

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 信 号

### 1.1.1 信号及其基本特性

“信号”是一个被广泛使用的名词，例如，无线电信号、电视信号、报警信号和交通信号等，这些信号都是信息的一种物理体现。在信号处理领域里，信号被定义为一个随时间变化的物理量，例如电磁波，声波和振动波等。为了便于处理，通常都使用传感器把这些真实世界的物理信号转换为电信号。同样，经过处理的电信号也可以使用传感器再转换为真实世界的物理信号。

现实生活中最常见的传感器是话筒和扬声器。话筒将声压的变化转换为随声压变化的电压信号；扬声器则相反，它把电压信号转换为空气压力信号。这些经由传感器产生和转换的电信号在幅度和时间上都是连续变化的，被称之为模拟信号。

描述信号的两个最基本的参数是频率和幅度。下面我们以空气压力为例来说明这些参数如何影响信号的基本特性。空气压力的极缓慢的变化，被称之为大气压。大气压的变化以小时和天为单位。如果空气压力的变化是在频率约低于20Hz的范围，就被称为次声波，它不能被听到，但是如果强度足够大，就能被感觉到。空气压力变化的频率在20Hz到20KHz之间，就被称为声波。高于20KHz的空气压力的变化，称为超声波，例如蝙蝠或一些控制器件就可以发出超声波，超声波具有方向性，可以成束。

由这个例子可以看出，尽管这些信号具有同样的物理性质，但因为频率不同，它们的特性和表现有很大的差别。

最简单的信号是正弦信号，它具有单一的频率，被称为是“单色”信号。具有各种正弦频率分量的信号称为复合信号。事实上，我们所要处理的信号绝大多数是复合信号，复合信号的一个重要参数是频带宽度，简称带宽。例如，一个高音质的音响信号的带宽是20KHz，而一个视频信号的带宽是6MHz。

### 1.1.2 连续信号和离散信号

连续信号是指随时间而连续变化的信号，它们在一个时间区间里的任何瞬间都有确定的值。

另有一类信号，它们只在离散的时间点有确定的值，称之为时间离散信号。时间离散信号通常都是通过对连续信号采样而得到的。例如，一个控制系统中的监测装置，它每隔一分钟测量(即采样)一次化学反应容器中的温度，虽然温度是一个连续变化的量，但采样输出的是离散信号。图1-1(a)和图1-1(b)所示是一个连续信号和对其采样后所得的离散信号。

### 1.1.3 模拟信号和数字信号

精确地说, 模拟信号是指幅度连续的信号。为了叙述简单, 通常我们把时间和幅度上都是连续的信号称为模拟信号, 而时间和幅度上都是离散的信号则称为数字信号。

因此, 一个真实世界的物理信号首先要经由传感器转换为时间连续、幅度连续的电信号(即模拟信号), 如图1-1(a)所示, 经过采样成为时间离散、幅度仍然连续的信号, 如图1-1(b)所示, 再经过模数转换就成为时间离散、幅度离散的信号(即数字信号), 如图1-1(c)所示。这个从模拟信号到数字信号的转换过程将在1.5节详细介绍。

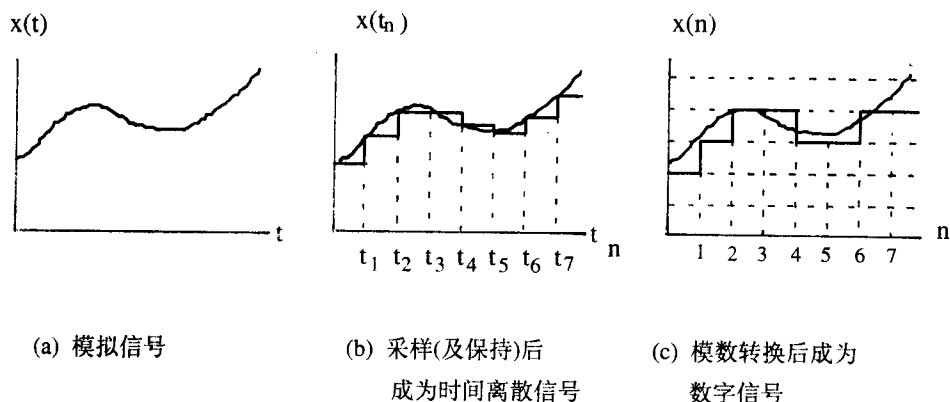


图1-1 从模拟信号转换到数字信号

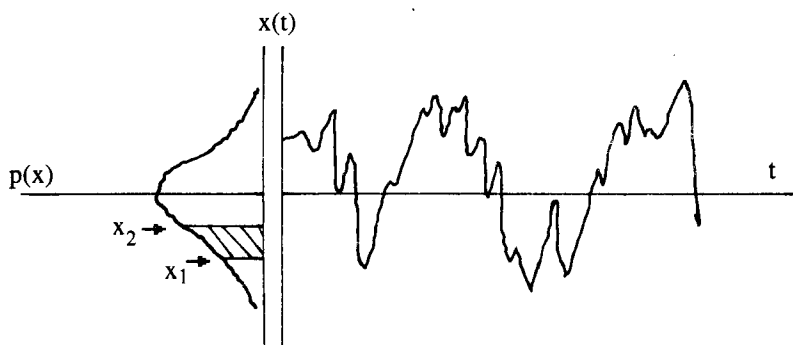
### 1.1.4 确定性信号和随机信号

信号可以分为确定性信号和随机信号两类。对于确定性信号, 它的每一个值都可以用有限个参量来唯一地加以描述。例如, 直流信号仅用一个参量就可以描述。阶跃函数可以用幅度和时间两个参量来描述, 而正弦波则可以用幅度、频率和相位三个参量来描述。

随机信号则不能用有限的参量来唯一确定地加以描述, 也无法对它的未来值确定地预测, 但它可以通过统计学的方法来描述。许多自然现象所发生的信号、语音信号、图象信号以及下面我们要介绍的噪声, 都是随机信号。这些信号可以具有幅度(能量)的随机性, 也可具有发生时间上的随机性, 或者两者兼而有之。

一个随机信号通常可以用它的概率密度函数来描述, 概率密度函数是与信号频谱无关的一个信号统计量。如图1-2所示即为一个随机信号的概率密度函数 $P(x)$ , 曲线下的总面积为1。在信号的任何两个幅度 $x_1$ 和 $x_2$ 之间的在概率密度函数曲线下的面积, 等于信号在 $x_1$ 和 $x_2$ 之间所花费的那部分时间, 也就是说, 这个面积等于在所有时间里信号幅度处在 $x_1$ 和 $x_2$ 之间的概率。

