

# 实用土力学及地基处理实例

金问鲁 著



中国铁道出版社

1993年·北京

# 实用土力学及地基处理实例

金问鲁 著

中国铁道出版社

1993年·北京

# 目 录

## 第一编 实用土力学

<b>第一章 绪 论</b> .....	1
一、研究对象.....	1
二、岩、土性质.....	2
三、地基土性质的各项指标.....	5
四、土力学的研究方法和本书内容.....	10
<b>第二章 土的塑性理论</b> .....	12
一、应力及平衡方程.....	12
二、应力转换、主应力、应力偏量.....	15
三、平衡方程,摩尔应力圆,库伦法则.....	24
四、作者提出的作图法原理 ( $\phi = 0$ 情况) .....	30
五、具有摩阻力土壤 ( $\phi \neq 0$ ) 的各种边值问题.....	34
六、作者提出对理想粘土作图法的原理 ( $\phi = 0$ 情况) .....	40
七、实用作图法计算公式.....	45
八、复杂情况地基承载力公式.....	53
九、双层地基承载力计算.....	60
十、邻近地面的软弱淤泥下卧薄层.....	67
<b>第三章 粘土的固结沉降</b> .....	69
一、粘土固结的基本方程.....	69
二、二维粘土固结与次时间效应问题解.....	80
三、三维粘土固结与次时间效应问题解.....	95
<b>第四章 桩、土共同作用理论</b> .....	138
一、桩、土共同作用研究概述.....	138
二、桩、土共同作用的机理.....	140

三、离散体的连续化计算与连续化假设.....	142
四、山德胡-威尔逊变分原理和考虑次固结时作者 的补充.....	144
五、弹、粘性体动力学变分原理的拉普拉斯变换 形式、有限元构成及数值方法.....	165
六、桩、土折算成等价的连续体.....	180
七、矩形六面体的有限元法.....	193
八、轴对称圆柱体的有限元法.....	220
<b>第五章 土动力学和液化分析.....</b>	<b>226</b>
一、地震波的传递.....	226
二、地震波的反射、折射和放大作用.....	231
三、往复荷载和土的永久变形.....	238
四、饱和沙土地震液化.....	244

## 第二编 地基处理实例

<b>第一章 加强地基的承载能力.....</b>	<b>248</b>
一、减推桥台.....	249
二、拼宽桩台加强天然地基基础.....	250
三、局部水护部分的加固处理.....	252
四、防止流砂现象的处理方法.....	252
五、旋喷法加固.....	253
六、受新建房屋沉降影响的加固.....	253
<b>第二章 桩、土共同作用在基础设计中的应用.....</b>	<b>255</b>
一、沉降和上部结构的关系.....	255
二、高层建筑的桩基选型.....	259
三、短桩及天然地基设计.....	260
<b>第三章 沉井及沉板法的设计施工.....</b>	<b>273</b>
一、概 述.....	273
二、砖砌沉井的设计和施工.....	277
三、沉板工程施工系统.....	280

<b>第四章 建筑物纠偏</b> .....	<b>283</b>
一、概    述.....	283
二、浅层抽砂纠偏，砂垫层抽砂法.....	284
三、深层冲孔排土的下沉纠偏法.....	285
四、下沉纠偏法的机理与上部结构的加固.....	286
<b>第五章 沉降观测及其应用</b> .....	<b>290</b>
一、沉降预测及应用实例.....	290
二、用前期沉降观测资料预测最终沉降和某 时刻的沉降速率.....	299
三、建筑物在沉降缝处碰撞力的计算.....	304
四、工程实例.....	307
<b>第六章 设计的比较方法和地震下的抗液化设计</b> .....	<b>314</b>
一、设计的比较方法论.....	314
二、基础在地震下的抗液化设计.....	318
附录 多种土层固结问题的迭推矩阵解法两维问题.....	331
参考文献.....	337

