

高等学校教学参考书

# 结 构 力 学

(第三版)上册

杨耀乾 唐昌荣

高等教育出版社

高等学校教学参考书

# 结 构 力 学

(第三版)上册

杨耀乾 唐昌荣

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书是在杨耀乾编写的《结构力学》初版(1958年出版)和第二版(1960年出版)的基础上,根据一九八〇年五月高等学校工科结构力学教材编审小组审订的《结构力学教学大纲(草案)》修订的。

全书分为上、下册出版。上册主要阐述静定结构的内力计算、结构位移计算、力法原理及其在超静定刚架和桁架中的应用、结构影响线的绘制及其应用。下册主要阐述用形变法计算刚架和连续梁,力矩分配法、矩阵位移法、结构稳定及结构动力学。此外,各章后面均附有一定数量的习题,附录中还附有大部分习题答案。

本书修订后内容丰富,可作为高等学校工科道桥、工民建等专业结构力学教学参考书,也可供有关工程技术人员参考、使用。

责任编辑 余美茵 王小寅

高等学校教学参考书

结 构 力 学

(第三版) 上册

杨耀乾 唐昌荣

\*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

\*

开本 787×1092 1/16 印张 21.75 字数 499,000

1958年9月第1版 1960年3月第2版

1987年2月第3版 1988年3月第2次印刷

印数 2,621—5,130

ISBN 7-04-001480-7/GB·88

定 价 3.75 元

## 第三版序

自从本书的第一作者于1960年编著出版的结构力学教科书第二版(增订版)问世以来,科学技术,特别是计算技术,得到了迅猛的发展。为了在工科高等院校的教材中能够更好地反映当前科技发展的形势,本书很有必要作第二次修改工作。这也就是本书第三版修订的目的。

本书与第二版相比,删去了复杂刚架的计算和变截面刚架的计算两章,其中有些内容分散在其它章节中讲述。二铰拱和无铰拱合并成一章,称超静定拱的计算,并删去了土压力与挡土墙的附录。增加了结构矩阵分析的直接刚度法一章,在附录中还增加了关于虚功原理的讨论。结构动力学一章是全部重写的。其它章节也大部分作了增删或改写。

本书除引用现行规范资料时仍用工程单位制外,其它均改用国际单位制。

本书修订后仍适用于桥梁与隧道、工业与民用建筑、铁道工程、公路工程等专业,也可供土建类其它各专业参考。

本书加入了不少加深提高的内容,并用星号加以标志。选用本书作为教材时,可以根据不同专业、不同学制、不同的教学条件进行取舍。

本书由同济大学李明昭、西安冶金建筑学院王荫长、刘铮主审,并由同济大学朱宝华复审。他们分别对书稿提出了很多宝贵的意见,作者据此进行了修改,在此深表谢意。

本书定稿后由彭俊生绘制了全部铅笔底图以及全书的抄写工作。

限于作者的水平,书中一定还有错漏之处,望读者指正。

杨耀乾 唐昌荣

1984年10月

## 增订版序(摘录)

当“结构力学”再版的时候,作者进行了全书的增订与修改工作,使其更能适合于高等工业院校土建类各专业之用,并使理论与实际更好地结合起来。

在增订版中,除第七与第九章外,其它各章均有所修改或增删。几乎全部习题都是重编的,使其更能适合于土建类各专业的教学之用。在桥梁、隧道以及工业与民用建筑中的一些实际问题被编入了有关各章的教材或习题中。

