相似理論及其在化工上的应用

沈自求著

高等教育出版社

高等学校教学书用

相似理論及其在化工上的应用

沈自求 著

高等教育出版社

相似理論和模型法为近代工程領域中所最常用的理論結合实踐的重要工具之一，通过它們，可以解决很多包括很复杂的現象因素但不能应用一般数学方法来获得解答的現代工程問題。

本书共分二篇。第一篇着重介紹相似理論的基础概念，在循序討論了相似定理、因次分析法和 π 定理后，并概括地涉及实驗数据的綜合方法。第二篇則分章評論相似理論在流体力学、热傳遞、質量傳递和若干重要的物理化学变化等化工过程上的应用，在每一章中都通过很多实际的应用例子，着重地指出了如何运用相似理論和因次分析的方法来解决这些問題。最后以模型法作結，指出如何将实驗数据放大为工业生产規模的途徑。

本书可供高等学校化工系教师和学生作教学参考书之用，亦适于化工部門的工程技术人員、科学研究人員的参考和閱讀。

相似理論及其在化工上的应用

沈自求 著

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺7号

(北京市书刊出版业营业許可証出字第054号)

人民教育印刷厂印刷 新华书店发行

統一书号13016·569 开本850×1168 1/32 印張 6 14/16

字数165,000 印数0001—4,000 定价(8)¥1.10

1959年3月第1版 1959年3月北京第1次印刷

目录

第一篇 相似理論基础

第二篇 相似理論在化工过程上的应用

第一篇　相似理論基础

第一章　緒　　論

由于社会生产力不断发展，在各种生产以及工程部門中所提出的問題日漸复杂。我們在研究这些問題时，常常根据現象的本質进行分析，应用自然界最一般性的規律于我們所研究的某一类特殊現象，导出現象中各参数間的一般关系。同时由于自然界現象是在运动着、变化着的，因之我們常常不能导出这些参数間的常量关系方程式，而是需要抽出这現象的某一微元进行分析，立出它的微分方程式，然后加以边界条件进行积分，获得参数間的常量方程式，作为工程上設計以及解决問題的根据。然而由于自然界現象的錯綜复杂，往往立出了微分方程式，仍很难应用数学的方法解出。这时，就常常应用实驗的方法来探求各項因素对現象的影响以及它們相互間的关系。但是，由这种实驗的方法所获得的結果是有局限性的，它只能在获得这些結果的一定具体情况下应用，而不能应用到与实驗情况有所不同的現象上去。而且实际上任何一个实驗的結果，都反映着这一現象的特性；而用这种实驗的方法，就很难抓住現象的本質，因之也就很难找到現象中哪些特征具有最重要的意义，以及这些特征的变化如何反映在現象的发展上面。因此，这一种实驗研究的結果就不能推广到其他現象上去；尤其在建立新的过程或設备时，很难起它指导的作用。

由上面的叙述可以看到，应用理論分析的方法，可以获得描述某一类現象最一般特征的微分方程式；然而在微分方程式过于复杂时，就不易用数学的方法积分解出。虽然有时对这类現象中的

个别較簡单的情况，可以通过一些假定，将原始微分方程式加以簡化而后解出；但这样也就难免或多或少地歪曲了現象的实际情况，而引起了一定的誤差。而另一方面，应用实驗的方法，虽亦常可解决一些实际需要；然而它的缺点是实驗的結果不能推广到其他現象上去，不能較广泛地起它指导实际的作用。

因之，上面所説的二种方法，都有它自己的缺点。在一般的情况下，其中的任一方法，往往都不能有效地解决实际中产生的問題。相似理論是把这两种方法的优点結合起来所得到的一种解决自然界現象广泛应用的方法。相似理論，是根据同一种性質的現象，按照相似的原理，可以分成許多相似現象的組；在同一組相似現象中，一个現象的实驗結果可以推广应用到与它相似的所有現象。这样，对某一类同性質的現象，就不必对其中每个个别現象进行实驗，而仅需在其中的每組相似現象中抽出一个現象来进行实驗，其所得的規律，根据相似的原理，可以应用于整个这一类現象。在实际上，它常常根据由理論分析所得的微分方程式，經过相似轉換获得相似准数，再由实驗来决定这一类相似現象的各个相似准数間的函数关系；由此获得的函数关系，即可以适用于整个这一类現象。