# 第一编 实用土力学

## 第一章 絮 论

### 一、研究对象

人类生产游息在宽广的地球上，他们建立了大量住宅、工厂，道路、桥梁、机场、管道、水池，也包括地下工程如核电站及海上工程如石油平台。建造这些工程有一个共同的特点，就是它们的基础都建造在地层的岩石或土层上，基础建造的好坏不仅直接影响工程的安全使用，而且对工程造价有决定性的影响。为此，岩土工程是当前国内外研究的一项重要科学。

在漫长的宇宙历史中，地球上冷凝的岩浆形成原生岩石，某些原生岩石经过风化、冲刷，成为碎粒，沉积后胶合成为沉积岩，或因温度、压力、化学作用改变了原生岩的性质而成为变质岩。由于地壳运动、温度胀缩，岩石一般不全是水平分层而显示出皱褶，特别会发生断裂或节理，断裂处也可能发生错位，成为断层。岩层内由于存在初始应力，贮备了巨大的势能，当势能解放后形成地震，给人类带来严重灾害。一些重要工程的基础需要建立在岩石上，隧道和渠道更是常建在岩石内部，所以研究岩石力学，特别是研究岩石的节理和错位有重要意义。

大气风化、雨雪侵蚀及水流冲击，使岩石表面剥蚀，形成大小不同的碎状土粒，或按照不同情况，如自然滑坡、洪水冲移、海水升降、湖水沉落，大小颗粒按自然规律而成为各种沉积土。在平原地带，滨江、滨湖、滨海地带沉降地层很厚，就是通常所说地基土。一般的房屋建筑、各式构筑物，特别是铁道、公路、航空跑道的基础都直接建筑在地基土上，研究地基土性质、

承载能力、变形及振动性能的科学称为土力学。由于这些工程面大量广，在基本建设中占主要部分，对国民经济影响巨大，所以从实用观点看来，土力学的研究更属迫切。岩石力学和土力学的总称是岩土力学。本书目的在于实用，主要对象是土力学。

## 二、岩、土性质

当前材料工业突飞猛进，材料力学也有长足发展。材料力学中最重要的基本关系便是本构关系。通俗地说，本构关系便是应变和应力的关系。在建筑物和构筑物中，由于荷载或外力改变使基土中内力发生变化，单位面积的内力称为应力；同时由于外力使基土内的土粒发生变位，单位长度的变位变化称为应变。按照不同的本构关系，属于固体性质的材料有如下分类，见表 1—1—1。

固体的性质分类

表 1—1—1

性质	所用力学	变 形 规 律	变形时间	变形性质
弹性	弹性力学	应变和应力有函数关系，如成正比时服从虎克定律，为线弹性力学	加载时瞬时发生	可逆（即卸载后恢复原变形）
塑性	塑性力学	应力（或应变）达到某一界限时（某一函数关系）材料达到塑性状态，变形符合流动法则	一般呈塑性流动	不可逆（卸载后塑性变位不恢复）
粘性	粘性力学	应变不仅是应力的函数，而且是时间的函数	滞后性质，变形在加荷后逐渐增加	一般可逆（卸荷后变形逐渐消失）

一般材料同时具有上述的两种性质或三种性质。如钢材在结构中要求处于弹性状态以减少变形，而在钢材冷加工时则利用钢

材的塑性。材料又按固态、液态、气态分为三相。基层土中含有土粒（固相）、水（液相）、空气（气相）三相的物质。在粘土固结理论中，将基土考虑为土、水两相的混合材料，太沙基(Teitzaghi) 将土粒考虑为弹性介质，陈宗基考虑到土粒的次固结，随时间持续变形，将土粒考虑为弹-粘性介质。对所含液相的水，一部分与土粒密切结合并共同变形，称为结合水，另一部分称为自由水，按达西(Darcy) 定律作渗流运动。对所含气相的空气，也分为封闭气和自由气，封闭气在水中形成封闭气泡和液体水共同运动，自由气则可自由逸出或进入，而不考虑它的作用。对三相土体有如下说明，见表 1—1—2。