本书在再版之后,分二册发行。

本书的增订与修改工作得到了唐山铁道学院结构力学教研组全体教师的协助,特此致谢。

杨耀乾

1959年8月于唐山

# 上册 目录

<p><b>第一章 绪论</b>.....1</p> <p>    § 1-1 结构力学的研究对象和任务 .....1</p> <p>    § 1-2 结构的计算简图 .....1</p> <p>    § 1-3 平面结构支座的分类及其简图 .....2</p> <p>    § 1-4 杆系结构的简化 .....3</p> <p>    § 1-5 平面杆系结构及其分类 .....5</p> <p>    § 1-6 荷载及其分类 .....6</p> <p>    § 1-7 计算方法 .....7</p> <p><b>第二章 平面体系的机动分析</b>.....9</p> <p>    § 2-1 机动分析的目的 .....9</p> <p>    § 2-2 平面体系的自由度 .....9</p> <p>    § 2-3 平面桁架的自由度 .....11</p> <p>    § 2-4 几何不变体系的组成规律 .....12</p> <p>    § 2-5 体系的几何构造与静定性的关系 .....15</p> <p>    * § 2-6 速度图及其应用 .....16</p> <p>    § 2-7 示例 .....17</p> <p>    习题 .....19</p> <p><b>第三章 影响线</b>.....21</p> <p>    § 3-1 影响线概念 .....21</p> <p>    § 3-2 用静力法作直接荷载下的单跨静定梁影响线 .....22</p> <p>    § 3-3 用静力法作间接荷载下的影响线 .....27</p> <p>    § 3-4 用机动法作影响线的概念 .....29</p> <p>    § 3-5 用机动法作梁与刚架的影响线 .....30</p> <p>    § 3-6 利用影响线求内力值 .....33</p> <p>    § 3-7 最不利荷载位置 .....35</p> <p>    § 3-8 特殊情形 .....40</p> <p>    § 3-9 几种常用的标准荷载制 .....43</p> <p>    § 3-10 利用换算荷载求最大内力 .....46</p> <p>    § 3-11 简支梁的包络图 .....52</p> <p>    § 3-12 简支梁的绝对最大弯矩 .....55</p> <p>    习题 .....57</p> <p><b>第四章 静定梁与静定平面刚架</b>.....6</p> <p>    § 4-1 单跨静定梁 .....60</p> <p>    § 4-2 多跨静定梁在固定荷载下的计算 .....65</p>	<p>    § 4-3 多跨静定梁的影响线 .....69</p> <p>    § 4-4 静定平面刚架在固定荷载作用下的计算 .....71</p> <p>    § 4-5 多跨静定刚架的影响线 .....77</p> <p>    习题 .....79</p> <p><b>第五章 静定梁式平面桁架</b>.....84</p> <p>    § 5-1 一般概念 .....84</p> <p>    § 5-2 静定梁式平面桁架的分类 .....85</p> <p>    § 5-3 求桁架内力的解析法 .....87</p> <p>    * § 5-4 代替法 .....97</p> <p>    * § 5-5 通路法 .....102</p> <p>    § 5-6 再分析桁架的形成及其作用 .....106</p> <p>    § 5-7 再分析桁架的内力分析 .....108</p> <p>    § 5-8 用解析法绘桁架内力影响线 .....111</p> <p>    § 5-9 再分析桁架的影响线 .....124</p> <p>    * § 5-10 桁架内力图解法 .....129</p> <p>    * § 5-11 桁架外形对杆件内力的影响 .....131</p> <p>    习题 .....133</p> <p><b>第六章 推力结构与组合结构</b>.....139</p> <p>    § 6-1 推力结构的分类 .....139</p> <p>    § 6-2 三铰拱的数解法 .....141</p> <p>    § 6-3 三铰拱的图解法 .....146</p> <p>    § 6-4 三铰拱的合理拱轴 .....148</p> <p>    § 6-5 三铰刚架与三铰拱式桁架 .....151</p> <p>    § 6-6 静定组合结构的计算 .....154</p> <p>    § 6-7 三铰拱影响线 .....158</p> <p>    * § 6-8 核心力矩 .....161</p> <p>    § 6-9 三铰拱式桁架的内力影响线 .....163</p> <p>    § 6-10 组合结构影响线 .....166</p> <p>    * § 6-11 悬式结构的计算 .....166</p> <p>    习题 .....169</p> <p><b>第七章 静定空间桁架</b>.....176</p> <p>    § 7-1 引言 .....176</p> <p>    § 7-2 空间力系的平衡 .....177</p> <p>    § 7-3 空间结构的支座及其几何不变性 .....178</p>
---	---

§ 7-4	静定空间桁架的形成及其几何不 变性 .....	180
§ 7-5	用结点法求内力 .....	183
§ 7-6	用截面法求内力 .....	185
* § 7-7	拉力系数法 .....	186
§ 7-8	分解为平面桁架的计算方法 .....	190
* § 7-9	代替法 .....	191
	习题 .....	193
<b>第八章</b>	<b>结构位移计算</b> .....	<b>196</b>
§ 8-1	概述 .....	196
§ 8-2	实功与变形位能 .....	197
§ 8-3	虚功与虚功原理 .....	205
§ 8-4	静定结构在荷载作用下的位移计算 ——单位荷载法 .....	207
§ 8-5	用解析法求结构变位示例 .....	210
* § 8-6	位能微分法——卡斯奇梁诺定理 .....	214
§ 8-7	图乘法 .....	216
§ 8-8	图乘法示例 .....	219
§ 8-9	阶形柱的变位计算 .....	224
§ 8-10	互等定理 .....	226
§ 8-11	位移影响线 .....	230
§ 8-12	弹性荷载法 .....	232
§ 8-13	在实体截面结构中的弹性荷载公式 .....	236
§ 8-14	温度改变引起的位移计算 .....	239
§ 8-15	支座沉降引起的位移计算 .....	242
* § 8-16	桁架位移图解法基础 .....	244

* § 8-17	简单桁架的位移图解法 .....	244
* § 8-18	比较复杂桁架的位移图解法 .....	247
	习题 .....	248
<b>第九章</b>	<b>超静定结构的一般概念</b> .....	<b>254</b>
§ 9-1	超静定结构的形式 .....	254
§ 9-2	超静定次数的确定 .....	256
§ 9-3	超静定结构的特性及其计算方法 .....	257
	习题 .....	258
<b>第十章</b>	<b>力法</b> .....	<b>260</b>
§ 10-1	力法的基本原理及其正则方程式 .....	260
§ 10-2	力法示例 .....	265
§ 10-3	刚架计算的简化 .....	270
§ 10-4	超静定结构的位移计算 .....	284
§ 10-5	力法计算的校核 .....	286
§ 10-6	温度变化的影响 .....	289
§ 10-7	基础下沉的影响 .....	291
§ 10-8	取用超静定基本结构的解法 .....	294
§ 10-9	复杂刚架计算示例 .....	296
§ 10-10	力法正则方程式的矩阵表示 .....	302
§ 10-11	网格梁结构计算 .....	304
§ 10-12	力法在单层工业厂房建筑中的应用 .....	308
	习题 .....	312
<b>附录 I</b>	<b>在机动法中求瞬心的方法</b> .....	<b>319</b>
<b>附录 II</b>	<b>变形体虚功原理</b> .....	<b>322</b>
<b>附录 III</b>	<b>按高斯法解正则方程式</b> .....	<b>326</b>
<b>附录 IV</b>	<b>习题答案</b> .....	<b>329</b>

