运筹学例题习题集

〔英〕 C. F. 帕尔默
A. E. 英尼斯 合著

机械工业出版社

运筹学例题习题集

〔英〕 C. F. 帕尔默
　　　 A. E. 英尼斯 合著

胡运权等译　钱忠浩校订

机 械 工 业 出 版 社

本书通过精心选择的大量例题，介绍了运筹学一些主要分支的内容。全书分10章，包括运筹学介绍、排队和等待时间问题、模拟、预测、库存管理、线性规划、运输问题法、分配问题、更新、网络管理。每章末有一定数量习题，可帮助检查对本书内容的掌握程度。书中附有习题答案、提示和解，并附有对数、反对数、平方值、平方根、随机数、随机的标准型正态偏差值、现值、正态分布的尾数域和指数函数等常用数学用表。

本书可作为广大经济管理和技术干部学习现代化管理知识的读物，也可作为大学本科和专修科、经济管理干部学院和电大管理类专业师生的参考读物。

OPERATIONAL
RESEARCH
BY EXAMPLE
Colin F. Palmer and Alexander E. Innes 1980
THE MACMILLAN PRESS LTD

* * *

运筹学例题习题集

〔英〕 C. F. 帕尔默 A. E. 英尼斯 合著

胡运权 等译 钱忠浩 校订

*

机械工业出版社出版（北京阜成門外百万庄南街一号）
（北京市书刊出版业营业許可証出字第117号）
國防工业出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32 · 印张 7 7/8 · 字数 173 千字
1987年2月北京第一版·1987年2月北京第一次印刷
印数 0,001—8,450 · 定价 1.90 元

*

统一书号：15033·6518

译 者 的 话

运筹学是现代化管理的重要方法和手段。近年来我国虽然陆续编写或翻译出版了一些运筹学书籍，但大多偏重方法和理论的介绍，联系实际较少。

C. F. 帕尔默和 A. E. 英尼斯编写的《运筹学例题习题集》，特点是通过一些精心选择的例题，既介绍了运筹学中主要分支的基础内容，又启发读者如何应用，解决实际问题。各章末尾给出的习题以及对这些习题的答案、提示将帮助读者检查自己对所学内容的掌握程度。

这本例题习题集的另一特点是通俗易懂，书中没有用到高深的数学知识。因此本书适宜作为广大经济管理和技术干部学习现代化管理知识的自学读物，也可作为大学本科、专修科，经济管理干部学院和电大管理类专业师生学习运筹学课程时的参考书籍。

参加本书翻译工作的有：胡运权（译前言，第一、二、三、九、十章，习题答案和附表），袁配良（译第四、五章），胡祥培（译第六、七、八章）。全书译文由胡运权审阅统稿，钱忠浩校订。对原书在印刷上及个别公式、符号的错误，我们在翻译过程中分别作了更正，书中不再一一注明。

由于译者水平有限，加之时间比较仓促，错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

一九八四年十一月

序

本书向接受较高程度培训教育的学生和企业、行政管理部门的人员介绍运筹学的概貌和一些基本的方法。内容的叙述上主要通过精心选择的例题和习题，这些例题和习题虽经简化，但内容上力求切合实际。

大多数读者大概都具备在本书课文及习题中用到的各种计算的基本知识；没有学过微积分和统计学的人也能掌握书中的大部分内容。

例题和习题相当简单。将这些方法应用于企业或行政管理部门时则要求有更严格和正规的方法，因为实际问题要复杂些。在一个大型企业中，运筹学的全面应用需要建立一个主体的模型，通过主体模型把在本书中讲述的各具特点的各类模型结合起来。

本书每一章分别为一个内容广泛而又重要的专题提供基础知识，各章的参考书目列出了供进一步学习的主要文献。读者如要贯通各专门分支内容，则需要掌握更高深的数学方法。

作者对在本书计划和写作过程中得到的巨大帮助表示衷心感谢。出版社编辑之一谢伊·塞尔策先生关怀本书的问世，他早期的倡议及他的继任者尼古拉斯·布雷利先生的支持，使本书得以出版。牛津工业大学高级讲师索尼亚·尤安先生同作者进行了一般观点的讨论，阅读了部分手稿，并提出了很有价值的意见。三名打字员进行的繁重劳动是值得赞