三相土体性质表

表 1—1—2

性质	介 质	变 形 规 律
固相	土粒(包括结合水)	弹性或弹粘性
液相	水(自由水, 包括封闭气)	服从达西定律, 渗流
气相	空气(非封闭气)	不考虑

将三相介质中的固相土粒考虑为弹性，弹-塑性，弹-粘性可以得到多种力学，可见土粒性质远较金属材料复杂。在土塑性力学的本构关系中必须考虑土粒移动的内摩阻力，早在1773年库仑(Coulomb) 即提出土体进行塑性阶段的库仑法则，按照这个法则可求解滑移或土压力的平面问题。到二十世纪后，卡特(Kötter)，弗来纽斯(Fellenius)，太沙基，索科罗夫斯基(Sokolovski) 分别提出滑移线法、极限平衡法，在理论和应用中获得进展。对于空间问题，罗斯考(Roscoe) 创立了具普遍性的剑桥模型(Cam-clay model)，由于计算的复杂性，尚少付诸实用。要想建立一个有效的而且包括多种性质、多相的实用模型是困难的，不过以下将说明一些迫切解决的土力学问题必须考虑到土质的多种因素。

### 1. 粘土固结与承载能力的关系

如所周知，建筑物与构筑物的施工速度过快时，基土由于承载能力很低而发生破坏。相反地，如控制一定的施工速度或者在基土上预加载荷则可提高地基土的承载力。这就是说，基土抗剪能力的两个指标 $c$ （土的粘聚力）， $\phi$ （土的内摩阻角）都会由于压密，即孔隙（用孔隙比 $e$ 或孔隙度 $n$ 表示）的减小而增大。通常认为承载能力是一个塑性力学问题，依赖于 $c$ 和 $\phi$ 值，而 $c$ 、 $\phi$ 值又依赖于孔隙比 $e$ ， $e$ 值又必须用弹-固结力学才能求得。这样基土的承载能力便成为塑性、弹性、固结的混合问题，如图1—1—1。

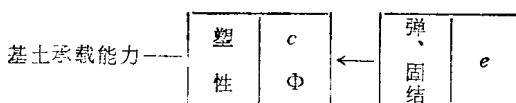


图 1—1—1 基土承载能力问题

以上混合问题的求解是困难的。但是用夯实或压密来以加基土的承载能力或减少土的主动土压力已成为工程师的熟知经验。认识以上的机理是重要的，工程师可根据多次实践经验作出裁断，或由此建立经验公式作出合理的设计及施工方案。

## 2. 地震问题

地震，特别是较大烈度的地震会给建筑物带来很大的危害。对于高层建筑结构或高耸结构说来，地震力可能是最大的外部荷载。由于地震所产生的上部结构的内力分布是一个复杂的上部结构和地基土的耦合问题。仅从地基土来说，地基土以波动形式传递地震力，这是一个波动力学问题。为了简化计算，仅将基土看作弹性体，考虑基土内弹性波的传播。在实际地震区建筑物的破损调查中，常常发现地震产生的基土（饱和细砂、亚粘土）液化，是建筑物破坏的重要原因之一。地震液化是在地震力的循环荷载下，孔隙水压 $\sigma_w$ 不断升高的过程，在循环次数达一定数值时将发生液化现象。 $\sigma_w$ 的增加是一个不可逆过程，仅考虑土体的弹-固结特性是不够的，需要引入土塑性力学。值得提出，用罗斯

考的剑桥模型还不能作很好的解释，这是一个有待研究的问题，如图 1—1—2。

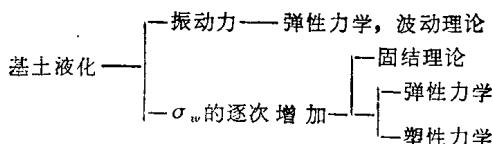


图 1—1—2 基土液化问题

地震液化是一个复杂的问题，又是经常遇到的问题，除了曾作过某些理论研究外，最常用的是用一些经验数字进行判断，地基规范中所用便是这种方法。

土力学学者所进行研究的多半是针对单一问题，而地基工程师所遇到的是远较复杂而内容丰富的问题，其中很多是理论上不曾解决，而且规范中不曾规定，因此如能认清基土性质及其相互关系将对解决实际问题有很大的帮助。