# 第一章 绪 论

## § 1-1 结构力学的研究对象和任务

建筑物中用以支承荷载的骨架部分称为结构。铁路及公路工程中的桥梁、隧道、涵洞，房屋建筑工程中的梁、柱、屋架体系，以及堤坝、水塔等都是结构的典型例子。

在工程中所用的结构，从几何观点来看可以分为杆系结构、薄壁结构(如板、壳)、实体结构(如重力坝)。

本书只讨论杆系结构<sup>①</sup>的计算。对于薄壁结构和实体结构的受力分析将在应用弹性力学中进行研究。

结构力学研究杆系结构的组成规律和合理形式，以及杆系结构在静力和动力作用下它们的强度、刚度和稳定性的分析。在这些计算中均将涉及内力和位移计算问题。因此，研究杆系结构的内力和位移计算，便成为本课程的主要内容。

结构构件的截面设计与构造处理等内容，系属于建筑结构课程的范围。至于单一杆件的强度、刚度和稳定性的计算，及其截面上的应力分布规律等则属于材料力学课程的研究范围。

为了适应现代化建设的需要，考虑到电子计算机的应用日益广泛，故本书列入了结构矩阵分析的内容，为“电算”打好基础。因此，在学习本门课程时，还要求先学或平行学习算法语言和程序设计课程。

结构力学是一些工程专业的一门技术基础课。通过学习为建筑结构和其它后继专业课程打下良好的基础。为今后分析和解决工程技术问题提供必要的基础知识和计算技能，也为以后进行科学研究，钻研与结构力学有关的问题奠定必要的理论基础。

在学习中要注意结构力学的理论是怎样服务于工程实际的。要把精力集中在培养分析问题和解决问题的能力上。既要联系实际研究理论问题，又要灵活应用理论去解决实际问题。学习时要学会抓主要矛盾，分清主次，掌握重点。首先要理解概念、原理和方法，然后再完成习题和作业。实践一再证明，不做一定数量的习题，是很难学好结构力学的。

## § 1-2 结构的计算简图

在结构设计中，想要完全严格地按照结构的实际情况进行力学分析，是不可能的，也是不必要的。因此，对实际结构进行力学分析以前，必须作一些必要的简化，一方面必须使结构保留其基本的、主要的特点，另一方面可以略去一些次要因素与作用，用一个简化了的计算模式来代替实际结构。这种简化模式称为该结构的计算简图。

<sup>①</sup> 这里指的是一般杆系结构而不是薄壁杆系结构。



例如一根大梁(图 1-1a)两端搁置在墙上,中间悬挂一重物。这虽然是一个最简单的结构,但如果要按照实际情况进行分析,首先将无法确定其两端的反力,因为反力沿墙宽的分布规律是难以知道的。现在假定其反力为均匀分布,并进一步以其作用于墙宽中点的合力来代替分布的反力。梁本身则用其轴线来代替。这样便得到如图 1-1b 所示的计算简图。显然,只要墙宽和梁的长度相比要小许多,同时梁的截面尺寸也比梁的长度小许多,则上述简化在工程上是完全可以的。

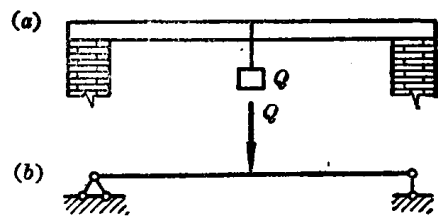


图 1-1

与此同时,对所使用的材料性能,也要作一些简化;例如将其简化为匀质的、各向同性的理想弹性材料等。

选定计算简图应遵循下述原则:一方面应该尽可能正确地反映实际情况,使计算的结果能保证其可靠性与必要的精确度;另一方面又必须略去某些次要因素,便于计算。

有时,在计算同一结构时,需要采用几种计算简图。在初步设计中为了估算截面,采用一个较粗略而计算简单的计算简图,而在最后计算时,则采用较复杂较精确的计算简图。此外,计算简图的选取尚与手边可使用的计算工具有关;显然,在具备电子计算机的条件下,就可以采用较复杂的计算简图。

选取结构计算简图,是结构受力分析的基础,极为重要。正确地解决这个问题,要求有丰富的结构设计经验,对施工、结构构造等各方面具备全面的知识,并且对结构各部分的受力情况具有正确的判断能力。对于结构力学的初学者,需要在今后学习和工作中逐步提高这方面的能力。

### § 1-3 平面结构支座的分类及其简图

把结构与基础或其他支承物联系起来用以固定结构位置的装置称为支座。平面结构的支座一般有如下四种型式。

(一) 滚轴支座(活动铰支座) 图 1-2a 表示这种支座的构造简图。上部结构(如桥跨)与支座的上摆 A 一起,可绕柱形铰 C 转动;其下摆 B 与支承面  $m-n$  之间装有滚轴,所以它又可沿支承面作平行移动,但 C 点的竖直位移则被阻止。当不考虑支承面上的摩擦力时,这种支座的反力将通过铰 C 的中心,并与支承面  $m-n$  互相垂直。因此,反力的方向和作用点是确定的,只有反力的大小  $R_y$  是一个未知数。根据上述特征,活动铰支座在计算简图中可以用一根链杆 DE 表示(图 1-2b),链杆 DE 的内力即等于该支座反力  $R_y$  的大小,因此这种支座的示力图如图 1-2c