相似理論，是近百年来科学中一个新的領域。关于相似現象这个概念的起源，早在 1606—1620 年，俄国学者 O. 米哈依洛夫 (O. Михайлов) 就曾經企图应用关于相似的一些見解来計算大炮口徑和炮彈射程之間的关系。依当时的情况来講，其計算得到了正确的結果。

到 1686 年，牛[illegible]J. Newton) 在他的著作"自然哲学的数学原理"一书中，科学地討論了二流体运动的相似，并且确定了二个力学系統相似的相似准数，即是以后所称的牛頓准数。

在牛頓提出了关于力学相似的概念以后，于 1822 年，J. 傅立

叶(J. Fourier)提到了两个冷却球体温度場相似的条件。

然而这一些概念，都只是在个别的情况下提出的。

直到1848年，法国科学院院士J. 貝特朗(J. Bertrand)以力学方程式的分析为基础，才首先确定了相似現象的基本性質，构成了相似第一定理，即是关于相似准数存在的定理。

在第一定理提出以后，就立刻有許多学者应用它，以准数的形式来处理实驗的数据。柯希(Коши)把它应用到声学上去。赫尔姆霍尔茨(Helmholtz)则应用在流体流动上。俄国的学者B. Л. 基尔皮契夫(B. Л. Кирпичев)于1874年在俄国物理协会的会議上提出了"論彈性現象相似"的报告。法国科学院院士J. 貝特朗在1878年，以"关于物理方程式的齐次性"为題，探討了热和电的相似。W. 弗魯特(W. Froude)用模型研究了船只的航行性質。O. 雷諾(O. Reynolds)以一般的形式，用相似准数来描述了流体沿管道流动的規律，得到了大家所熟知的雷諾准数。俄国杰出的学者H. E. 茹柯夫斯基(H. E. Жуковский)于1909年把相似理論应用到航空动力学的研究上去，以使模型实驗的結果可以轉換到与模型相似的飞机上去。后来，德国的学者L. 普兰特(L. Prantle)在航空动力的模型試驗上也进行了不少工作。

所有这一些研究的实踐，相似第二定理給予了肯定。

相似第二定理是在1911年由俄国学者A. 費捷尔曼(A. Федерман)所导出的，而在数年以后，于1914年美国学者波根汉(E. Buckingham)也得到了同样的結果。

到1925年，T. A. 爱林費斯特—阿法那賽夫(T. A. Erenfest—Afanassiewa)对自然界任何現象相似的最普遍情况，导出了第一定理与第二定理。因此，在最普遍情况下，关于相似現象性質的学說基本上得到了完成。

从这时候起，相似理論継續不断地发展，而苏联的学者始終占

着主导的地位，他們在各种热設备的模型法上也都展开了广泛的研究。

上面所說的相似第一定理与第二定理，是在假定現象相似是已知的基础上导出的。二个定理确定了相似現象的性质，但是它們沒有指出，决定任何二个互相对应現象是否相似的方法。因之，就发生了这样的問題，即是按照怎么样的特征可以确定現象是互相相似的。

关于这一个問題，苏联学者、科学院院士 M. B. 基尔皮契夫(M. B. Кирпичев)与A. A. 古赫曼(A. A. Гухман)提出了相似第三定理，給予了解答。而相似第三定理的証明，則是 M. B. 基尔皮契夫于 1930 年所完成的。

相似理論，在苏联已广泛地应用在物理研究以及許多工程的領域中，成为世界上科学界最先进的方法之一。它的应用，主要在两个方向上发展：一方面，它应用于物理过程上，以准数的形式来处理实驗的結果；另一方面，它应用于工程設备的模型法上。所以，相似理論已成为处理物理以及工程試驗数据的科学基础，成为一种实驗的理論。它指出所有微分方程式的解决遇到困难时，如何去布置实驗，以使其結果可以推广到与研究的現象相似的所有区域上去。