### 三、地基土性质的各项指标

为了作好基础工程的设计和施工，必须测定地基土性质的各种指标。这些指标有些是从现场钻出扰动或不扰动的土样，在室内进行试验，有些是在现场进行测定。

#### (一) 室内试验

进行室内试验可以测定土的组成部分，土的分类，粘性土的特征，土的压缩性及固结试验，抗剪强度试验以及土动力学的性质试验。

#### 1. 土的组成

土体由土粒、水、气三相物质组成，如图 1—1—3。常用指标有比重、含水量、容重、干容重、饱和容重、浮容重、孔隙

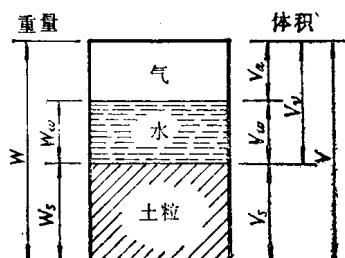


图 1—1—3 土的三相组成示意图

比、孔隙率、饱和度等，以下为常用符号。在图 1—1—3 中， $W_s$ 、 $W_w$ 、 $W$  分别为土粒重、水重和总重， $W = W_s + W_w$ ； $V_s$ 、 $V_w$ 、 $V_a$ 、 $V_v$ 、 $V$  分别为土、水、气、孔隙的体积以及总体积。

将现场取得的土样在室内试验可确定以上各数值，按以下公式可求得各项物理指标。土粒比重  $G$ ：

$$G = \frac{W_s}{V_s} \cdot \frac{1}{\gamma_{w_1}}$$

$$\gamma_{w_1} \text{ 为水在 } 4^\circ\text{C} \text{ 时的容重} \quad (1-1-1)$$

土的含水量： $w$  为土中水重和土粒重之比，

$$w = \frac{W_w}{W_s} \text{ (以百分数计)} \quad (1-1-2)$$

土的容重  $\gamma$ ，干容重  $\gamma_d$ ，饱和容重  $\gamma_{sat}$ ，浮容重  $\gamma'$  分别为：

$$\gamma = \frac{W}{V} \quad (1-1-3a)$$

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} \quad (1-1-3b)$$

$$\gamma_{sat} = \frac{W_s + V_w \gamma_w}{V} \quad (1-1-3c)$$

$$\gamma' = \frac{W_s - V_s \gamma_w}{V} \quad (1-1-3d)$$

土的孔隙比  $e$  和孔隙率  $n$ ： $e$  是土中孔隙体积与土粒体积之比， $n$  是土中孔隙体积与总体积之比；

$$e = \frac{V_v}{V_s}, \quad n = \frac{V_v}{V} \quad (1-1-4a, b)$$

以上各指标中，只有三个是独立的，其余指标可由三个独立指标算出，这里略去了换算公式。

## 2. 颗粒级配分析及分类

将土样作土粒筛分析后，粒径  $d > 2\text{mm}$  者称为砾石颗粒， $2\text{mm} \geq d > 0.05\text{mm}$  者称为砂粒， $0.05\text{mm} \geq d \geq 0.005\text{mm}$  者称为粉粒， $d < 0.005\text{mm}$  者称为粘粒。碎石土是指砾石颗粒超过全重 50% 的土。较细颗粒的土有砂土和粘土。砂土要求  $d > 2\text{mm}$  的颗

粒含量不超过全重的50%，而且塑性指数 $I_p \geq 3$ 。更细的粘土是 $I_p > 3$ ，粘土的内部分类完全按照塑性指数 $I_p$ 进行区分，其分类如表1—1—3。