许的，她们是伯明翰大学地区政权研究所的琼·琼斯女士、安妮·韦斯托弗小姐以及贝里尔·佩里女士。

作者力求使本书具有实用性、精确性及包括最新的内容。对正在发展中的数量化的领域，想法比付诸实施要容易得多。对本书的任何缺点，作者负有完全责任。

C. F. 帕尔默

A. E. 英尼斯

目　录

1
运 筹 学 介 绍

运筹学是用于解决在工业、商业和行政管理中的问题的一种特殊的数量方法。分别应用统计学和数学中的某些方法来制订上述部门的决策已有多年历史。但第二次世界大战促使英国和美国开始将数学家、统计学家、心理学家、物理学家和其他科学家联合组成小组，共同研究处理开发应用方面的总体战略等问题。如关于在敌方领土空降后为保存战斗力所需人力和物资的计算，以及经济被封锁时居民对食品的需求，就是运筹学研究应用的两个例子。至于和平时期的应用，已在世界多数国家广泛开展，这将在本书以后各章中叙述。

运筹学的研究对象是系统。系统是一个容易理解但很难确切定义的名词，按时将货物从仓库运往各企业用户的一个车队构成一个系统，医院中的外科医生连同一起工作的麻醉师、护士长、护士及他们应用的设备也构成一个系统。在企业中对系统行为的研究通常包含有关各个子系统的研究：工厂中的生产线可看作是一类相同的系统，生产线的变化会引起原材料供应、劳动力雇佣的变化，还可能引起制成品的库存变化。所以实质上系统可以看作是前面提到的工业、商业和行政管理中的一种组合，这个组合中包含人们共同有目的的活动及进行活动时用到的物质手段。显然这样的系统与被称作子系统的其它系统互相结合，并得到子系统的支持。

上面描述的系统与子系统不可能放在象自然科学中的那

种实验室直接进行试验。例如伯明翰的企业有一种新的出口产品，可以在利物浦、布里斯托尔和伦敦之间选一个地方出口，但它不可能分别建三个码头进行试验并选择最合适的一个。又如政府可能要在下列两者中进行抉择：将一亿英镑用于两个主要城市间的铁路电气化，还是用于改善它们之间的道路系统。正如科学家们知道的，这种抉择不仅涉及到利害关系，而且可能产生的后果十分复杂。对政府来说，也无法进行这种至关重要的试验。而上述两方面问题则适合用运筹学的方法进行研究。运筹学通过建立模型来对问题进行观察研究。

按研究对象的物体外观给出的形象模型，通常用于工程、建筑和其它研究部门。例如研究各种油轮设计方案的航海性能，可以通过建一艘缩小的油轮模型，拿到实验室模拟的风暴中试验研究。运筹学中大量应用各种类型的数量模型和公式，一般是数学或统计的形式。一个公司为决定存贮订货的策略，可以利用第5章中推导的简单的模型：

$$Q=\sqrt{\frac{2DP}{SC}}$$

式中Q是提出订货的最经济批量，D是年度总需求量，P是提出一次订货的费用，S是以平均库存值百分数计算的库存费用，C是每件库存物品的价值。这是一个先验模型，是根据浅显原理建立起来的一般描述。表达式：

$$P=\frac{80}{Q+65}$$

式中Q是需求商品的单位数，P是单位价格，它是一个说明单位价格如何随需求量的变化而变化的简单模型。这个公式的得来是在观察得到大量P和Q值的数对，然后拟合一个最

合适的关系式。这个模型是经验式或叫后验的，但这个模型的一般形式，特别是P和Q的位置反映了简单的经济理论。上述两个模型中的英文字母表示变量，凡是所定义的系统由外部因素决定的变量称外生变量，例如在存贮模型中的总需求量D以及模型右端的其它因素由企业市场大小、处理订货职工的工资等决定，而在该模型中Q是内生变量，因为它是从内部对系统产生影响。例如批量将影响企业的存储和运输策略。在第二个模型中，Q是外生变量，而P是内生变量。

建立运筹学模型的目的是为了实现最优化，也即在满足一组特定条件下计算最优值。在存贮模型中，Q给出的批量将使采购、定货和存贮费用加在一起得出平均单位费用最低。最优化也可以是求最大值，例如某销售系统要在送货的一系列城市之间制订一个车辆路线的计划，使车辆的运载能力得到最大利用。