在化工上，相似理論应用于流体动力过程、热过程以及扩散过程上；用来以准数的形式处理实驗的結果，以及設备的模型法上。

在这方面，E. 薛米特(E. Schmidt)、W. 努賽尔脫(W. Nusselt)分别于1929年及1930年提出了热量交换、质量交换与动量交换的类似原理，其后許多研究者在这方面进行了实驗的以及理論的研究工作。苏联学者 Г. К. 伽柯諾夫(Г. К. Дьяконов)还給出了相似理論在物理化学过程領域中应用的原理，并且指出各种化学生产的工业过程可以模型化的情况。然而化工过程往往是比較复杂的，

它常常牽涉到流体力学、傳熱、傳質以及熱力学方面的問題；此外，它还往往包含着化学变化以及二相或是多相間相互作用的关系。因之要覓得化工过程的相似关系就比較困难。但是，尽管如此，相似理論在化工上的应用正在发展；近年来对于一些化工过程的許多工作，都是用相似准数的形式来綜合它們的实驗結果，而且在这上面取得了不少成果。同时相似理論还应用于实驗型工厂的模型放大上，使小型設备研究的成果，根据一定的規律放大为巨型的工厂成为可能。所以，相似理論在化工上的广泛应用也正在发展，同时在其中的有些部門还正在开始。

在我国，随着国民經济高速度的发展，不断地向各个工业部門提出了新的巨大的要求。化学工业，作为重工业的重要組成部門之一，在科学研究以及技术革新上的任务是很巨大的。这一些任务，总括的来說，除了研究增加新品种，改良和提高产品質量外，还需要研究化工的过程与設备，以提高設备利用率和劳动生产率；更而在实驗型工厂研究所得的新的成果，亦必需扩大为規模巨大的新型工厂。而在化工过程与設备的动力研究上，在实驗型工厂的放大上，相似理論几乎成为其研究的唯一的有力武器。所以在我国的化工上，相似理論亦将成为其指导实驗以及处理实驗数据的科学基础，得到巨大的应用和发展。

第二章 相似理論基础

§1. 相似的概念

关于相似的概念，最初产生在几何学中。两个几何上相似的图形或物体，其对应部分的比值必等于同一个常数。这一种相似，叫做几何相似。

例如，两个相似的三角形A和B(图 1)，其对应边必互成比例。

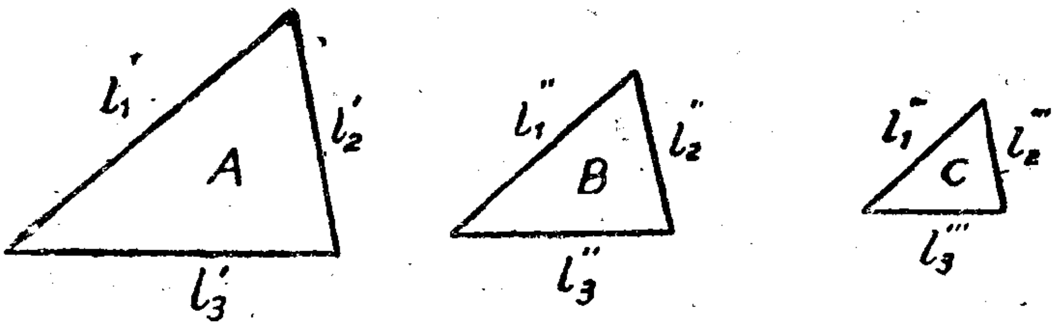

图　1.

若以l_1', l_2', l_3'表第一个三角形A的各边，以l_1'', l_2'', l_3''表第二个三角形B的对应各边，并以C_l表示各对应边之比的常数，则得

$$\frac{l_1'}{l_1''}=\frac{l_2'}{l_2''}=\frac{l_3'}{l_3''}=C_l; \tag{1}$$

式中的C_l叫做相似常数，对于相似三角形A和B，具有某一定值。但对于另一与之相似的三角形C，则其相似常数具有另一定值。若以三角形A与C相比，则得

$$\frac{l_1'}{l_1'''}=\frac{l_2'}{l_2'''}=\frac{l_3'}{l_3'''}=C_l'. \tag{2}$$

C_l'与C_l的数值是不相同的。

于此亦可以看到，假若我們以第一个三角形A作为标本，而将其每一边放大相同的倍数C_l时，則可得到相似于原来图形的另一个三角形。当然随着比例乘数C_l数值的不同，可以获得各种不同尺寸，但都是相似于原来图形的相似三角形。这一种将原来图形轉換成不同大小的相似图形的方法，叫做相似轉換。因之C_l也可以称做相似轉換的比例乘数。