粘性土按塑性指数分类

表1—1—3

土的名称	轻亚粘土	亚粘土	粘土
塑性指数	$3 < I_p \leq 10$	$10 < I_p \leq 17$	$I_p > 17$

在实际工程中，很多情况的基土属于粘土范畴，在这种情况下，含水量对粘土所处状态影响巨大， $I_p$ 是其中的一个重要指标，下段将叙述粘性土的物理特征。

### 3. 粘性土的物理特征

按照土力学的传统见解，粘性土的物理状态与含水量的关系，如图1—1—4。

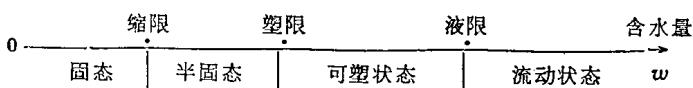


图1—1—4 粘性土的物理状态与含水量关系

图中，液限是指刚好足以克服土粒间粘着力而分离土粒所需的最低含水量；塑限是粘土受荷载时土粒间可互相滑动而保持其粘着力 $c$ 时的含水量；缩限是指土壤水分降至一定程度后，若再蒸发，土样体积保持不变，这时的含水量即为缩限。液限、塑限和缩限分别写为 $w_L$ 、 $w_P$ 和 $w_S$ ，一般不作缩限 $w_S$ 的测试。

作者认为如图1—1—4所示的粘土状态并不具有明确的物理意义。从实际测定方法即可看出， $w_L$ 、 $w_P$ 不过是用76克重圆锥的锥式流限仪在锥头入土10mm和2mm的土样含水量，但是由于用这两指标已积累大量资料，所以在粘土分类中，这些指标仍然特别重要。从 $w_L$ 、 $w_P$ 可以导出两个重要参数。

塑性指数 $I_p$ :

$$I_p = w_L - w_P \quad (1-1-5a)$$

液性指数 $I_L$ :

$$I_L = \frac{w - w_p}{w_L - w_p} = \frac{w - w_p}{I_p} \quad (1-1-5b)$$

根据液性和塑性指数，粘土可作如下分类，见表 1—1—4。

粘性土软硬状态的划分

表 1—1—4

状 态	坚 硬	硬 塑	可 塑	软 塑	流 塑
液性指数	$I_L \leq 0$	$0 < I_L \leq 0.25$	$0.25 < I_L \leq 0.75$	$0.75 < I_L \leq 1.0$	$I_L > 1$

在四十年代，卡沙格兰德 (A.Casagrande) 对于飞机场跑道工程提出同时考虑两个因素  $I_p$ ,  $I_L$  的粘土分类方法，当前仍在沿用，这里不再赘述。

#### 4. 力学试验及压缩试验

基土塑性流动会使建筑物发生突然性破坏，造成严重事故。判别塑性状态一般用库仑法则，所用指标是土的内聚力  $c$  和内摩擦角  $\phi$ ，通常在室内用直剪力或三轴仪测定，为简单计对粘土有时用无侧限压压试验折算。

模仿施工状态，测定剪力有三种方法，(1) 快剪，在竖向加压及施加水平剪力时都不排水，使剪切迅速破坏；(2) 固结快剪，在竖向加压时保证固结，在剪切时不排水；(3) 慢剪，在加压及剪切时均保证固结。三种试验所得的抗剪强度以快剪最低，慢剪最高。应当按照工程性质选择适当的剪切强度，在快速施工时，接近快剪，预先加压或慢速施工时则接近于慢剪。

抗剪强度的试验成果一般有两种表示方法，一种是总应力法，抗剪强度的库仑法则是：

$$s = c + \sigma \tan \phi \quad (1-1-6a)$$

$\sigma$  是包括土粒压应力和孔隙水压的总压应力， $s$  是抗剪强度。另一种是有效应力法。饱合粘土是固、液两相的复合物质，孔隙水压影响土中液体的流动，而有效应力  $\sigma'$  ( $\sigma' = \sigma - \mu$ ,  $\mu$  是孔隙土压) 则和固体土粒的强度和变形有关。抗剪强度是：

$$s = c' + \sigma' \tan \phi'$$

抗剪强度指标 $c'$ 、 $\phi'$ 和 $c$ 、 $\phi$ 不同，勘测人员应注明是哪种表示方法。

用渗透仪和固结仪可以测定土样的渗透系数和压缩系数。

### 5. 动力试验

土壤击实试验仪是最简单的动力试验，由此求出土壤的最佳含水量，以使在一定的碾压或夯实工具下获得最大压实的目的。

当前为了研究土壤的振动性能制备了多种测试仪器，例如达普尼亞 (D'Appolnia) 测试了干砂在周期应力或周期加速度下的振动压实，而席德 (Seed) 等则广泛地采用了动三轴或动单剪试验，对于饱和沙土在往复荷载下测定变形和孔隙水压的变化。