前面引用的两个模型比较简单，它们都是静态的，即它们包括的各因素间的相互关系均由模型所描述，它本身不再影响各因素值的变化。但这一点并非始终这样，如考虑第二个模型，价格的改变毕竟会导致用于销售的产量的改变，对这种情况需要有一个较复杂的模型来恰当处理。凡是系统中能由其自身运行引起变化的模型称作动态模型。这类模型随时间的变化由一个因素影响另一个因素，这样的变量称为滞后变量。

将运筹学方法用于研究一个庞大机构的问题时，一个复杂的问题如何协调由模型所描述的该机构各部分所提出的策略。在一个大的制造企业，一个模型可以是表明平均生产费用为最小的产品规模，但关于市场的模型可能提出使获得利润

为最大的一些数字。但这两个数字都可能同最合适的企业资本结构和财力资源不一致。有时需要建立包含所有变化因素的总体模型，这类模型是管理的重要工具。当然这样的模型要用计算机运算。运筹学建立在科学的基础上，运筹学要对事实作客观的研究，提出假设、加以试验和必要时重新作出假设。运筹学中建立起来的模型如同自然科学中的理论一样，具有同样的能正确推理的作用，成为当今管理的必不可少工具。但是一个大企业的成功的经营，无论对公众消费或私人利润，目前还主要依赖于非正规的个人决断。所以管理不仅仅是科学，而且是一门艺术。

参考书目

下列书籍中的大多数不仅涉及运筹学的概貌，而且还包括本书其它章中的重要专题内容。

R. L. Ackoff and M. W. Sasieni, Fundamentals of Operations Research (New York: Wiley, 1968).

W. T. Bane, Operational Research Models, Occasional Paper №. 8 (London: H. M. S. O., 1968).

E. S. Buffa, Operations Management (New York: Wiley, 1976).

D. Gale, Theory of Linear Economic Models (New York: McGraw-Hill, 1960).

F. S. Hillier and G. T. Lieberman, Introduction to Operations Research, 2nd ed. (San Francisco: Holden-Day, 1974).

M. S. Makower and E. Williamson, Operational Research-Problems, Techniques and Exercises, 3rd ed. (London: Hodder & Stoughton, 1975).

G. H. Mitchell, Operational Research: Techniques and

Examples(London: English Universities Press Ltd, 1972).

P. G. Moore, Basic Operational Research, 2nd ed. (London: Pitman, 1976).

F. Ricaferrera, Operations Research Models for Business and Industry(Cincinatti: South-Western Publishing Company, 1964).

P. Rivett. Principles of Model Building: The Construction of Models for Decision Analysis (New York: Wiley, 1972).

J. Singh, Operations Research(Harmondsworth: Penguin, 1971).

2
排队和等待时间问题

运筹学方法的早期应用是有关排队的问题。现代超级市场中顾客为篮子内货物付款这样一个典型的数量问题，在其它工业和商业部门也同样存在。每个收款处可看作一个服务通道，顾客同服务通道或服务点结合，组成一个系统。基本的问题是找出顾客对服务的需求与服务机构的满足程度，即在过长的排队和过分不经济的服务这两种极端之间找到一个恰当的平衡。第一个例子说明甚至当顾客到达率和服务时间都为定值时——实际中极少碰到这种简单的情况——系统对到达率和服务时间的微小变化也非常敏感。

例 2.1 某大企业仓库以每小时 10 份的不变速度发放材料。仓库于上午 9:00 开门，一开门工人就接连到达，每小时为 8 人。假定在单通道服务情况下：

(i)在第一小时内保管员发放材料的时间占多大比例；

(ii) (a) 到达率或 (b) 服务率发生多大变化时，保管员将满负荷工作而又不发生排队现象；

(iii) 如工人到达率变为每小时 12 人，而原先的服务率不变，试研究产生排队的情况。

(i) 发放率平均每小时 10 份，就是指平均每 6 min 可供应一个工人。但工人到达率为每小时 8 人，即每隔 $\frac{60}{8}=7\frac{1}{2}$ min到达一人，因而每次有$\left(7\frac{1}{2}-6\right)=1\frac{1}{2}$ min