另一个用来描述随机信号特性的是功率密度谱, 它给出随机信号的能量在频率上是如何分布的, 在下面讨论噪声时将要用到。

图1-2 信号 $x(t)$ 的概率密度函数 $P(x)$ 

### 1.1.5 噪声

噪声是一种随机变量，在大多数情况下它是我们所不希望的。噪声对观察者来说是不可预测的，但可以用统计方法来描述。实际的信号总是包含有噪声的。只要不是在绝对零度的温度下，任何电路都会产生热噪声，这是由于电荷载流子(电子)的热运动，欧姆电阻两端的电位差会有一个统计起伏而产生的。此外，由于电荷载流子的不规则流动所形成的电子电流的量子起伏(“散粒”)会产生所谓散粒噪声。发生信号的信号源以及处理信号的设备或仪器，都能将热噪声和散粒噪声引入信号之中。

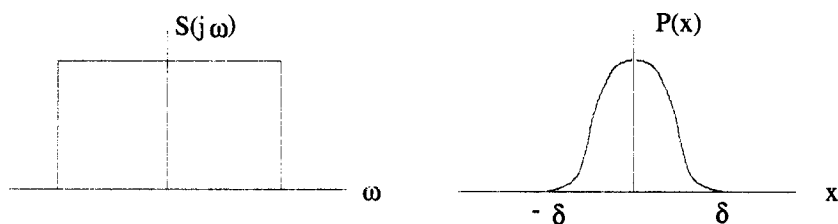
噪声的另一个来源是外界的干扰，例如交流电源及其谐波干扰，电火花、无线电波等射频干扰。在以后的章节里我们将看到，在信号的模-数转换和数字处理中也将引入噪声。

最常见的一种噪声称为白噪声，“白”字是从白色光线的类比而得名。理想情况下，白噪声应该是指在所有频率下具有相等的功率密度(也即有均匀的能量分布)的噪声。但由于“所有频率”意味着无限带宽(因而有无限的功率)，这在物理上是不存在的。因此实际上，如果在所研究的频带内噪声具有平直的功率密度，那么这种噪声就被称为白噪声，如图1-3所示。白噪声具有平坦的功率密度，但它的概率密度函数则可以具有各种分布形式，最常见的是具有高斯型概率密度分布的白噪声，如图1-3(a)所示，称为高斯白噪声，例如前述的热噪声和散粒噪声都属于高斯白噪声。另一种常见的白噪声是均匀白噪声，如图1-3(b)所示，量化噪声就是一种均匀白噪声。对于功率密度不均匀的噪声，类似地也可以用颜色来命名。例如，一种功率密度与频率成倒数关系的噪声，就被称为“粉红”噪声。

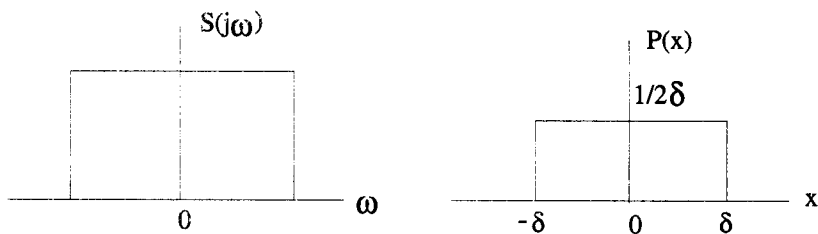
另外有一类噪声称为脉冲噪声，它们主要来自干扰。例如雷电和开关电火花以及电路的干扰等，这种噪声的统计规律复杂，难以用信号处理的方法来消除。它们可以通过电子学的抗干扰措施，例如，改善电子学系统屏蔽和接地以及良好的电路设计来加以抑制。

在本书中，如果不另加说明，我们所说的噪声就是指白噪声。

从信号处理的角度来说，一方面由于噪声是一个随机过程，在这个过程中，不管噪声已被观察了多少时间，也无法确定地推断出它的未来的瞬时值。另一方面，由于噪声能够用统计方法加以描述，因而在某种程度上可以将混杂在有用信号中的噪声去除，或者说，将信号从噪声中提取出来。



(a) 高斯型白噪声

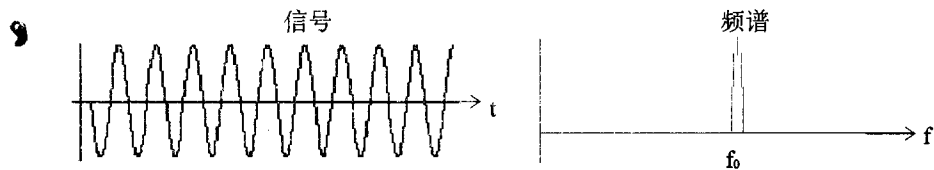


(b) 均匀型白噪声

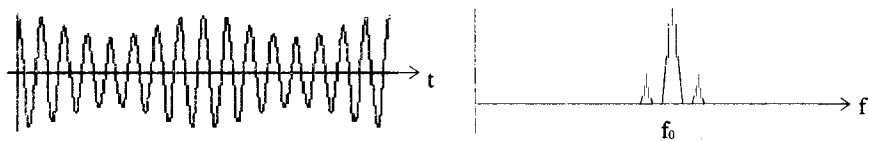
图1-3 白噪声的功率密度函数 $S(j\omega)$ 和概率密度函数 $P(x)$ 

### 1.1.6 信号和它的谱

如前所述, 一个以时间为自变量的物理量称为信号, 这是它在时域里的描述。这个物理量也可以用频率为自变量来在频域里描述, 称为信号所对应的频谱, 简称为“谱”, 而频域又被称为谱域。谱域里常用的因变量是幅度和功率密度, 它们的谱分别称为幅度谱和功率密度谱。



(a) 无限时间区间的正弦信号及其频谱



(b) 正弦调制信号及其频谱

图1-4 两种确定性信号及其频谱

一个信号和它对应的谱又称为一个“映射”(map)。图1-4所示为两种确定性信号和它们对应的谱。图1-4(a)表示在无限时间区间的正弦波信号和它的谱。正弦波具有单一的频率, 理想情况下它的谱应该是单一的谱线, 但由于不可能在无限时间区间里采样, 因此实际上它的谱表现出单一的、有一定宽度的谱峰。图1-4(b)是在无限时间里一个正弦波被另

一个正弦波所调制的信号，它的谱有三个峰，分别为基频和两个边频。图1-5为两种随机信号和它们的谱。图1-5(a)是噪声信号和它的谱，如果在一个较短的时间间隔内来观察噪声，那么得到的谱具有若干谱峰；随着时间加宽，所得的谱就趋于平直(稳定)。图1-5(b)是语音(或音乐)信号和它的谱，即便在很长的时间里观察它们，其谱也是高度不稳定的，但是在短的时间里，它们的谱是稳定的，因此可以看到它们的谱的特征，即所谓“声纹”。