但若将同一三角形的二个边相比，則在所有相似的三角形中，其比值必为同一个数值。例如

$$\frac{l_1'}{l_2'}=\frac{l_1''}{l_2''}=\frac{l_1'''}{l_2'''}=\cdots\cdots=L_{12} \tag{3}$$

及

$$\frac{l_1'}{l_3'}=\frac{l_1''}{l_3''}=\frac{l_1'''}{l_3'''}=\cdots\cdots=L_{13} \tag{4}$$

这一种在所有相似的三角形都保持着同一个数值的比值 L_{12} 和 L_{13}，叫做相似定数。显然，在同一个三角形，不同边的比值 L_{12} 和 L_{13} 是不相同的。

应用相似三角形的道理，可以不通过直接的量度而测得山的高、河的寬，以及其他一些难以直接量度的长度。这是应用相似的道理来进行测量的比較簡单的应用。

下面我們再来考虑另一个几何相似的例子。

設有两个几何相似的容器 A 和 B（如图 2）。容器 A 的示性尺寸为 l'，容积为 V'。容器 B 的示性尺寸为 l''，容积为 V''。假使我們要决定这类形状容器的 V 和 l 的关系，因为容器的形状比較复杂，就需要用比較繁复的数学积分。

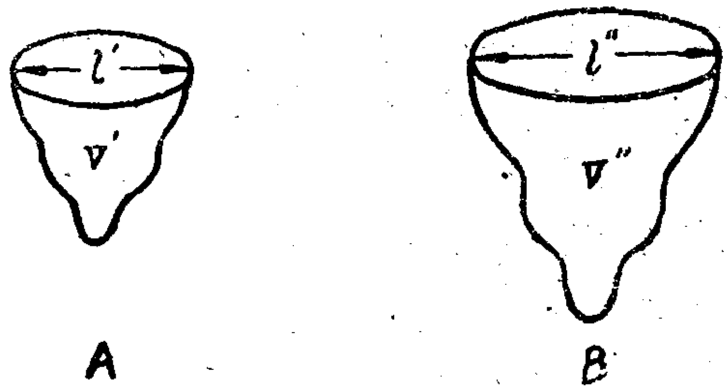

图 2.

然而我們知道，任何容器的 V 与 l 的关系为

$$V\propto l^3, \tag{5}$$

或

$$V=K_v l^3; \tag{6}$$

式中 K_v 为一常数，随容器的几何形状而异。对于相似的容器，其 K_v 值必然相同。

因之我們只要用实驗的方法量得了小容器A的l'与V'，从而求得其常数K_v值，則可应用于大容器B。只要知道大容器B的示性尺寸l''，将K_v值代入，卽可求得其容积V''。

此求得之K_v值，非但可以应用于上述的容器A与B，而且可以适用于这整个一类几何相似的容器。

可以将(6)式写成

$$\frac{V}{l^3}=K_v; \tag{7}$$

K_v的数值随容器几何形状的不同而异。然而于同一类几何相似的容器，K_v必为同一个数值，于相似理論中称之为相似准数。显然，相似准数K_v是沒有因次的。

在这里，我們知道具有如图2所示几何形状的这些相似容器，具有相同的K_v值。这些相似容器，卽是一組相似現象。然而我們若是研究，要从这一組相似容器中抽出个别的容器A或B，究竟是由那一些量所决定的，也卽是說，那一些量可以完全地規定这一組相似容器中的个别容器，則很显然，只要它的示性尺寸l規定了，則这一个别容器也就决定。所以示性尺寸l是这組相似容器中某一容器区别于其他容器的特征。若是两个相似的容器，其示性尺寸l的数值相同，那就是同一个形状和大小的容器。若是其示性尺寸l的数值不同，那就是二个不同大小的容器。这一个几何量示性尺寸l称之为单值条件。显然，在某一定的个别容器，其单值条件l只有某一定的数值。单值条件改变了，容器也必然改变。另外，在这一組相似容器中，它們的容积V是为示性尺寸l所决定的；因此容积V并不是单值条件。