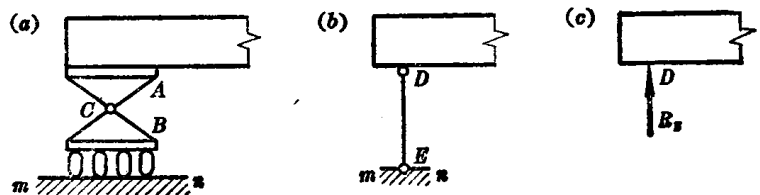


图 1-2

所示。

(二) 铰支座 (固定铰支座) 图 1-3a 表示这种支座的构造简图。它的上部结构能绕  $C$  点转动, 但因其下摆  $B$  与基础固定在一起, 故结构支座处的水平位移和竖直位移都被阻止。铰支座的反力显然应该通过铰  $C$  的中心, 但其方向及大小均为未知。我们用通过  $C$  点的两根不平行链杆  $CE$  和  $CF$  代表铰支座的计算简图 (图 1-3b)。其示力图如图 1-3c 所示。

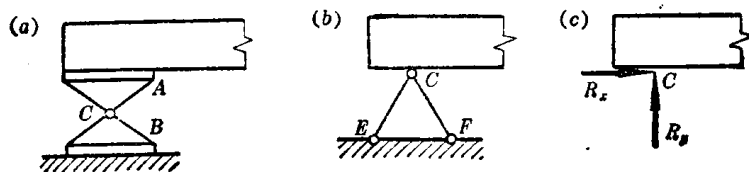


图 1-3

(三) 固定支座 当结构的一端被插入基础或地基, 同时在构造上保证二者结合成一体, 亦即不允许结构在支座处发生任何移动和转动者, 这种支座称为固定支座, 如图 1-4a 所示。显然, 这种支座的反力其大小、方向和作用点均为未知。我们用既不平行又不相交于一点的三根链杆来代表固定支座 (图 1-4b), 也可用图 1-4c 来表示结构的固端。它们的示力图如图 1-4d 所示。

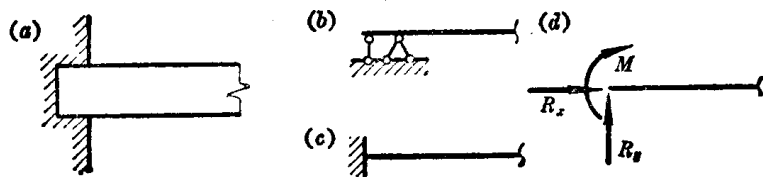


图 1-4

(四) 定向支座 图 1-5a 表示一定向支座。这种支座允许结构沿滚轴方向作少量的水平移动, 而不允许产生任何垂直移动和转动。在计算简图中, 通常用两根平行链杆  $DE$  及  $FG$  来代表定向支座 (图 1-5b)。相应的支座反力以  $R_y$  和  $M$  表示 (图 1-5c)。

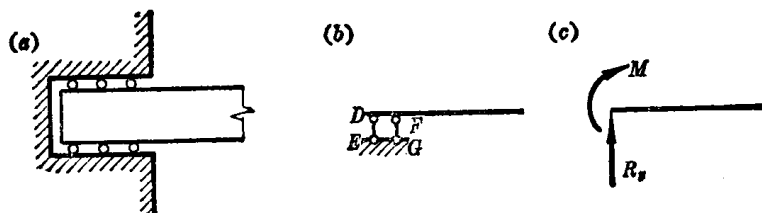


图 1-5

应该注意, 上述各种支座都假定其本身是不变形的, 因此总称为刚性支座。如果在结构计算中, 需要考虑支座本身的变形时, 则这种支座称为弹性支座。除非特别说明, 本书涉及的支座均为刚性支座。

## § 1-4 杆系结构的简化

由一根或若干根杆件组成的结构, 其每根杆件的长度远大于其截面的尺度时, 这种结构称为

杆系结构。杆系结构又可分为空间杆系结构与平面杆系结构。当杆系结构的各杆轴线与外力的作用线均在同一平面内且各杆截面都有一根主轴在该平面内时称为平面杆系结构；凡杆系的各杆轴线及其主轴的排列以及其外力作用线的方向不具备上述条件者，则称为空间杆系结构。图 1-6 为一平面杆系结构，而图 1-7a 则为一空间杆系结构。在本书中，除第七章讨论几种较常用的空间杆系结构外，其他部分将着重讨论平面杆系结构。

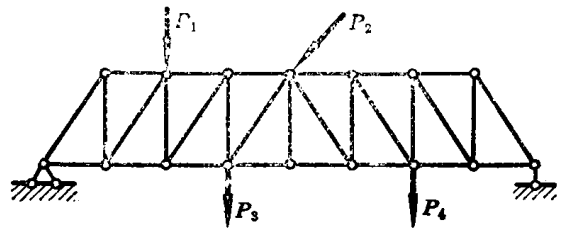


图 1-6

在上节中，我们讨论了结构支座的简化。在本节中，将讨论杆系结构本身的简化。

### (一) 将空间杆系结构简化为平面杆系结构

在实际问题中，任何结构，严格地说都是一种空间结构。然而空间结构的计算远较平面结构为繁，有些结构如按空间结构计算时甚至是很困难的。为了简化计算，多数空间杆系结构可以分解为几个平面杆系结构进行计算，然后叠加。如图 1-7a 所示的空间杆系结构可以简化为五个平面杆系结构之后进行分析计算，然后将结果叠加，如图 1-7b、c 所示。但是在有些情况下，就必须作为空间杆系结构考虑。