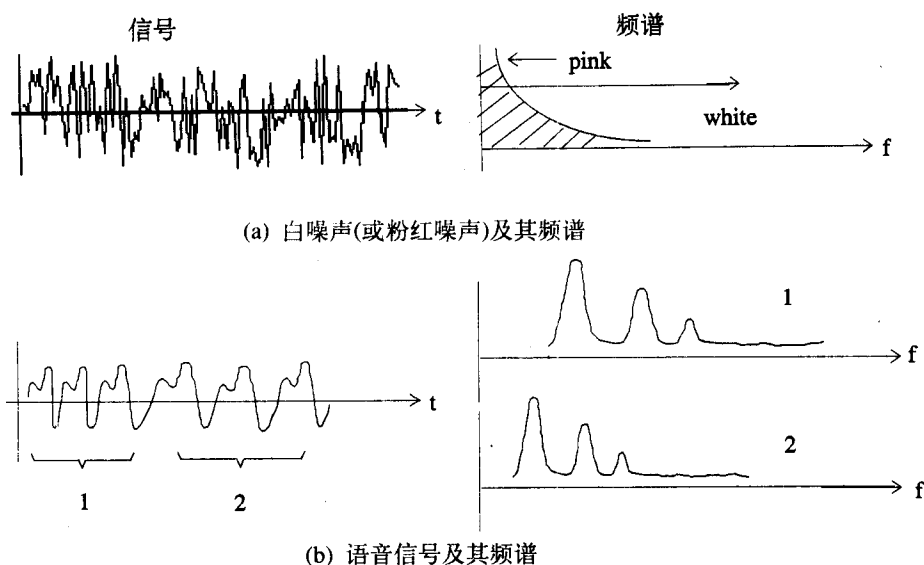


图1-5 两种随机信号及其频谱

信号的谱有两个要素：幅度和相位。在上面谱的图示里看不到相位的关系，以后我们将看到，相位是分析系统的一个重要的量。

信号和谱之间的转换，可以通过称之为傅里叶变换的数学方法来完成。傅里叶变换是数字信号处理算法的重要内容，将在第2章和第3章详细介绍。

广义地说，任何以时间或空间为自变量的物理量(我们称为数据)都有对应的谱。这样，数据域的一个独立变量(例如，对于时域来说，就是时间)，在谱域就对应一个与其量纲相反的变量(例如频率就是时间的倒数)。因此，谱就是与原始数据的一个特定变量有关的反变量的函数。例如，在信息光学里，光学量是空间坐标的函数(数据域的代表)，在它对应的谱域里，相应的变量被称为“空间频率”，它是波长的倒数。又如，一座桥梁所受的负荷力与它的沿长度方向的偏斜所形成的静态模式，也有一个对应的谱，其变量就是一个与桥梁的距离成倒数关系的“频率”。

## 1.2 系 统

在信号处理领域里，我们把系统定义为物理器件的集合，它受到输入信号的激励时，就产生输出信号。输入信号又被称为激励，输出信号又被称为响应，如图1-6所示。

“系统”是一个被过度使用的名词。在讨论信号处理时，有时我们所谈论的系统是指被用来作分析或处理的对象，为了不至于混淆，我们把这种系统称为“物理系统”。而用来对信号进行分析和处理的系统则是信号处理系统。



图1-6 信号处理系统

### 1.2.1 线性系统

系统通常可以分为线性系统和非线性系统。线性系统可用一组常系数微分方程(对连续情况)或差分方程(对离散情况)来描述。

如果一个电子学器件内的电压(或电流)正比于电流(或电压)的积分或导数的一次幂，那么这个器件就被称为线性器件。狭义地说，一个完全由线性器件所组成的系统就是线性系统。这个定义适用于模拟系统。

广义地说，我们是根据系统的外部行为，而不是它的内部结构来定义线性系统的。事实上，一个数字线性系统可以含有模-数转换器、数字信号处理器和数-模转换器等各种非线性器件，只要它在所要求的精度和幅度范围里进行的处理满足以下条件，这个系统就被认为是线性的：

1. 系统的响应遵守叠加原理。如果输入 $f(t)$ 产生输出 $g(t)$ ，输入 $p(t)$ 产生输出 $q(t)$ ，则输入 $Af(t) + Bp(t)$ 就产生输出 $Ag(t) + Bq(t)$ ，其中 $A$ 和 $B$ 是常数。
2. 系统的响应不随时间平移而变化。如果输入 $f(t)$ 产生输出 $g(t)$ ，则输入 $f(t - t_0)$ 产生输出 $g(t - t_0)$ 。即系统的响应与加上激励的时间无关，这样的线性系统又称为时不变线性系统。

线性系统有一个特点：任何存在于输入信号中的频率分量，经过线性系统变换之后，它在输出响应中的幅度和相位都可以改变，但是它的输出响应中不会出现新的频率分量，否则就不是线性系统。例如，整流器就不是一个线性系统，因为在它的输出中，包含了输入中所没有的频率分量。

线性系统是较为简单和被研究得比较透彻的系统，也是我们在本书中所要讨论的。此外，我们所要研究的线性系统是一个因果系统和稳定系统。因果系统是指系统的输入和输出具有物理上的因果关系。稳定系统则是指，如果激励是有界的，则响应也是有界的。

在以后的叙述中，除非专门指出，通常我们把具有上述各项特征的线性系统简称为系统。

### 1.2.2 系统模型和系统函数

我们可以为系统建立一个对应的系统模型，用来研究系统的特征和行为。设系统的输入(激励) $s(t)$ 所对应的谱为 $S(f)$ ，系统的输出(响应) $r(t)$ 所对应的谱为 $R(f)$ 。于是在频域里有：

$$H(f) = R(f)/S(f)$$

$H(f)$  为系统函数, 又称传递函数或频率响应, 它反映了系统模型, 如图 1-7 所示。图中, 方框即是系统模型, 我们无须了解系统的内部, 仅根据系统模型就可以知道, 对于一个输入(激励), 将会有什么样的输出(响应)。图中也表示出了系统在时域和频域之间的变换。

在时域里, 与  $H(f)$  相对应的是系统的冲激响应  $h(t)$ , 它与激励和响应之间的关系是卷积关系。进一步地, 以频率  $f$  为变量的频域还可以扩展为以复变量  $s$  为变量的复频域, 即  $S$  域。所有这些都将在第 2 章里介绍。

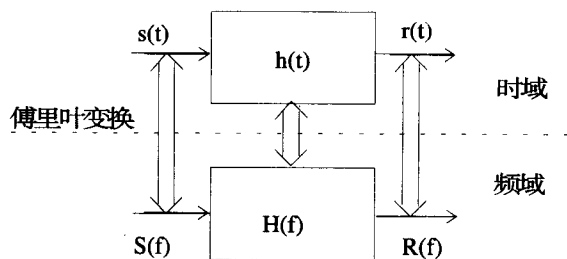


图 1-7 在时域和频域里的系统模型

### 1.2.3 平稳的和遍历的系统

在随机信号的统计处理中, 平稳性和遍历性是其重要的性质。如果支配随机过程的规律不随时间而改变, 则这个随机过程称为是平稳的。

输入随机信号的统计性质通常可以通过求它的平均值而得到。有两种求平均值的方法。第一种方法称为总体(ensemble, 又译为系综)平均, 它在  $t_1$  时刻观察第 1 个样本函数, ..., 在第  $t_n$  时刻观察第  $n$  个样本函数。由此, 从多个样本函数中估计出它的概率密度函数, 从而算出平均值。第二种方法称为时间平均, 它以随机过程的平稳性为前提, 对同一个样本函数在时间上展开进行长时间观察, 并对它取平均。总体平均需要多个样本函数, 因此给观测带来困难, 而时间平均则只要对一个样本函数作长时间观测即可。