几何相似的概念，可以推广应用到物理現象上去。在进行着物理过程的系統中，若系統的几何相似，且其中各个对应点或对应部分上，其各个物理量也互成常数的比例时，則称为現象的物理相

似。

若以$U_1', U_2', U_3', \cdots\cdots; U_1'', U_2'', U_3'', \cdots\cdots$表示二相似系統在各个对应点上的任一物理量，則得

$$\frac{U_1'}{U_1''}=\frac{U_2'}{U_2''}=\frac{U_3'}{U_3''}=\cdots\cdots=C_u. \tag{8}$$

式中C_u卽为一相似常数，下标u表示任一种物理量。

但是物理过程常是随着时間而进行和发展的；因之两个現象相似时也一定具有时間上的相似。所謂时間相似，就是指几何相似的系統中，其对应的各点或各部分沿几何相似的軌迹运动，而且在一定的时間通过几何相似的路程，这些时間間隔的比例也等于同一个数值。

若以$\tau_1', \tau_2', \cdots\cdots; \tau_1'', \tau_2'', \cdots\cdots$表示二相似系統的相应时間，$C_\tau$表示时間相似的常数，亦可得

$$\frac{\tau_1'}{\tau_1''}=\frac{\tau_2'}{\tau_2''}=\cdots\cdots=C_\tau. \tag{9}$$

更而，过程的进行又常与过程开始时的情况有关，同时研究的系統亦常受着其周圍介質的影响；因之除上面所說的相似外，还有开始条件相似以及边界条件相似。举例来說，在不穩定热傳导的現象中，我們必須知道过程开始时物体內温度分布的情况是否相似，这卽是所謂开始条件相似。在过程进行中，我們还必須知道物体界面上的温度分布或是变化規律是否相似，这卽是所謂边界条件相似。又如，对流体在导管中流动的过程，我們必須知道流体在导管进口处的速度分布情况是否相似，这也是边界条件相似。我們在研究个别現象时，就应該說明其开始和边界条件，才能将現象表述得完全。

現在我們考慮两个物体A和B，沿着几何相似的路徑作相似运动的情况作为例子(图 3)。在其中，A和B两物体运动时具有不

同的、然而却是相似的变速度。

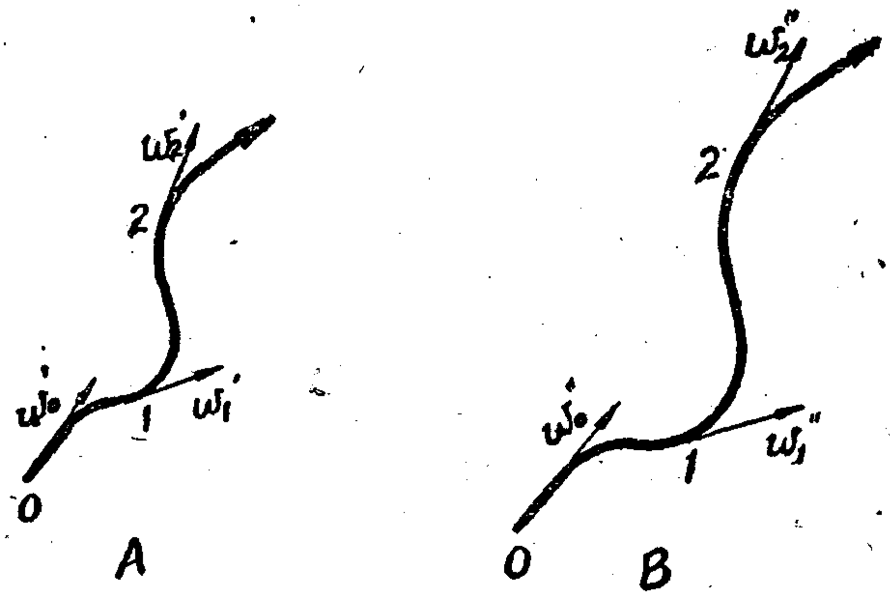

图 3.