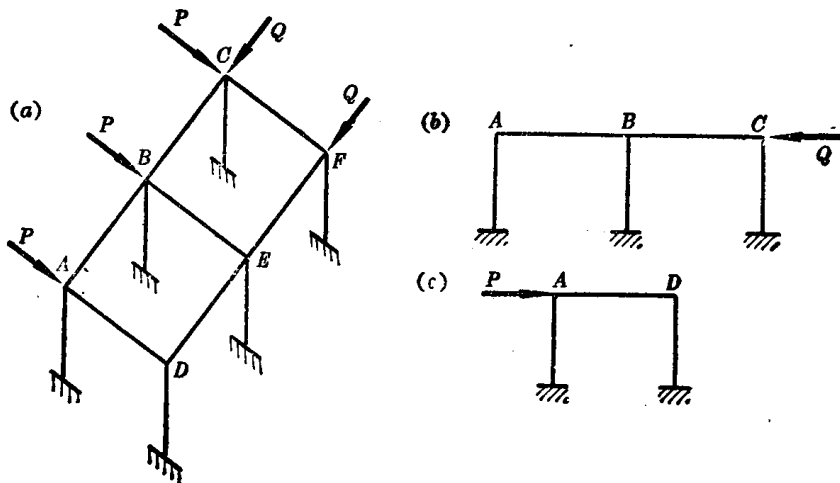


图 1-7

### (二) 将结点简化为铰结点或刚结点

杆系结构中杆件与杆件之间的联结处称为结点。在各种杆系结构中，其结点的构造方式很多，然而没有哪一种结点是没有摩擦力的理想铰结点，而严格的刚性固结的结点也是很少的。为了简化计算，在计算简图中常将实际的结点简化为理想铰结点或刚结点。

(1) 铰结点 一个理想的铰结点，其特征是被联结的各杆可以绕结点中心自由地转动。在工程结构中，除了枢接钢桥外，用铰来联结杆件的例子是很少的。图 1-8a 表示一木屋架的结点，它比较接近于铰结点。理想的铰结点在计算简图上用一个小圆圈表示(图 1-8b)。

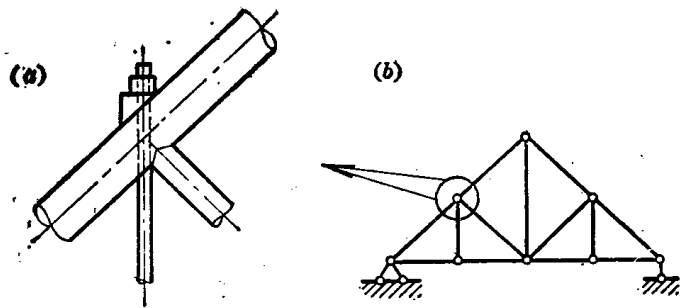


图 1-8

(2) 刚结点 图 1-9a 表示一钢筋混凝土框架的边柱和梁的结点。上柱、下柱和梁用混凝土浇成整体,钢筋的布置也使各杆端能抵抗弯矩。在分析计算时,这类结点常被视为刚结点。刚结点的特征是当结构发生变形时,交汇于该点的各杆端之间的夹角保持不变(图 1-9b),其计算简图如图 1-9c 所示。

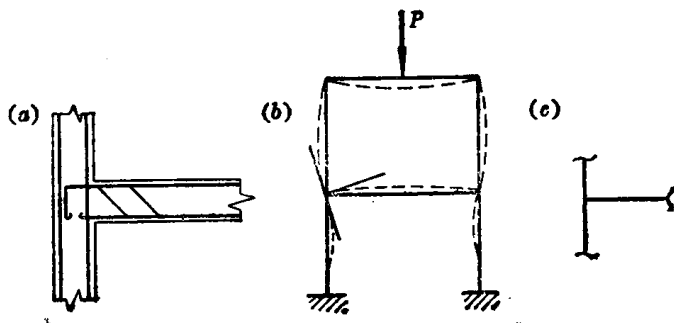


图 1-9

### § 1-5 平面杆系结构及其分类

在结构力学中,我们常用“结构”这一名词,实际上它是指结构的计算简图而言的。平面杆系结构,按其受力特点及计算简图,可以分为下列几类:

(一) 梁 梁是一种受弯构件,其轴线通常为直线(图 1-10a)。梁可以是单跨的,也可以是多跨的。

(二) 桁架 桁架一般由直杆组成,所有结点均为铰结(图 1-10b)。通常只承受结点荷载,故各杆内仅有轴力。

(三) 拱 拱的轴线为曲线,且在竖向荷载作用下将产生水平反力(图 1-10c)。这种水平反力大大减少了拱内的弯矩。

(四) 刚架 刚架一般也是由直杆组成(图 1-10d),其中的结点至少有一部分为刚结点。刚架各杆常同时承受弯矩、剪力和轴力。

(五) 组合结构 这种结构是由梁与桁架(图 1-10e),或桁架与拱组合在一起的结构,也称混合结构。在这种结构中,有些杆件只承受轴力,而有些杆件除轴力外还同时承受弯矩和剪力。

