研究者们所采用。

以上仅是简要地叙述了若干种主要的力学强度理论,除此之外,尚可从文献中看到其他类型的强度理论^[44]。至于在什么条件下宜于选用什么力学强度理论和材料的强度指标,确是一个很复杂的问题,它往往要通过尽可能做到的各种试验验证和现场调查来研究确定,并最好能实现和量测复杂应力状态的实验研究方法。有时它并不单纯是个力学问题,而是与工

程实践中长期积累的经验, 以及根据这些经验制定的一整套习惯用的计算方法和积累的计算参数有关。因此, 在选用强度理论方面, 在不同国家和地区, 不同的研究者在看法上往往是很不一致的。

第六节 路面力学的进一步发展

从路面力学发展的历史回顾中, 我们可以看到一个力学理论课题的创立、完善、发展直至应用于路面生产实践, 往往需要经历相当长的年代。例如, 赫兹于1884年创立液体支承板的数学解法, 直至1926年才由威斯特卡德运用于水泥混凝土路面的计算, 经历了42年。布辛尼斯克曾于1885年提出半空间弹性课题的数值解, 直至1930年之后, 洛夫等提出圆面积荷载下的实用解后才在路面设计研究中获得实际运用, 历时45年。霍格于1938年提供了弹性地基上无限大板的理论解, 至50年代后才在少数国家内被运用于刚性路面计算之中。双层体系和多层体系的理论解、数值结果和电算程序, 从1916年日本松村孙治的贝塞尔函数法, 1945年波米斯特的双层和三层体系一般解到50和60年代福克斯和琼斯的计算图表, 一直至70年代的 N -层弹性体系电算程序, 其发展过程本身经历了50多年, 到近年来才被逐步应用于路面设计的新方法中。因此, 一个新的力学课题的建立, 发展直到应用于实践, 都经历了40到50年甚至更长的时间。可以预估在80至90年代某些可应用于路面设计的力学新发展, 在目前已处于理论探索的萌芽状态或成长阶段。以下让我们来回顾和分析一下目前国际上哪些力学理论课题的发展有可能将来运用于路面设计。

1. 有限元数值解法: 由于近代大容量高速电子计算机的使用, 采用有限元法解算某些弹性理论问题有了新的广阔前途。采用有限元方法可以解算很多不同情况下的水泥混凝土板中的应力, 例如, 采用垫层系数地基假设或弹性地基假设, 对有限大的板计算板边或板角加载时的应力, 当接缝有部分传荷能力时的板中应力, 当板与土基部分接触时的板中应力等^[29,45,46,47,48], 以上研究成果有些已制成图表运用于生产实践。对土基模量沿深度变化时以及多层地基上的板也可用有限元法进行分析。对于双层或多层体系的柔性路面, 也可采用有限元法进行分析, 此时可把多层体系看成为轴对称的, 而把半空间体分割成有限的环形单元^[49]。

2. 流变学, 粘弹性力学: 流变学和粘弹性力学的发展已有40年的历史, 70年代以来, 国际上已有很多学者开始考虑材料的流变或粘弹性性质进行路面设计研究。路面在多数情况下经受的是动荷载, 也就是多次重复的瞬时荷载, 沥青面层材料在高温季节是粘弹性体, 在荷载作用下具有明显的应变滞后和应力松弛现象。因此, 考虑时间和温度两大因素, 对沥青面层高温季节的稳定性进行验算极为重要。运用流变学或粘弹性力学, 就能从理论上进一步阐明路面路基结构体系的力学性能和建立更完善的验算方法。

在1977年举行的第四届国际沥青路面结构设计会议上, 已有很多论文阐述了粘弹性力学在沥青路面结构验算和实验验证中的应用研究^[50,51,52]。美国联邦公路管理局对粘弹性体系建立的 VESYSIIM 程序是至今模拟柔性路面结构而发展的最新的力学模型之一, 它通常需要输入47个变量, 其中12个包含有多重数值的数组。为了使它可能投入实际应用, 还须作出很大的努力, 可以预估这种力学计算模型随着计算程序和材料特性表征方法的进一步改善, 它对分析和设计路面将有重要的意义。