对于时间平均和总体平均相一致(概率为 1)的随机过程, 称为遍历性的, 而其系统则称为遍历系统。

实际的物理现象并不一定是遍历的。在随机信号处理中, 可以对大多数平稳物理现象建立遍历性假说, 从而用时间平均来代替总体平均。

## 1.3 信号处理

### 1.3.1 时域处理和频域处理

分析信号最自然而直接的方法是以时间为自变量来进行, 这种在时域里的分析又称为波形分析。示波器就是一种最通用的波形分析和测量仪器。

另外一种更重要的分析信号的方法是将信号转换为对应的谱，在频域里进行分析。这样可以得到更多的信息。例如雷达信号，通过波形分析，从信号的回波时间可以得到目标物的距离信息；而通过频谱来分析它的多普勒频率漂移，就可以得到目标物的速度信息。

我们以一个物理系统的声学特性测量为例，来具体介绍时域和频域两种分析方法。被测的物理系统由房间、扬声器和话筒组成。对于时域方法，可以通过扬声器发出一个突然的脉冲信号，再用话筒来测量房间的墙壁产生的回波衰减响应，如图1-8所示。输入脉冲的幅度不能过大，否则会使系统过载，成为非线性系统。对于时域方法，通过对脉冲响应波形的分析，基本上就可以预言这个声学系统对任意波形的时间响应，从而得出其声学特性。对于频域方法，可以从扬声器里发出某个频率的信号，再通过话筒测得它的响应，逐步调高频率(称之为扫频)，作同样的测量，就可以得到这个声学系统在整个声音频率范围内的响应曲线，即频谱，如图1-9所示。频谱可以更好地反映系统的声学特性，例如，从频谱可以看出这个房间对某几个频率发生共振。对于这两个域，系统的特性是相关的：时域的一个回声的周期 $T_n$ 和频域的一个共振频率 $f_n$ 相联系， $f_n = 1/T_n$ 。

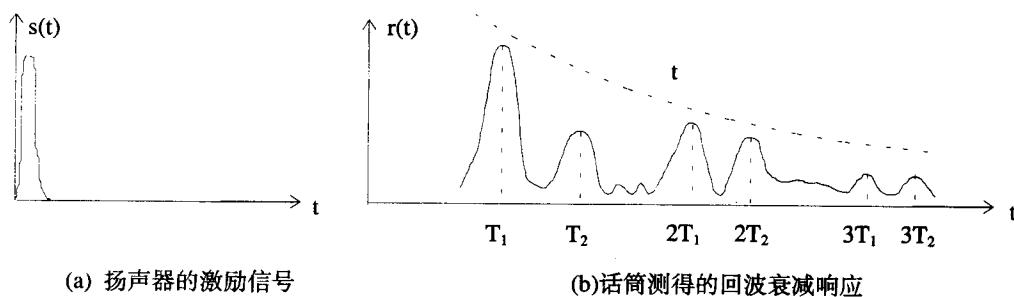


图1-8 房间声学特性的测试

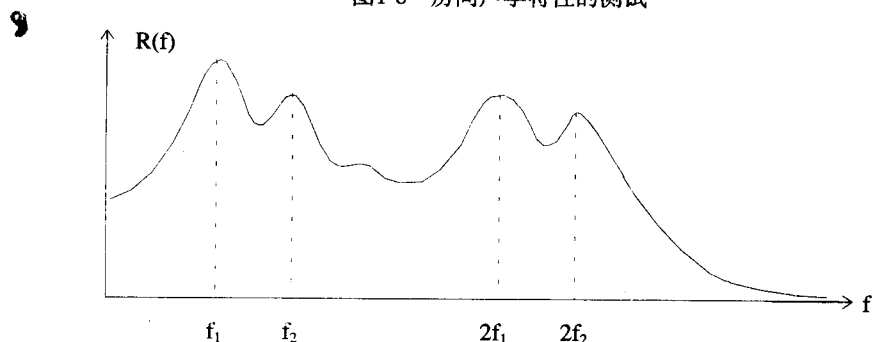


图1-9 房间声学特性的频率响应

总的来说，频域里和时域里的数字信号处理主要包括以下内容：

- 谱分析和谱估计，用来分析频谱的特征。
- 滤波，用来提取频谱的感兴趣的部分。
- 采样数据的抽取和内插。
- 信号的相关分析。

我们在以后的章节里将会看到，上面这些方面不是孤立的，它们之间在方法上有着紧密的联系。

### 1.3.2 谱分析和谱估计

不论是对确定性信号还是随机信号，都可以用谱分析的方法来得到信号的谱的特征。对于随机信号，由于无法预测未来的确定值，而只是根据信号的统计规律来分析，因此被更恰当地称为谱估计。

在第1.1.6节里，我们已经对谱及其特性作了简单介绍。在数字信号处理中，谱分析的最基本和最重要的方法就是快速傅里叶变换，简称FFT。FFT算法将时域的数字信号迅速地变换为它所对应的谱，从谱中便可以得到关于信号的各种特征。自然界的语音信号都有其特征频谱，称为“声纹”。例如，人的声纹就可以用作身份识别，可以根据这一点来做成所谓“语音锁”，它只对特定的人的声音开锁。声纹又可以用来诊断机器部件的故障，因为当机器部件产生疲劳或者有断裂在发展时，它的振动谱就会发生改变。根据这一点，只要记录下某个转动机械的正常振动谱，并作定期测量，与正常谱加以比较，就可以避免事故发生。在医院里，使用类似的模式识别方法，可以监测重症心脏病患者，将患者近期的心脏信号记录下来，与当前的信号加以比较，就可以随时发现异常情况。

也可以对一个谱作反变换运算，即频域到时域的逆向转换，原则上这样可以重建起以时间为变量的原始信号。由于谱是定义在负无穷大到正无穷大的区间，在作反变换时，必须将谱在一个限定的区间处理。这就相当于经过了一个带通滤波器一样，只有处在该频带范围的那一部分信号被重建。由此可以看到，谱分析与滤波有着密切的关系。