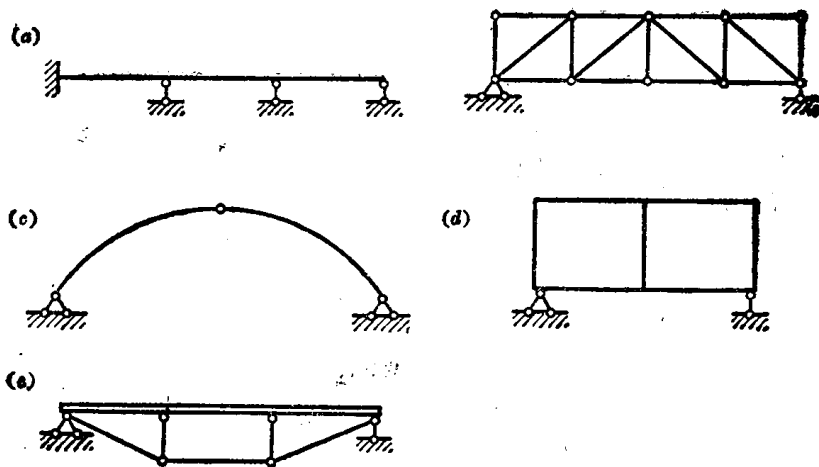


图 1-10

杆系结构根据计算方法的特点,可以分为静定结构和超静定结构。若一结构在承受任意荷载时,所有反力和任一杆件的内力均可由静力平衡条件来确定,则此结构称为静定结构。反之,若一结构的所有反力和内力不能仅由平衡条件来确定,还必须考虑结构的变形条件才能求得时,则此结构称为超静定结构。

例如图 1-11a 所示简支梁,其三个支承反力可由梁的整体平衡条件求得,然后由任一截面一边的隔离体的平衡条件,即可求出该截面的内力,故此梁为静定结构。图 1-11b 所示一端固定另一端铰支的梁,有四个未知反力,不能仅靠三个平衡方程求得,从而也就不能进一步确定各截面的内力。为了求得它的反力和内力,除了使用静力平衡方程外,还必须考虑结构变形的几何条件和物理条件,故此梁为一超静定梁。

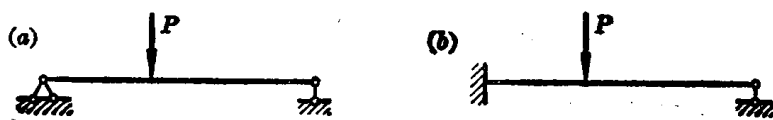


图 1-11

### § 1-6 荷载及其分类

荷载是主动作用于结构上的外力,例如结构的自重、楼面的使用荷载、土压力、列车的轮压等。根据外力作用的具体情况,荷载可近似地简化为集中荷载和分布荷载。分布荷载在杆系结构中用荷载的线分布集度来表示,即沿杆轴单位长度上的作用力。分布荷载可以是均匀分布的,即集度是常数的,或非匀布的,即其集度沿杆轴变化的。楼面荷载、人群荷载等为均布荷载,静水压力则为非均布荷载,或称均变荷载。

一般地说,集中荷载是有一定着力点的个别的力(例如轮压力、柱压力等)。事实上,这种荷载也分布于结构的一定长度或表面上,但是这个长度或表面比结构的长度或表面要小得多,因此荷载就被视为作用于一点上。

按作用在结构上的部位来说,荷载可分为直接荷载与间接荷载。图 1-12 把这种分类表示得最清楚。对桥板来说,集中荷载  $P$  与均布荷载  $q$  是直接荷载。同一荷载对主梁来说,却为结点荷载或称为间接荷载,因为它是靠辅助梁或传力梁传达于主梁上的定点(结点)的。

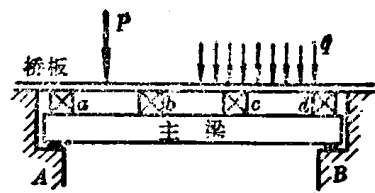


图 1-12

根据荷载在结构上作用时间的久暂,它可以分为恒载和活载两类。恒载(或称静重)是指长期作用在结构上的不变荷载,如结构的自重以及长期停放在结构上的设备重量等。在结构的使用过程中,这些荷载的大小、方向及作用点位置均不变更。活载是在结构施工和使用期间可能存在的可变荷载,如楼面荷载、列车、人群、风、雪等。

对于结构进行计算时,恒载和部分活载(如雪载、风载)在结构上作用的位置可以认为是固定的,这种荷载称为固定荷载。有些活载,如桥梁上的列车荷载、吊车梁上的吊车荷载等,它们在结构上的位置是移动的,这种荷载称为移动荷载。

按荷载作用的性质,可以分为静力荷载和动力荷载两类。静力荷载的特点是施加荷载时由零逐渐增加到最后值,在这样的加载过程中,结构不引起明显的加速度,因此认为没有惯性力发生。静力荷载又常称为静荷载。动力荷载是相对于静力荷载而言的,它的大小、方向都可能随时间而变。施加动力荷载的过程将引起结构运动状态的改变,因此产生加速度,从而出现了惯性力。动力机械运转时产生的荷载或冲击波的压力都是动力荷载的例子。列车荷载、风载和地震力通常在设计中略去其动力作用,而被视为静力荷载,但在特殊情况下需要按动力荷载考虑。