的富余。排队现象不会发生，保管员时间的利用率为：

$$\frac{8\times 6}{60}\times\frac{100}{1}=80\%$$

（ii）或者（a）保管员将发放速度减慢到每小时 8 份，或者（b）工人到达率增加到每小时 10 人。

（iii）图 2.1 说明队伍是如何逐步形成的。第二个工人于上午 9:05 到达，到保管员于上午 9:06 开始有空向他供应材料时需等 1 min。在上午 9:20 后，系统中至少有 2 人。上午 9:35 在很短时间内系统中将有 3 人，而在上午 9:45后系统中将不少于 3 人，一直到工人停止到达。拥挤的现象将逐步严重，后到的工人等待时间更长，例如第 12 个工人在系统内将化费 16min。在单通道服务情况下，“在系统中”数字表正在服务加上等待的数字，所以从上午 9:45 以后，排队工人数将有 2 名。

在这些简化的条件下，是否产生排队就要看流量强度的大小。流量强度用希腊字母 ρ 表示，通过单位时间内的平均到达数 λ 除以单位时间内服务完的平均数 μ 来计算，即

$$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$$

在例 2.1 中 ρ 的值等于

$$\frac{8}{10}=0.8$$

对（ii）　　（a）$\frac{8}{8}=1$　和（b）$\frac{10}{10}=1$

对（iii）　　$\frac{12}{8}=1.5$

当 μ 与 λ 两者均不发生变化时，刚才的研究表明如 $\rho<$

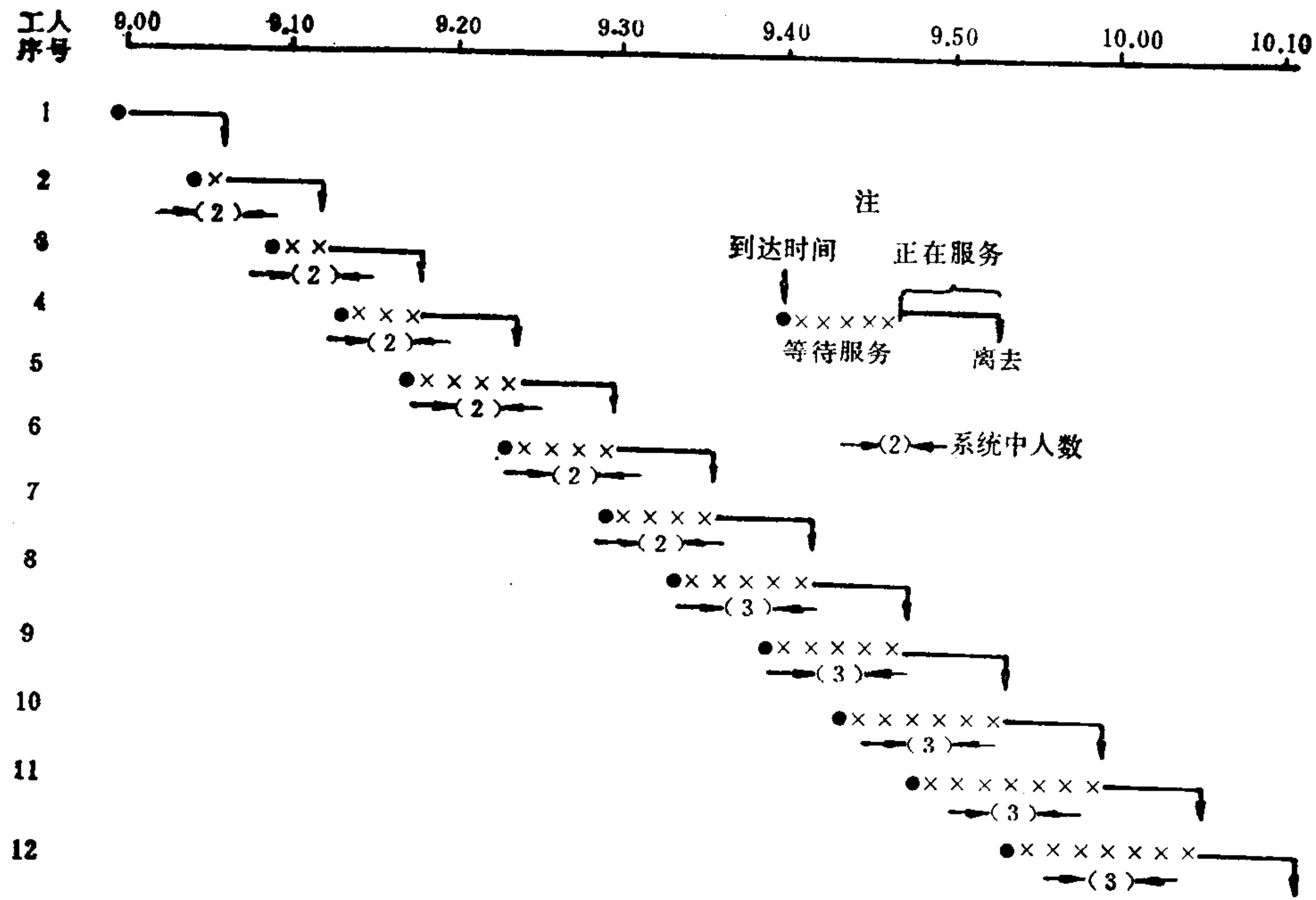
工人序号
9.00
9.10
9.20
9.30
9.40
9.50
10.00
10.10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
(2)
(3)
注
到达时间
正在服务
等待服务
离去
(2)系统中人数