#### (二) 现场试验

工程的设计与施工往往要求对现场基土进行试验，常用的有在基土或单桩上作承压板加载测定压力和变形的关系，由此确定承载能力。在剪切方面用十字板剪切仪测定土的抗剪强度。静力触探是将金属探头用静力贯入土层，电测探头的贯入阻力来估计土层性质及承载能力，已成为普遍采用的勘测工具。标准贯入试验是用标准尺度、重量的钻杆、锤重按标准方法冲击，从冲击次数测定砂土的密实度，从而断定土的摩阻力和承载力，特别是在国家规范中仍以标准贯入度作为判断砂土液化的主要指标。振动测桩法以振动力作为激励，以速度作为响应，用电子仪表量测可以准确地测定桩的缩颈、断裂等缺陷，并可估计承载力，这种测桩方法已在广泛使用。由于电子仪器的进步，在现场的动力测试方面已有长足进步。

可以预见，由于基土的复杂性，为了适应多方面需要，仍会有多种测试仪器出现，不过必须注意土质的抗剪指标 ( $c$ 、 $\phi$ ) 及压缩、渗透等系数仍然是最重要的指标。将多种试验所得成果进行比较，求出各指标间的相关公式可备广泛参考使用。

注意一般的室内与现场试验都是小型的，实际工程的建造才是实足尺度的大型试验。施工时应作各项试验，并在完工后作好沉降观测，按统计法则整理出当地基土的各项指标，是一项有重

大价值的工作。

#### 四、土力学的研究方法和本书内容

由于土体是一种复杂的多相组合介质，土力学的发展比弹性或塑性力学都较迟缓。虽在1773年库仑关于挡土墙的稳定问题，已提出判断塑性流动的库仑法则，到1864年屈斯卡 (Tresa) 才在库仑的研究成果上提出塑性力学中的屈服条件，二十世纪初米塞斯 (Mises) 提出了修改屈服条件，以后塑性力学突飞猛进，由此才带动了土塑性力学的发展。在工程应用方面，土力学一直是经验性的学科，使土力学真正迈入科学领域，太沙基作出卓越的贡献，在1917年他创建了土工试验室及仪器，1925年出版了土壤力学的著作。太沙基不仅总结了前人的土塑性理论，提出自己的滑移线计算方法，而且创立了粘土固结理论，提出固、液两相组成的粘土变形的机理，并建立有关数理方程进行分析。

在实际工程中，特别是基础工程有两个基本要求：第一个是稳定性，要求基土具有足够的承载能力，不致出现塑性流动；第二个是保证变形不会过大。这里变形有两重意义，总体变形必须能够和外部的工程相适应，相对变形不致造成上部结构的破损和断裂，变形要求根据上部结构形式和工程的特殊需要进行确定。由于高层结构、大跨结构和特种结构建造日广，地震对工程的影响也日益重要，土动力学是近来蓬勃发展的学科，研究地震波的传播，沙土液化及地震力对基础和上部结构的共同作用。

当前土力学中研究的对象和方法列入表 1—1—5。

值得注意，由于土体的复杂性，建立考虑全部性质的统一模型是困难的。同时，当前的国家规范用在幅员辽阔的国土上也有一定的局限性。实践促进科学的发展，在工程中必然会出现层出不穷的新问题。土质、荷载特别是地震都有很大的不确定性，处理实际问题不仅是一种技术，还是一种艺术。工程师必须依靠自己的丰富经验，周详比较，缜密思考，才能作出完善的判断。作者认

为，最重要的是必须了解当地基土的性质和机理。

本书作者从事结构和基础设计逾四十年，遇到很多丰富和复杂的工程问题，一方面将这些问题提高到理论，提出自己的观点及计算方法，另外也根据经验用半理论性的比较方法提出一些工程措施和施工技术。本书将介绍在土力学和地基方面的有关理论和处理实例。