### 1.3.3 滤波

滤波(filter)这个词更确切的译名应为“过滤”。在信息领域，过滤是一种最基本的、无处不在的信息处理技术。例如在计算机软件中，许多程序都可以归结为过滤程序，它们将输入的字符流作各种处理和变换，然后输出。

在信号处理领域，广泛使用滤波技术来允许或阻挡信号中的某些频率分量通过，或者从噪声中提取感兴趣的信号。滤波器的理论和应用，首先在模拟信号处理中得到发展。在数字信号处理中，数字滤波器有着重要的位置，这将在第4章专门介绍。根据所要滤除的频率范围来分类，滤波器可以分为低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器和带阻滤波器。例如，图1-10中快变化信号，被一个极慢变化的背景信号所偏移，又被一个慢变化的振荡信号所淹没。我们可以根据所感兴趣的信号是哪一个，而分别使用低通、带通或高通滤波器把它提取出来。

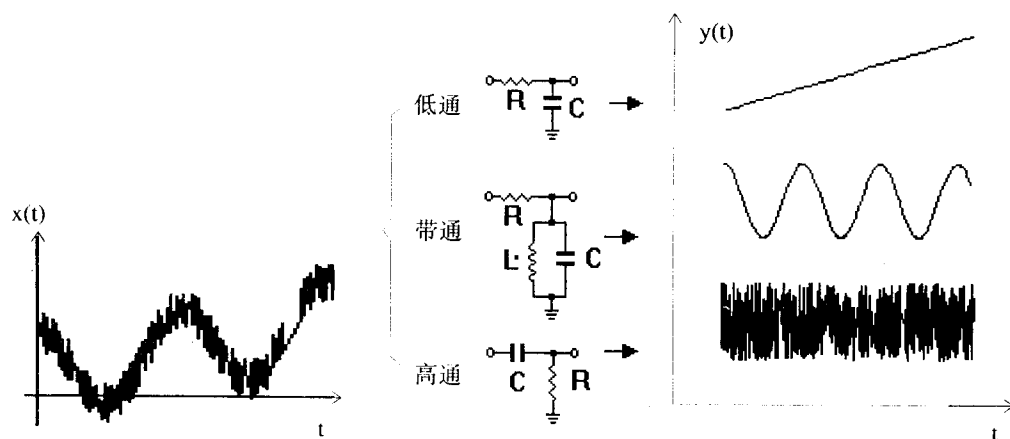


图1-10 最基本的滤波器

## 1.4 模拟处理与数字处理的比较

与模拟信号处理相比较，数字信号处理具有以下优点：

- 信号处理的动态范围宽，信号 - 噪声比高。
- 系统的性能具有确定性和可预见性。
- 系统的灵活性强，并且能实现模拟信号处理所不能实现的功能。

### 1.4.1 动态范围和信号噪声比

以录音系统为例，模拟录音系统的录音音道的偏差允许范围约为1 - 1000之间，噪声电平到磁带的最大不失真记录电平的范围也是这个量级，因此，系统的动态范围是：

$$20\lg(1000) = 60(\text{dB})$$

对于数字录音系统，信号是以“1”和“0”来记录的，因此不受音道偏差允许范围的限制，对于M位的数字系统来说，它的动态范围为：

$$20M\lg 2 \approx 6M(\text{dB})$$

如果采用16位数字系统，那么动态范围就是  $6 \times 16 = 96(\text{dB})$ ，比模拟系统要高出60多倍。

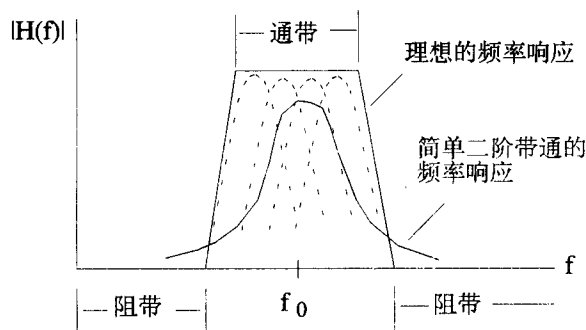
虽然单一的优良模拟器件的性能完全可以满足所要求的精度和分辨率，但是信号在模拟系统要经过一系列的模拟运算处理，由于误差积累和热噪声逐级放大，使得整个系统的性能指标下降。而对于数字系统，误差仅受模 - 数转换的量化误差及系统有限字长的影响，处理过程中不会产生其他噪声，因此可以得到高的信号 - 噪声比。

### 1.4.2 系统的可预见性

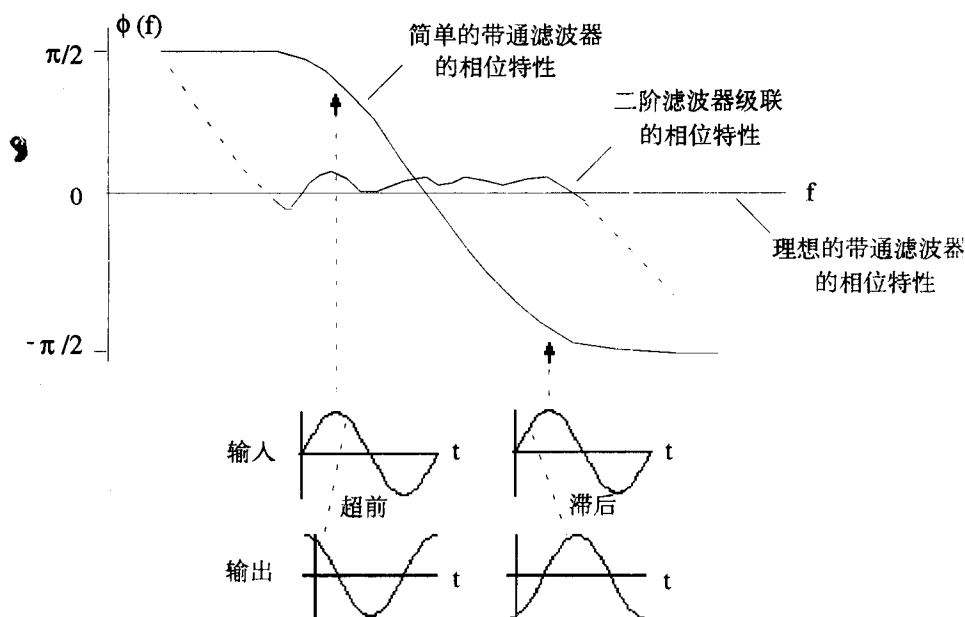
我们用一个通带较窄(与中心频率相比较)的带通滤波器为例来加以研究。理想的带通滤波器应有以下特性：在通带内的响应十分平坦，通带到阻带的衰减极其陡峭，在阻带有

无穷大的衰减,如图1-11(a)所示。如果用图1-10中简单的二阶LC带通滤波器来实现,它的性能将极其低下。首先是它对相位十分敏感,以输入正弦信号为例,只要输入信号的频率偏离中心频率,就会产生严重的相位超前或滞后,如图1-11(b)所示。此外,它的衰减也极为平缓。因此,实用的带通滤波器应该是由一组中心频率错开的二阶滤波器级联组成的,这样可以使通带平坦并减小相移,如图1-11(a)中虚线所示。