既然，A和B的运动相似；則如图 3 所示，于几何相似的路徑，在相应的点 $0, 1, 2, \cdots\cdots$ 上，其速度 w' 与 w'' 必互成比例，即

$$\frac{w_0'}{w_0''}=\frac{w_1'}{w_1''}=\frac{w_2'}{w_2''}=\cdots\cdots=\frac{w'}{w''}=C_w. \tag{10}$$

且由 0 至 1 点所需的时間 τ_1' 与 τ_1''，由 1 至 2 点所需的时間 τ_2' 与 τ_2''，……，等亦都成比例，即

$$\frac{\tau_1'}{\tau_1''}=\frac{\tau_2'}{\tau_2''}=\cdots\cdots=\frac{\tau'}{\tau''}=C_\tau. \tag{11}$$

任何物体的运动，其瞬时速度都可以用如下的微分方程式来表示

$$w=\frac{dl}{d\tau}. \tag{12}$$

这在物体A，其方程式为

$$w'=\frac{dl'}{d\tau'}; \tag{13}$$

而在物体B，其方程式为

$$w''=\frac{dl''}{d\tau''}. \tag{14}$$

既然这两个运动是相似的，存在着式(10)、(11)以及几何相似的关系，因而以$w'=C_w w''$，$\tau'=C_\tau \tau''$，以及$l'=C_l l''$代入(13)式，就得

$$C_w w''=\frac{C_l dl''}{C_\tau d\tau''}; \tag{15}$$

或

$$\frac{C_w C_\tau}{C_l}w''=\frac{dl''}{d\tau''}. \tag{16}$$

比較方程式(14)与(16)，則得如下之关系：

$$\frac{C_w C_\tau}{C_l}=1. \tag{17}$$

这一关系是物体A和物体B两者之运动相似的必然結果，它标志着两个运动是否相似，称之为相似指标。

在这里可以得到这样一个結論：若現象相似，則其相似指标为1。

同时，从这里亦可以看到，相似現象的各个相似常数C_w、C_τ和C_l是为一定的关系式(17)互相联系着的。而这一关系式(17)，是由描述物体运动的方程式(12)导来的。这正体現着自然界現象总是服从着某一定的規律，因之其各个描述現象的物理量之間具有某一定的关系。

今再以(10)、(11)等相似关系式代入(17)式中，則得

$$\frac{\frac{w'}{w''}\cdot\frac{\tau'}{\tau''}}{\frac{l'}{l''}}=1. \tag{18}$$

由此可以看出乘积$\frac{w'\tau'}{l'}=\frac{w''\tau''}{l''}$。这也就是說，在相似的两个系統$A$和$B$中，表示不同类物理量間关系的乘积$\frac{w'\tau'}{l'}$及$\frac{w''\tau''}{l''}$，在两系統的相应点上，必然在数值上相等，亦即

$$\frac{w\tau}{l}=\text{idem}(\text{同一个数值})。\tag{19}$$

方程式(19)是所有这一类相似的运动所必然具有的規律。也即是所有相似的运动必然滿足$\frac{w\tau}{l}$的数值相同的这样一个条件。$\frac{w\tau}{l}$是一个相似准数，称之为諧时准数，以Ho表示之。

很显然，当二个运动的現象相似时，其开始的条件，即是說明其运动开始时情况的准数$\frac{w_0\tau_0}{l_0}$，必然具有同一个数值；这也就是前面所述的开始条件相似。而当現象发展下去，即是物体沿路徑的运动仍然保持着相似时，則其各个相应点上的$\frac{w\tau}{l}$必仍然各具有同一个数值。

在这里，我們若是考虑物体A或B运动的单值条件，則很显然，由于我們只考虑到物体运动的情况，并不深入到物体受力对它运动的关系；因之完全地描述这一运动現象的量只是w、l和τ三个，而和物体的大小、形状以及物体的質量等无关。因此，这里的单值条件是几何条件l、时間条件τ以及物体运动的速度w。这一些量完全地描写了一个物体的运动情况，也就是其中一个現象区別于其他一个現象的特征，所以它們是单值条件。而物体的几何形状和質量等就不是单值条件了。

上述这一种只是物体运动的相似，称之为运动相似。

現在再来考虑物体受力运动的情况，即是討論力学系統相似