土力学中研究对象和方法的说明

表1—1—5

对 象		所 用 力 学	数 学 工 具
变 形	弹性变形	弹性力学	数理方程，积分变换，变分原理，有限元法，平面及空间单元，边界元
	固结及次固结变形	固结理论；弹性力学，渗流力学，粘性力学的模型理论	数理方程，积分变换，变分原理，有限元法，平面及空间单元，边界元
	塑性流动	塑性力学及流动法则，弹塑性力学	数理方程，变分原理，特征线理论，有限元法
承 载 能 力 及 土 压 论	土塑性力学，本构关系，流动法则	塑性力学及流动法则，弹塑性力学	数理方程，变分原理，特征线理论，有限元法
振 动	地震波传播，土壤液化，基础与上部结构的共同作用，风振，波浪力	弹性波动力学，固、液两相波动力学，液化数学模型，结构力学，流体动力学	数理方程，变分原理，有限元法，波动和振动方程，随机振动

在理论方面，作者详细介绍了塑性理论、固结理论，着重讨论基土的机理和作者的观点。在塑性理论中用流网法求解，固结理论中某些变分原理，二维、三维问题的解析解法，积分变换形式的有限元法，桩、土共同作用理论以及液化机理的探讨均属作者自己所作的工作。用这些理论求解工程问题还是过于繁复的，为此，有关桩、土共同作用，地震传播、砂土液化等问题介绍了作者所提出的比较方法，结合规范或常用的简化计算可以解决大量的工程疑难问题。

## 第二章 土的塑性理论

### 一、应力及平衡方程

采用卡特逊 (Cartesian) 直角坐标系, 考虑一个无穷小的长方体, 如图 1—2—1, 在  $x$ ,  $y$ ,  $z$  轴方向的长度各为  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , 由六个面 ( $x = \text{常数}$ ,  $x + dx = \text{常数}$ ,  $y = \text{常数}$ ,  $y + dy = \text{常数}$ ,  $z = \text{常数}$ ,  $z + dz = \text{常数}$ ) 组成。在  $x = \text{常数}$  平面上, 即 1243 平面上, 应力各为  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ , 则该平面上作用的力为

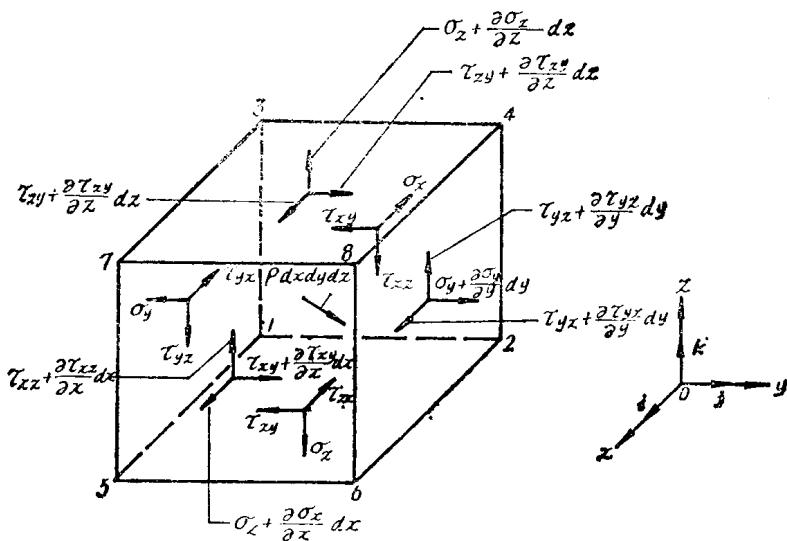


图 1—2—1 微元长方体的应力图

$\sigma_x dy dz = \sigma_x dy dz \cdot i + \tau_{xy} dy dz \cdot j + \tau_{xz} dy dz \cdot k$ ,  $i, j, k$  分别表示  $x, y, z$  轴方向的单位矢量。同样 1375 平面上的应力为