

高等结构力学丛书之一

Jiegou Youhua Sheji

结构优化设计

李 炳 威

人 民 交 通 出 版 社

高等结构力学丛书之一

结构优化设计

李 炳 威

责任编辑：丁香云

封面设计：涂 浩

插图设计：高静芳

人民交通出版社出版发行

（北京和平里东街10号）

各地新华书店经销

人民交通出版社印刷厂印刷

开本：850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张：12.75 字数：320千

1989年4月 第1版

1989年4月 第1版 第1次印刷

印数：0001—3000册 定价：10.10元

02-191-172-2

ISBN 7-114-00218-1

U·00160

内 容 提 要

全书共分九章。前两章介绍结构优化设计的基本概念和极值问题数学原理；第三章讨论结构优化设计的准则方法；随后五章阐述结构优化设计的几种方法，包括线性规划和线性逼近法，无约束非线性规划方法，约束非线性规划方法，动态规划方法、几何规划方法；最后一章介绍结构优化设计发展中的两个问题。

本书可供从事土木、建筑、机械、航空与造船工程的科技人员；大专院校的广大师生使用参考。

出版说明

我社组织编写的“高等结构力学丛书”，包括(暂定名)：结构力学基础、拱结构的稳定与振动、曲线梁、结构动力学、随机振动、杆系结构稳定、板结构、壳结构、薄壁杆件、弹性工程力学、结构塑性分析、非线性结构分析、高层建筑结构分析、复合材料结构力学和结构优化设计等共15卷，将于1987年开始陆续出版。

参加丛书编写的教授、专家，都有较深的理论造诣和较丰富的教学或工程实践经验。丛书内容丰富，论述系统，可作为某学科的专业基础课或其他学科的选修课教材，可供有关专业的科研和工程技术人员参考使用，也可作为培养大学本科高年级学生智能的自学读物。

“高等结构力学丛书”编审委员会

主任委员 王朝伟

副主任委员 何福照

委员 (按姓氏笔划为序)

万 虹	于希哲	王朝伟	甘幼琛
刘光栋	何福照	李君如	李炳威
李廉锴	陈英俊	吴德心	陆 楸
汤国栋	罗汉泉	杨第康	项海帆
姚玲森	秦 荣	徐后华	梅占磐
黄与宏	熊祝华	詹肖兰	缪加玉
蔡四维	樊勇坚	薛大为	

序

结构力学是固体力学的一个分支。任何工程结构物的设计和建造，都会遇到结构力学问题。进入20世纪后，随着生产的发展和科学技术的进步，结构物的形式更加多样，受力体系更加复杂，这就要求有相应的理论分析方法和实用而有效的计算手段，编写高等结构力学丛书的着眼点即在于此。丛书在介绍力学的基本理论方面，重点突出了弹性理论和塑性理论。20世纪中期以后，复合材料结构和高层结构以及非线性结构的分析研究，取得了可喜的成果。随着电子计算机的广泛应用，在结构分析中普遍采用矩阵法，并进一步建立了有限元法。有了有限元法的分析方法和电子计算机的计算工具，人们便可以对工程结构物的设计由先设定结构方案，后进行综合考虑多方面的因素，以求得最优结构方案的设计，即所谓的结构优化设计。如上所述的有限元法和结构优化设计使结构力学走向计算机化，通称计算结构力学，从而开拓了新的结构力学领域。

本丛书在“结构力学基础”一卷里对杆系结构的经典理论先作概括性的论述，而后重点讲述分析杆系结构的矩阵方法和在电子计算机上实现该法的程序设计问题；在“高层建筑结构分析”一卷里也是在论述经典理论之后，主要讲述程序设计问题。经典的杆系结构和拱结构各设专卷讲述其稳定与振动；板壳结构中也都包括稳定与振动的论述。关于振动加“随机振动”，另有专卷论述。当代工程中遇到的曲线梁和薄壁杆件问题，亦有专卷论述。当代的复合材料结构和非线性结构的分析，以及结构优化设计，也都各列专卷。至于“有限元法”则另编一书以资配合。

对结构力学专业和各类结构工程专业的研究生来说，上述广泛范围内的结构力学分支有些是必修的专业基础课程，如板、壳

结构（包括稳定与振动）、结构的塑性分析和张量分析在弹性力学中的应用等课程中的一至二门；有些是不同专业的专门课程，如曲线梁、复合、高层、优化、非线性和随机振动等课程中的一门（根据研究方向所需的非力学课程不在此列）；还有些是需要开列出来由学生选修的课程。当然，反映当代力学计算方法的有限元法，包括加权残数法及其计算机程序设计也应是必修的。若采用各个分支的专著作教材，学时是不够的，适当精简内容以适应研究生学习的需要是我们编写这套丛书的第一个目的。