但是,如果使用一组模拟二阶滤波节来组成这样的带通滤波器,由于精度和稳定度的原因,不可能有完全一样的模拟元件,很难设计出符合所要求参数的系统,也即系统的可预见性不好。而且使用的滤波节越多,噪声就越大。而如果使用数字滤波方法,则可以精确地设计出接近理想情况的带通滤波器



(a) 带通滤波器的频率-幅度特性



(b) 带通滤波器的相位特性

图1-11 带通滤波器的频率响应及其稳定性

### 1.4.3 系统的灵活性

对于模拟系统,系统的配置和增益都很难改变,每当系统变动后,也很难重新加以刻度。而对于数字系统,所有这一切仅仅是改变软件而已,十分容易实现。事实上,数字系统的灵活性还不止是在设置和改变系统参数方面,同一个硬件系统甚至可以用于不同的应用。例如,一个用话筒和扬声器作为输入和输出的数字系统,可以用数-模转换器和扬声器作激励源,用话筒和模-数转换器来拾取响应,用来测试扬声器的特性;换一个软件,就可以用来测试房间的声学特性;再换一个软件,还可以用来对扬声器或房间的声学特性作动态补偿。

## 1.5 实时数字信号处理系统

### 1.5.1 实时处理

数字信号处理技术可以分为脱机处理和联机处理两种。脱机又译为离线(off-line),它是指这样一种处理过程:在现场先将实世界的物理信号全部采样记录下来,例如记录在磁带上,然后将这些数据放在与现场无关的计算机上加以处理。目前,仍然有许多应用是脱机处理方式,例如地震石油勘探,就是使用地震波作为激励,将测到的大量数据记录下来,在基地的大型计算机上加以处理。又如,卫星遥测所得的图象也是返回地面作脱机处理。

联机又译为在线(on-line),联机处理系统是指采样设备和处理设备联在一起的系统,它对实世界的信号边采样边处理,立即得到结果。显然,联机处理要求处理机的速度足够快,数据吞吐能力足够大,这样才能保证数据不至出现堵塞。

在计算机领域里,实时系统的定义是:能够在确定的时间内执行其功能并对外部的异步事件作出响应的计算机系统。这个“确定的时间”越短,系统的实时性能就越好。衡量计算机系统实时性能的指标主要是:对任务和中断的响应速度;数据吞吐量(I/O能力)的大小等。

应该注意,处理器的速度和系统的实时性能固然有密切关系,但又是不同的概念。不能给出确定的处理时间的系统(例如分时系统),无论其处理器的速度有多快,也不是实时系统。

对于数字信号处理系统,如果它的实时性能足以满足联机处理的要求,就称为实时数字信号处理系统。从这个意义上来说,实时系统就是指联机系统。

有许多应用只有进行实时处理才有意义,例如语音和电视图象处理。在数字信号处理技术发展的早期,实时处理是一项困难的工作。由于算法的革命性发展(FFT算法),以及近年来微电子学日新月异的进步,使实时数字信号处理成为现实,并得到越来越多的应用。

### 1.5.2 实时系统的构成

图1-12为一个典型的实时数字信号处理系统的原理框图。其中包括:反混叠滤波器、采样/保持器(S/H)、模-数转换器(A/D)、数字信号处理器(DSP)、数-模转换器(D/A)、毛刺去除器以及平滑滤波器。

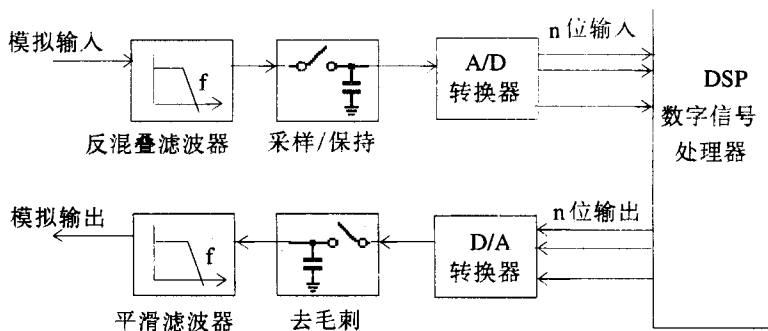


图1-12 实时数字信号处理系统的原理框图

### 1.5.3 信号的采样和混叠

数字信号处理的本质就是将实世界的物理信息交给数字计算机处理。为此，模拟信号必须被采样，也即，使模拟信号经过一个每隔一定时间闭合一次的电子开关，成为时间离散信号，然后将采样到的信号幅值一直保持到完成对它的模拟-数字转换，得到本次采样的数字信号。图1-12中的采样/保持电路是原理性的，它跟随模拟输入电压而充电，在采样的瞬间，开关断开停止充电，电容保持充电值直到模-数转换完成，开关又闭合，开始下一轮采样。

采样是以一定的时间间隔进行的，经过了 $n$ 次采样后，连续函数 $y(t)$ 成为离散函数 $y(nt_s)$ ，如图1-1所示。 $t_s$ 为采样时间间隔，它的倒数 $1/t_s = f_s$ 称为采样率，例如，采样时间间隔为20毫秒，则系统的采样率 $f_s = 50\text{K}$ （采样数/秒，又写作 $\text{S/s}$ ）。由于采样率与频率有相同的量纲和值，有时也使用 $\text{Hz}$ 作单位。

为了充分地得到一个模拟信号的特征，必须有足够高的采样率。理论研究指出，为了在采样后真实地保留原始模拟信号的信息，采样率必须至少为信号的最高频率分量的2倍。这是采样的基本法则，称为采样定理。而等于采样率 $1/2$ 的频率称为奈奎斯特频率。

当奈奎斯特频率低于被采样信号的最高频率分量时，称为欠采样，这时，采样所得的信号中混入虚假的低频信号分量，这种现象叫做混叠。图1-13是说明混叠现象的一个简单例子：频率为120Hz的正弦波，如果用160S/s采样率来采样，其奈奎斯特频率为80Hz，因此这是欠采样，从图中可以看到，采样所得结果既能反映120Hz的正弦波，也能反映40Hz的正弦波，也就是说，结果中混叠了40Hz的低频分量。

为了进一步认识这一点，我们对一个正弦波信号用逐次降低的采样率来采样，所得结果如图1-14所示。可以看到，随着采样率的降低，混叠信号（图中虚线所示）向低频移动，当采样的奈奎斯特频率恰好与信号频率相等时，混叠发生在频率为零（即直流）的地方。

除了极少数的应用中利用欠采样技术来故意产生混叠之外，在绝大多数情况下，必须在采样之前消除混叠。消除混叠的基本方法是使用一个低通滤波器，称为反混叠滤波器，在采样之前，预先滤除信号中高于奈奎斯特频率的部分，这样就可以充分保证对信号不会是欠采样。