图2.1　工人在仓库排队

1则不发生排队，如$\rho=1$则服务设施将连续运行，如$\rho>1$则从第2个到达者开始将出现排队情况，并且对随后的到达者队伍越来越长。

实际上上述计算过于简化：不考虑在上一个服务结束和下一个开始之间有时间间隔。最初这点显得不严重，但经若干次服务，服务稽延现象将会越来越严重。更要指出的是到达率与服务时间都不会是严格不变的，任意一个发生变化都将打乱到目前为止进行的单纯计算。当这些变化加在一起时，对系统的干扰将会很大。一般如果队伍已经形成，到达率或服务时间的增加都会使排队情况恶化。反之，如服务时间的缩短能不断适应到达率的增长，就会使情况得到改善。

如到达率和服务时间这两个变量完全是随机的，排队的计算几乎完全不可能。不过，如果知道变化的限度，则可采用模拟的方法（见第3章）。幸而排队问题中的输入和输出往往能用两个统计分布来描述，下一个例子中将介绍前一个统计分布。

例2.2　假定例2.1中工人的到达服从泊松分布，$\lambda=8$人/小时，试分别计算1 h内到达4，5，6，…，12个工人的概率。

泊松公式给出发生x个事件的概率为：

$$P(x)=\frac{e^{-m}m^x}{x!}$$

当$x=4$时，$P(x)=\dfrac{e^{-8}8^4}{4!}=\dfrac{0.0003546\times4096}{4\times3\times2\times1}=0.057$

当$x=5$时，$P(x)=\dfrac{e^{-8}8^5}{5!}=0.092$

其它值可以直接计算或更方便地用循环方法（见英尼斯编

《Business Statistics by Example》一书 238～239 页，Macmillan，1974）计算得到：

$$P(4)=0.057$$
$$P(5)=0.092$$
$$P(6)=0.122$$
$$P(7)=0.140$$
$$P(8)=0.140$$
$$P(9)=0.124$$
$$P(10)=0.099$$
$$P(11)=0.072$$
$$P(12)=0.048$$

从占概率的89.4%的计算看出，在 4～12 范围内两边的概率都要小一些。估计可能有一些差异，但 50%以上的时间内到达者是在每小时 6～10 人的范围内。下面叙述泊松公式的应用不需要计算，但上面计算的这类概率的研究将表明为什么即使 ρ 趋近于 1 也会有时产生排队现象。

泊松分布计算一段时间区间内事件发生的频数，各种不同服务时间的计算将依赖于与泊松分布相反的一类分布，因为它与两个事件发生之间的时间间隔长度有关。下一个例子将介绍这种分布。

例 2.3 （i）对例 2.1 取服务时间为负指数分布，期望频数为每小时 10 人，试计算和画出服务时间小于 6 min 和大于 6 min 的概率；（ii）试用积分计算服务时间在（a）5～7min 之间和在（b）3～9min 之间所占的比例。

负指数分布的概率密度函数为

$$Y=\mu e^{-\mu x}$$