结构力学按专业来划分可分为：房屋结构力学、桥梁结构力学、隧道结构力学、飞机结构力学、车辆结构力学、船舶结构力学和土工结构力学等等。而这些不同专业的结构力学都有共同的基本理论。为各个专业的结构力学奠定共同的理论基础是我们编写这套丛书的第二个目的。

随着时代的推移，新的结构形式将不断涌现。工程师们为创造新的结构形式，往往需要广泛的结构力学知识，熟悉新结构的受力图式和掌握分析方法。为工程技术人员提供参考资料是我们编写这套丛书的第三个目的。

当今大学本科的结构力学教材所涉及的范围仅仅局限于杆系结构，有些内容需要提炼和概括以便增加课外阅读学时数；同时也有些内容（如稳定与振动）则需要抽出来单独设课。这是当前结构力学内容改革的趋向。丛书对杆系结构中的基本内容作了提炼和概括的尝试，以供学生参考；对于专题的内容则抽出来单独编辑成册，虽内容较深，但可供教师因材施教，培养拔尖学生之用。

既要传授知识，也要培养智能，这是当今高等学校的教学工作中应该大力提倡的。培养学生自学能力是培养智能的一个重要方面。我们安排学生自学，除必须给学生有足够的课外学时数外，最根本的一条就是要调动学生自学的主动性和积极性。为了做到这一点，除教师的引导和启发外，还必须恰当地提供自学的内容。根据本人三十年代学习结构力学时的经验，我认为最好是

目 录

前 言	1
第一章 基本概念	2
§1.1 概述	2
§1.2 结构优化设计的计算模型	14
§1.3 单杆优化设计举例	22
§1.4 结构设计中的优化方法分类	33
习题	34
第二章 极值问题数学原理简介	36
§2.1 函数极小的性质	36
§2.2 二次型	42
§2.3 目标函数的最速下降方向	47
§2.4 函数的凸性	50
§2.5 条件极值和拉格朗日 (Lagrange) 乘子法	52
§2.6 库恩—塔克 (Kuhn-Tucker) 条件	71
习题	76
第三章 结构优化设计的准则方法	79
§3.1 满应力准则的概念	79
§3.2 比例满应力法	83
§3.3 齿行法	90
§3.4 修改的齿行法	96
§3.5 多工况、多变量的满应力设计	99
§3.6 桁架、塔架与空间网架的满应力设计及其 程序框图	104
§3.7 位移准则法	107
§3.8 能量准则法	115

习题	119
第四章 线性规划和线性逼近法	121
§4.1 线性规划的标准模式	121
§4.2 线性规划的基本原理	125
§4.3 单纯形法	127
§4.4 对偶线性规划	134
§4.5 线性规划在结构优化设计中的应用	137
§4.6 线性逼近法	152
习题	167
第五章 无约束非线性规划方法	171
§5.1 一维搜索的几个算法及其应用	172
§5.2 使用导数的无约束优化方法	188
§5.3 不用导数的直接搜索法	207
习题	250
第六章 约束非线性规划方法	253
§6.1 可行方向法	253
§6.2 最速下降法	261
§6.3 梯度投影法	269
§6.4 有约束补偿的梯度投影法	278
§6.5 罚函数法	285
习题	305
第七章 动态规划方法	309
§7.1 概述	309
§7.2 平面桁架的优化设计	315
§7.3 钣梁的优化设计	320
§7.4 连续梁的优化设计	326
§7.5 高压输电塔的优化设计	333
习题	340
第八章 几何规划方法	342
§8.1 概述	342