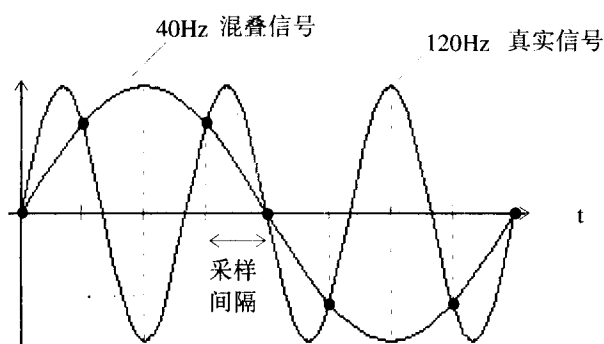


图1-13 信号的混叠

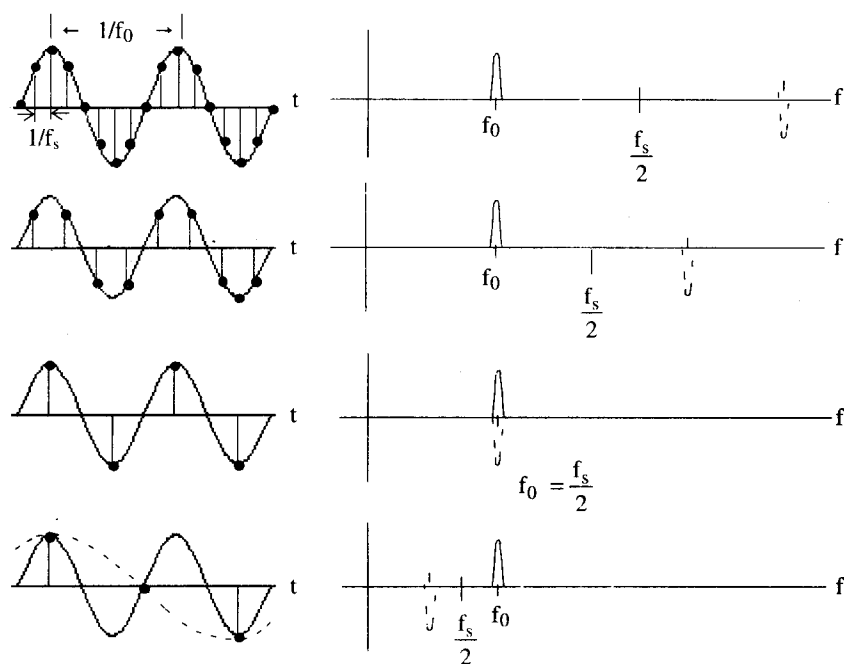


图1-14 采样率与混叠的关系

对于信号中混有高频噪声的情况，反混叠滤波器同时还起了消除噪声的作用，当信号的频谱高端有很强的噪声时，如果不经滤波就采样，则由于高频噪声的频率高于奈奎斯特频率，将混叠产生低频噪声信号，严重降低信号 - 噪声比。

如果采用较高的采样率，使得奈奎斯特频率达到所要处理的信号的频率上限的3~4倍甚至更高，则称为过采样。过采样能得到更好的信号质量，但是在实时数字信号处理中，过采样通常也是不可取的，因为它的采样数据量大，影响处理速度。

### 1.5.4 模数和数模转换

模数转换又称A/D转换。常用的模数转换器的类型主要有逐次逼近式、闪速式(flash)、积分式和 $\Sigma - \Delta$ 式等。图1-15(a)为逐次逼近式模数转换器原理图。其中,逐次逼近寄存器(SAR)产生数字输出,在时钟的控制下,这个输出从最高值开始,以2的幂次逐步降低,并通过一个数模转换器(DAC)产生逐步降低的模拟输出,该模拟输出通过一个比较器与模拟采样输入信号相比较,根据比较器的输出来决定SAR的每一位是保留(为1)还是清零,直到所有位比较完毕,就得到数字输出。这种模数转换器的转换速度为中等,对n位(即转换位数)分辨率完成一次转换需要n个时钟周期,因此,分辨率要求越高,转换速度越低。

图1-15(b)为闪速式模数转换器的原理图。输入信号 $V_{in}$ 与 $(2^n - 1)$ 个比较器比较,转换得到n位数字信号。各个比较器是按顺序依次开通的,它们的输出通过优先编码器之后成为数字信号。闪速式模数转换器因为有 $(2^n - 1)$ 个比较器在一个时钟周期里同时比较,因此转换速度最快。

积分式模数转换器的转换精度最高,但转换速度极慢,通常只在数字电压表中应用。

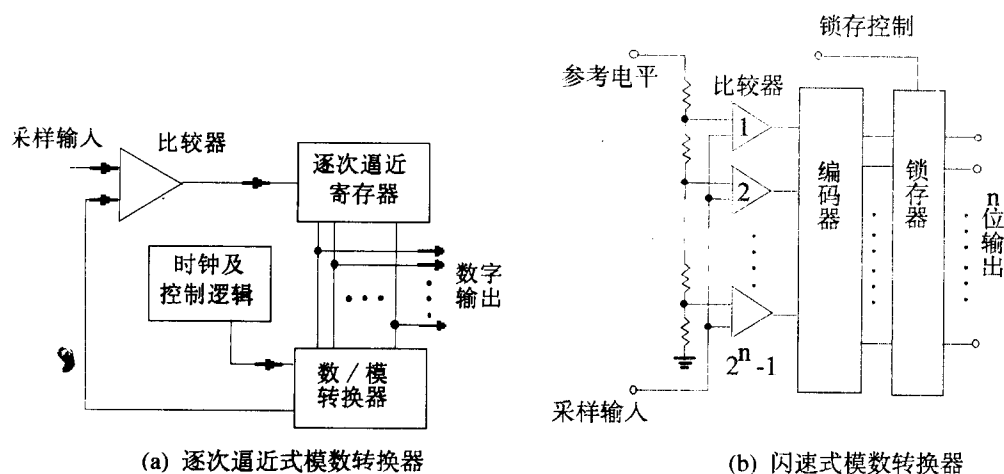


图1-15 模数转换器的原理

数模转换器的原理见图1-16,它把一个二进制加权的梯形电阻网络连接到一个运算放大器来产生模拟输出,梯形网络各位的通/断受数字输入控制。数模转换器的输出接到另一个采样/保持电路,以去除数模转换所产生的毛刺,这个电路称为毛刺去除器。数模转换和去毛刺后所形成的信号是阶梯形的,如图1-17所示,它包括了不必要的高频分量,后者可以用低通(平滑)滤波器消除。