除上述荷载外,结构还可能受到其他外界因素的影响,如温度改变、支座移动、材料的收缩、制造误差等都可能使结构产生变形或内力。从某种意义上说,这些亦可称之为“荷载”。

至于荷载单位,在本书中,基本采用国际单位制。这种单位制规定使每千克(kg)质量的物体产生  $1 \text{ 米/秒}^2 (\text{m/s}^2)$  的加速度时所用的力称为 1 牛(N)。集中力的单位用牛(N)或千牛(kN)来表示;线荷载集度用牛/米(N/m)或千牛/米(kN/m)来表示。需要指出的是,在现行的规范中,其荷载单位有些仍采用工程单位制,故在本书的算例中,当采用规范上的荷载时,也仍用工程单位制。

在进行结构分析以前,我们不仅必须确定其计算简图,而且还必须确定其所承受的荷载。合理地确定荷载是结构设计中极为重要的工作。如果估计过大,就会造成浪费,估计过低,则其结果将不够安全,甚至造成事故。在确定荷载时,通常按国家颁布的有关规范选用。对于特殊的结构物还要进行专门的荷载实验和研究。

## § 1-7 计算方法

结构分析的方法分为实验分析与分析计算两个方面。前者系一门专门的课程,不在本书讨论的范围以内。关于结构的分析计算方法主要是考虑三个方面,即:(1) 结构全部或其一部分的平衡条件;(2) 结构变形的协调条件;(3) 材料的物理性能。在分析时,一般可以用解析法或图

解法,或用介于二者之间的所谓图解解析法。

为实用起见,在分析结构时,对于不同类型的结构与杆件需要作一些基本假设。这些基本假设大多在材料力学与理论力学的课程中曾经详细地叙述过,因此在本书中,除个别地方外,将不再重复叙述。

结构力学所研究的问题,其主要对象是在荷载作用下变形非常微小的结构。在此情况下,结构的变形对于外力作用点的位置没有显著的改变。因此在多数情况下<sup>①</sup>,结构的计算均可在变形以前的结构计算简图上进行。此时,荷载与内力或荷载与变形之间存在着线性关系,因此叠加原理可以应用。但是在另外一些情况下,虽然变形很小,然而它影响到外力对结构作用性质的改变,或者由于变形很大从而显著地影响到外力作用点位置或方向的改变。此时结构的一切计算应在变形之后的结构计算简图上进行,而且荷载与内力之间或荷载与变形之间存在着非线性关系,因此叠加原理不能应用,或者在应用时必须加以某种限制。

由上述可知,结构可分为线性与非线性结构两大类。本书研究的主要是线性结构。

静定结构的计算,只用平衡条件即可确定反力和内力,而不需涉及几何条件和物理条件。

变位计算是结构计算的一个重要方面。在材料服从虎克定律而且属于几何线性的小变形结构中,外力和变位呈现线性关系,叠加原理可以应用。

超静定结构的计算一般可分为力法和形变法两大类。前者一般以静定结构作为计算基础,而后者则以结构的结点位移为未知量。所有静定与超静定杆系结构的计算方法大多数都可以归纳到上述两大类中去。

在实际工程问题中,对于某些大型的重要的杆系结构的分析计算,常出现大量的未知数。在此情形下,常需要借助于电子计算机。对此,运用矩阵这个数学工具最为有利。因此就有所谓矩阵力法与矩阵位移法,也就是柔度法与刚度法。其中最常用的是所谓直接刚度法。这也是本书中要详加讨论的一种计算技术,以便为使用电子计算机打下必要的基础。然而矩阵的方法不仅适用于电算,即使在手算时,在某些情况下,也是一种较为简便实用的方法。

<sup>①</sup> 这里主要是指静定及超静定结构的计算部分而言,对压挠杆件及稳定计算中则要用变形以后的位置建立平衡方程式。

## 第二章 平面体系的机动分析

### § 2-1 机动分析的目的

前已指出,结构力学的任务之一是对体系进行受力分析,所以必须首先检查,体系是否具备了牢固地保持其形状和位置的性能,以便支承一定的荷载。图 2-1a 所示的铰接四边形是一个四链杆机构,其几何形状是不固定的,容易倾倒,如图中虚线所示,我们称它为几何可变体系<sup>①</sup>。图 2-1b 所示的体系,它在任意荷载作用下,其几何形状及位置能牢固地保持不变,我们称这样的体系为几何不变体系。当然,在这里我们略去了材料的弹性变形,因为这种变形一般是微小的,所以在机动分析中我们将不考虑这类弹性变形,而把各杆均看作刚体研究其结构图形的几何变形。

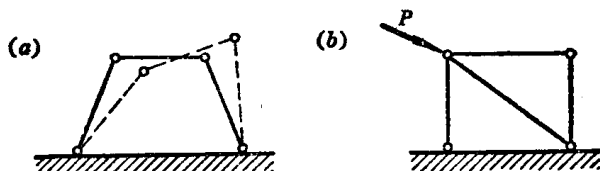


图 2-1

作为一个承重结构,在结构设计和选定计算简图时都必须是几何不变体系,而不能采用几何可变体系。体系机动分析的主要目的就是保证结构几何图形的不变性,以及确定内力分析的次序和决定计算方法。