§8.2 无约束正定几何规划.....344

§8.3 约束正定几何规划.....350

§8.4 广义几何规划.....355

§8.5 解几何规划问题的线性化方法.....358

§8.6 几何规划在结构优化设计中的应用.....362

习题.....371

第九章 结构优化设计发展中的两个问题.....373

§9.1 数学规划方法与优化准则方法之间的关系.....373

§9.2 结构优化设计与结构的可靠性或安全度之间的
关系.....375

参考文献.....386

前 言

自60年代以来，运筹学和数学规划一直是非常活跃的领域，它们与工程实际问题、计算机应用相联系，促进了多门学科的相互渗透和发展。结构优化设计的产生与发展，正是力学、最优化技术和计算机应用等多个领域综合的体现。工程实践证明，在工程结构的设计中，充分运用最优化技术，不仅促使了结构设计发生深刻的变化，而且可以在减轻结构重量和降低工程造价等方面收到显著的效益。在国内，自70年代初我国大连工学院钱令希教授积极倡导开展结构优化设计的研究与应用之后，仅仅十几年的时间，各高等院校、科研单位与设计部门等在工程结构设计的优化方面进行了大量工作，优化设计的对象已涉及到土木、建筑、机械、航空与造船等各个方面。目前，结构优化设计作为一种很有发展前途的新技术，已为愈来愈多的工程技术人员所接受。他们希望对优化设计有更为系统的了解，高等院校正在为广大学生与研究生开设这方面的课程。这一切都可说明，在广大工程技术人员与大专院校学生中，普及最优化技术的知识，系统地介绍结构优化设计的理论与方法，已是推广工程优化设计技术的急需与长远的任务。

为了适应这方面的需求，编者根据前些年在北京、长沙、重庆、昆明与呼和浩特等地举办的结构优化设计讲习班的讲稿，整理编写了本书。希望它能为读者学习与研究结构优化设计及其实际应用提供一定的帮助。在编写时，本着加强基础理论与注意系统性的精神，把重点放在关于实际问题数学模型的建立、优化算法和各种方法的内在联系方面。

编 者

第一章 基本概念

§1.1 概 述

结构力学的发展已有一百多年的历史。近二十年来，由于科学技术的发展，学科之间的相互渗透、借鉴，以及计算技术的迅速发展，计算机在工程中的应用范围不断扩大，结构力学和其他许多工程学科一样，也发生了深刻变化。它的研究对象、任务、理论与计算方法都有了很大的发展。

传统的结构设计程序，首先是凭借经验和判断作出结构的初始方案，包括总体布置、材料选择、结构尺寸和制造工艺等，然后进行结构分析，最后在力学分析的基础上检验其可行或不可行，必要时则进行一、二次修改。在这样的设计程序中，结构分析只起到一种求其安全可行的校核作用（图1-1）。

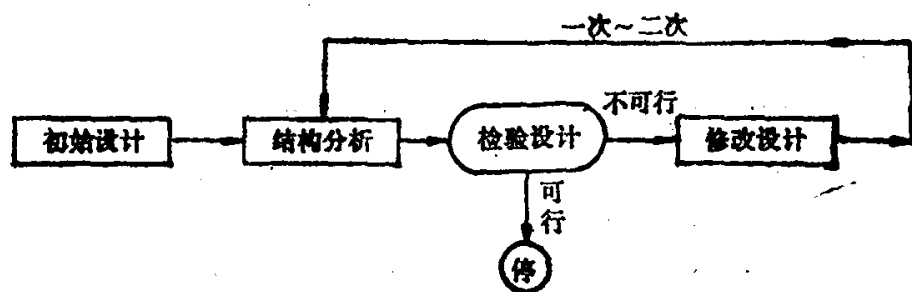


图1-1 传统的结构设计流程

随着生产的迅速发展，这样的设计程序已经远远不能适应现代化建设发展的需要，这是由于工程建设对于结构设计的要求日趋复杂，使得设计工作者无成熟的先例可作借鉴，难以作出比较

合理的经验设计，更由于计算技术的迅速发展，在结构设计的领域里，能够综合考虑经济、工艺、材料与使用等各个方面的因素。只要充分应用和发展运筹思想和数学规划的方法，最大限度地利用资源、材料和设备等条件就能达到一定的目标。结构优化设计的任务正在深刻地改变着工程设计的思想，成为结构力学中最活跃的领域之一。

近些年来，国内外结构优化设计的理论和方法的研究成果累累，正在工程实践中沿着不同的道路进行探索，有的已经收到了明显的效果。作为一个方兴未艾的新领域，尽管它还存在着大量未被揭示的规律和未被开拓的方面，还有待于人们去研究与探索，但是基于现代技术，与理想设计相联系的“结构综合”已经引起广大科技工作者的强烈兴趣，它正在吸引着人们为其理论与方法的进一步研究，以及在工程设计中推广应用作出贡献。

早在结构力学萌芽之前，古代劳动人民在建筑实践中就已表现出朴素的结构优化设计的思想。根据水经注卷16谷水条的记载，在晋朝（公元317~420年）或者还要早些，拱式结构已在桥梁上应用。在我国南北朝时代（公元420~580年）我国西北地区流行一种伸臂式结构的飞桥即是利用短梁穿越宽河的卓越形式。此外，房屋建筑中的木架结构，最迟在公元前12世纪就已形成，这种结构的横梁由于采用了数层重叠的形式，大大地减小了每层梁的弯曲应力。这一切都充分表现了我国劳动人民精心设计、就地取材的智慧。