3. 非线性弹性力学: 近代多层体系弹性力学和弹性地基板的计算都采用了应力和应变成

线性关系的虎克定律。在实践中,可以发现像土体和沥青类材料具有较为明显的非线性变形状态。在现代研究方法中,当采用了线性弹性力学后,必然要通过实验纳入各种修正和附加系数。就是这样做了,往往还克服不了种种矛盾。因此,进一步研究非线性弹性力学在路面设计中的应用也是今后的方向。由于橡胶工业和高分子聚合物结构的出现,对非线性弹性理论有了更迫切的需要,但目前尚较多地仍在理论研究阶段^[53],在某些简单课题已能获得应用,对于路面结构,还是属于探索阶段。

4.断裂力学:断裂力学是近十几年来才发展起来的一门新兴学科^[54],它承认材料或结构本身总是存在裂纹或类裂纹缺陷,在突然加载、反复施加荷载、温度骤降等荷载与自然因素影响下都会促使裂纹发生和扩展。断裂力学就是专门研究材料或结构体系内裂纹传布和扩展规律的学科。

目前发展较为完善的线弹性断裂力学,较适用于脆性破坏的材料和结构。对于水泥混凝土路面及各种半刚性基层的破坏,以及沥青混凝土面层春融季节的加载折裂和冬季缩裂,特别是在多次反复作用下的疲劳破坏,如果采用断裂力学理论,将会得到新的解说和结果,并可更接近于材料破坏的真实情况。

我们将特别有兴趣于断裂强度分析和断裂寿命估计。对材料与结构,在断裂力学中给予新的基本物理量,即应力强度因子和断裂韧性(即裂纹扩张失稳时的临界应力强度因子)。进行断裂强度分析,就需对一定工艺过程下的结构体系,对它的实际裂纹缺陷和分布情况作出定量鉴定,要能算出它的应力强度因子。选用某种断裂判据,即相应于选用某种强度破坏理论。对材料要测定它的断裂韧性。按断裂判据找出结构体系中将招致产生裂纹扩展失稳的极限荷载。对经受反复作用的结构,虽在荷载较小情况下,裂纹会缓慢扩张,称为亚临界裂纹扩张,应算出扩张速率,由此定出容许荷载重复次数,定出安全使用期限,即确定断裂寿命。对已经使用相当年限的结构物,还要能预估出它的剩余寿命。

采用断裂力学理论于路面设计,它将废除传统的安全系数或疲劳强度折减系数,而采用裂纹扩展预估和寿命估计,以便更好地进行安全设计。对已出现裂纹的构造也能合理地评定它的安全可靠性,对于研制新材料和改进现用材料的工艺过程也会有指导意义。

在第三届和第四届国际沥青路面结构设计会议上,已有多篇论文试探采用断裂力学来分析路面疲劳破坏标准,进行对路面混合料断裂韧性和断裂寿命的实验室测定和试验路验证^[55,56]。

除了以上提到的现代新兴各门力学学科可能给予路面设计以影响之外,由于大型快速电子计算机和计算技术的发展,对于甚为冗繁在过去不敢接触的数值计算,都可纳入计算机程序,编制各个子系统,然后综合多种因素,包括力学强度计算,材料混合料配合设计,路面使用性能,施工,造价,养护管理……等等,建立“路面系统设计”,采用最优化设计技术,获得更大的经济效益^[39,57,58]。这种研究在近十年来也已经有了很大的发展。

参 考 文 献

- [1] H.Hertz, Uber das Gleichgewicht Schwimmender Elastischer Platten, Ann.Physik Chem., Vol.22, 1884.
- [2] J.Boussinesq, Application des Potential, Paris, 1885.
- [3] C.Older, Highway Research in Illinois, Trans.ASCE, Vol.87, P.1180,