在机动分析中,由于不考虑杆件本身的变形,我们可以把一根梁,一根链杆或已知是几何不变的部分看作是一个刚体。平面内的刚体可称为刚片。

### § 2-2 平面体系的自由度

为了判别体系是否几何不变,可首先计算其自由度。所谓一个体系的自由度,是指该体系运动时,用以完全确定其位置所需的独立参数的数目。

如一个点  $A$  在平面内运动时,要用两个独立的坐标变量  $x$  和  $y$  才能完全确定其位置

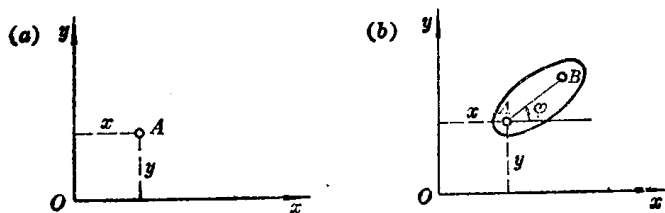


图 2-2

<sup>①</sup> 几何可变也称几何不稳定,简称不稳定。  
几何不变也称几何稳定,简称稳定。



(图 2-2a), 因此一个点在平面内有两个自由度。一个刚片在平面内运动时则有三个自由度, 即刚片上任意一点  $A$  的坐标  $x, y$  和任一直线  $AB$  的倾角  $\varphi$  (图 2-2b)。

体系的自由度将因加入限制运动的约束装置而减少。凡减少一个自由度的装置称为一个联系(或一个约束)。例如图 2-3a 中所示的梁  $AB$ , 支承于  $AC$  链杆上。没有链杆时, 梁在平面内有三个自由度。加上链杆  $AC$  后, 梁  $AB$  只有两种运动方式:  $A$  点绕  $C$  点转动; 梁绕  $A$  点转动。由此可见, 链杆使梁的自由度由 3 减为 2, 故一根链杆装置, 相当于一个联系。又如图 2-3b 所示的梁  $AB$  用一个铰  $A$  使  $A$  点固定起来, 则此刚片减少了两个自由度, 即  $AB$  梁只能绕  $A$  点转动, 因此一个铰相当于两个联系或两个约束。

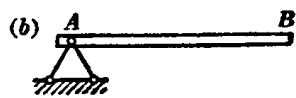
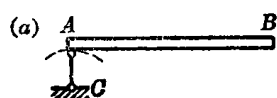


图 2-3

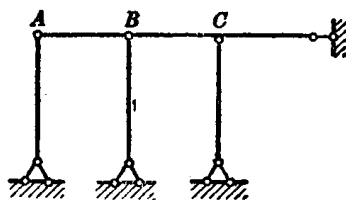


图 2-4

一般的杆件体系, 往往是由几个杆件所组成, 它们之间用铰相联结, 而与地基之间则用支承链杆相联结。图 2-4 表示这样一个平面杆系结构, 其中  $A$  和  $C$  处的铰联结了两个刚片, 而  $B$  处的铰则联结了三个刚片, 因此它们的作用是不同的。当一个铰  $A$  联结两个刚片 I 与 II 时 (图 2-5a), 若刚片 I 的位置由  $A$  点的坐标  $x, y$  和倾角  $\varphi_1$  完全确定后, 则刚片 II 相对于刚片 I 来说, 就只能绕  $A$  点转动, 其位置只需倾角  $\varphi_2$  一个参数即可确定。这样, 两个刚片分散时在平面内其自由度为 6, 而用一个铰相联后即减为 4。这种联结两个刚片的铰称为单铰。一个单铰相当于两个联系。当一个铰联结三个刚片时 (图 2-5b), 若刚片 I 的位置已确定, 则刚片 II 和 III 都只能独立地绕  $A$  点转动, 故其自由度为 5; 因此这样的铰相当于两个单铰的作用。一般说来, 联结两个以上刚片的铰, 都称为复铰。联结  $n$  个刚片的复铰, 其作用相当于  $(n-1)$  个单铰。

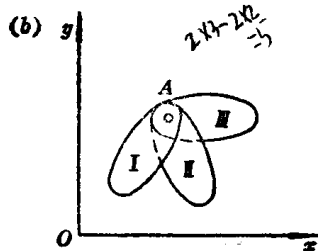
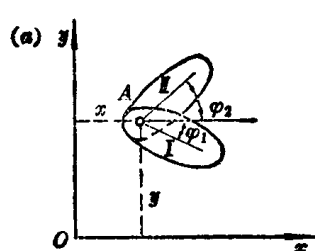


图 2-5

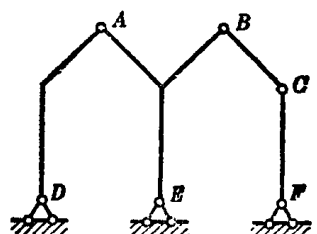


图 2-6

因此, 一平面体系, 设其刚片数为  $m$ , 折算单铰数为  $h$ , 支承链杆数为  $r$ , 则其自由度  $W$  的计算公式为

$$W = 3m - 2h - r \quad (2-1)$$

例如图 2-4 所示的体系, 其刚片数  $m$  为 5, 折算单铰数  $h$  为 4, 支承链杆数为 7, 由公式 (2-1) 可算得其自由度为

$$W = 3 \times 5 - 2 \times 4 - 7 = 0$$

又如图 2-6 所示的体系, 其刚片数为 4,  $A, B, C$  处各为 1 个单铰 ( $D, E, F$  处的铰是在支承链