### 1.5.5 模数转换中引入的误差

模数转换器把输入(即采样所得的时间离散信号)的精确幅值转换为不连续的数,这个过程称为量化。模数转换器的转换位数是有限的,例如,常见的模数转换器有8位的和12位的,它们把最高的(即满量程)输入幅值分别转换为256和4096的数,因此它们的分辨率 $q$

分别为 $1/256$ 和 $1/4096$ 。分辨率 $q$ 又被称为量化步长或粒度，显然，模数转换器的位数越多，分辨率就越高，或者说转换的粒度越细。

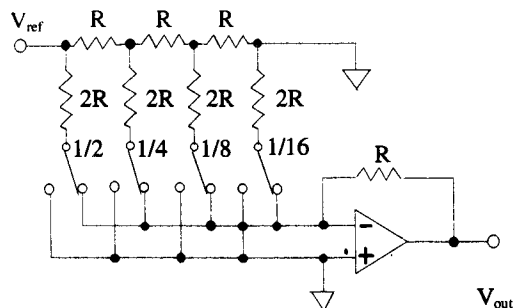


图1-16 数模转换器原理

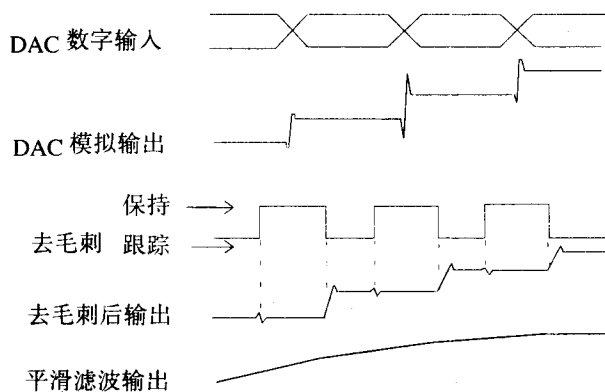


图1-17 毛刺去除和平滑滤波

在数字信号处理的术语里，数字的位数又被称为字长，这样，12位转换位数又可称为12位字长。而在通用计算机术语里，8位字长被称为1个字节，16位（或32位）字长称为1个字，不要将二者混淆。

有限的字长，或者说有限的分辨率，使得量化过程产生量化误差。以8位模数转换器为例，它的满量程值可以归一化地表示为 $(1 - 1/256)$ ，如果一个输入值不能正好被步长 $q (= 1/256)$ 所除尽，剩下的尾数就不能在输出中表达出来，造成量化误差。通常有两种处理尾数的方法：一种是将尾数丢弃，称为截尾；另一种是把小于 $q/2$ 的尾数舍去，大于 $q/2$ 的尾数进位，称为舍入。这样，截尾产生的量化误差 $[e]$ 的范围为 $-q < [e] \leq 0$ ；舍入产生的量化误差的范围为 $-q/2 < [e] \leq q/2$ 。在图1-18示出了这两种方法的输入(采样)值与输出(量化)值之间的关系。

量化误差导致系统的量化噪声。分析模数转换器量化误差的目的在于设计系统时选择合适的字长，保证系统有足够的信号噪声比。由于每次采样值是不同的，量化误差也就不同，无法精确分析，通常是用统计分析的方法来估计所需的字长。统计分析指出，模数转换器的字长每增加1位，转换的信号噪声比提高6dB，与第1.4节讨论动态范围时例子的结果

相当。例如，对于要求信号噪声比为80dB的数字信号处理系统，模数转换器的位数应不少于14位。

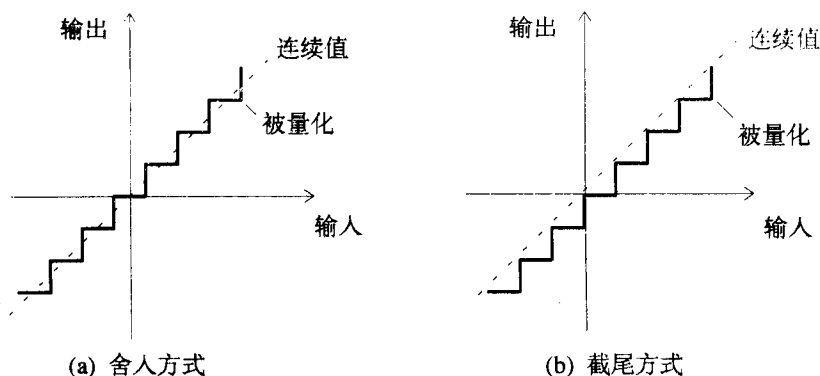


图1-18 理想模数转换器的输入/输出关系

为了使系统有尽可能高的信号噪声比，应该尽量使采样输入的归一化值大于 $1/2$ ，这样可以用到模数转换器的所有位数。但另一方面也要考虑到不能使输入值超限，产生限幅失真。

如果模数转换器的分辨率不够，或者说它的粒度过粗时，则输入小信号又将会产生混叠。图1-19所示为一个极端的例子：一个正弦波输入，如果它的幅度仅仅高于模数转换器的分辨率，就会被量化为方波，方波所包含的各种谐波( $1/3$ ,  $1/5$ ,  $1/7$ 等)，就会混叠在比这个正弦输入信号更低的频率上。由于这种混叠是在反混叠滤波器之后产生的，因此无法通过滤波消除，将一直保留在数字处理过程中。这种噪声称为粒度噪声。

由此可见，必须选择模数转换器的分辨率足够地高，或者说有足够的字长，使它能满足输入信号的动态范围，向上不致产生限幅失真，向下不致出现粒度噪声。另一方面，模数转换器字长越长，转换时间就越长，其后的数字处理所需时间也越长，使得系统的数据吞吐量下降，影响了实时性能。因此，设计系统时，必须在字长和吞吐量之间作折中。

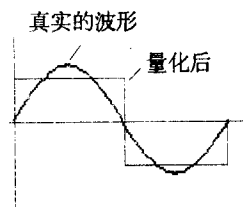


图1-19 粗粒度模数转换

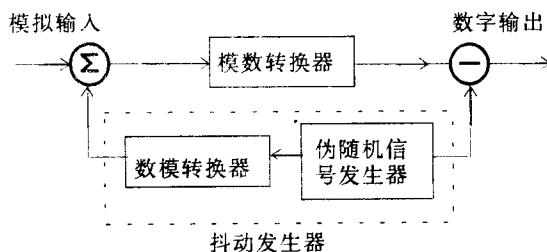


图1-20 用抖动方法抹平粒度噪声

在某些应用中，可以在模拟信号输入端使用可变量程放大器(程控放大器)，对输入信号作自动增益控制，增加模拟输入的动态范围。

粒度噪声还可以用抖动(dither)的方法来改善，它的原理如图1-20所示。抖动发生器把一个不相关的随机信号加在模数转换器输入端，使得输入端信号加大并使得模数转换的量化误差随机化，然后在输出端再把随机信号的部分去除，这样，偶然的(粒度)噪声谱峰就