远在三百多年前，标志着用力学方法解决工程结构计算问题的肇始，意大利数学家和力学家伽利略（Italy Galileo）通过实验和理论的研究，解决杆件尺寸与其所能承受荷载间的关系时，就已经提出了等强度梁的概念。公元1904年，米歇尔（Michell）发表了一篇文章，提出了最小体积的构架结构设计问题。实际上，在这些等强度梁与米歇尔理想桁架中已经孕育了结构优化设计的思想。随着工业、商业与交通运输业的发展，钢结构和钢筋混凝土结构被广泛应用，广大科技工作者更是创造了许许多多既

合理又经济的新的结构形式，逐步发展了结构计算的理论，这是建立与发展结构优化设计理论的基础。尽管现代科学技术已经为结构优化设计的发展提供了强有力的数学方法和计算手段，一个既合理又经济的结构形式决不是简单地计算出来的，而首先是人们对力学概念的正确理解与应用的结果，是对结构设计的熟练技巧进行高度提炼的产物。

如何寻求理想的内力与位移分布、合理的结构形式与刚度配置？我们凭借长期积累的经验和实践的验证，可以发现与认识这样一个事实：即基于力学原理，无论从静力、几何与物理的那一个方面出发，客观上必存在一定的规律可以遵循。例如：

(一)力的传递路线愈直接，或外荷载愈能被支承反力所直接平衡，结构的重量就愈轻。

图 1-2(a)与(b)所示的中心受压柱子与悬索都是承受直接压力（它是传力最直接的典型例子），由于在承受轴向压力的杆件截面内应力分布最均匀，材料最能尽其所用，因此，从传力愈直接、结构重量愈轻这一原理出发，应尽力避免外荷载偏离构件的轴线。

图1-3(a)是跨越一定空间的简支梁，对于这类结构形式，外力与支承反力常不在同一直线上相遇，外荷载总是要走相当的弯路才能传到支座上去。走“弯路”就意味着受力弯曲，因此，梁式结构主要承受弯曲。如果用图1-3(b)所示的三铰拱来代替同样跨度的简支梁，承受同样荷载，则结构的受力特性发生了根本的变化。由于可以把图中的力按力多边形作出的索多边形视为在反向荷载作用下的倒置悬索，因此，我们称此索多边形为压力多边形，它与拱任意截面的交点代表了该截面所有内力的合力作用点。当荷载连续分布时，图中压力多边形便转变为压力曲线。由上述可见，为了使拱结构传力最为直接，只需使压力线与拱轴完全吻合，换句话说，就是要使在拱的所有截面中弯矩都等于零。即

$$M_0 + HZ = 0 \quad (1-1)$$

式中 M_0 是在相应的简支梁上外荷载作用产生的弯矩。

对于荷载是连续均匀分布的情形，式(1-1)也可写为

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{q}{H} \quad (1-2)$$

与平面结构中的梁和拱一样，如果说在空间结构中的薄板结构〔图1-4(a)〕类似于主要承受弯曲的梁，则薄壳结构〔图1-4(b)〕可以看成是拱的近代形式；由于存在原始曲率，壳体和平板是两种受力性能完全不同的结构类型。在一定的边界条件下，为使壳体在两个方向只承受直接压力（薄膜内力），对于承受均布荷载的双曲扁壳来说，只需使中面内的内力满足如下关系式：

$$\begin{aligned} N_x &= N_y \\ N_{xy} &= 0 \end{aligned}$$

则薄膜理论的基本方程式

$$N_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -q \quad (1-3)$$

变成了承受直接压力壳体（无拉力壳）的中面方程式。它表示了类似于合理拱轴〔式(1-2)〕的壳体理想中曲面。

图 1-5 为作用在 A 点的集中力 P 和在 B 与 C 两点的支承反力，构成的互相平衡力系。一个承受这个力系且满足米歇尔准则的理想结构由 S_1 和 S_2 两个部分所组成（图 1-6）。图 1-6(b)所示的结构 S_1 是由一个具有相同轴向压力的辐射状径向连续杆集，一个承受支座反力 $P_1/2$ 的切向分力 $(P_1/2)\sin\phi$ 的圆形受拉杆件，以及两个承受支座反力 $P_1/2$ 的另一个法向分力 $(P_1/2)\cos\phi$ 的径向压杆 AB 和 AC 所组成；图 1-6(c)所示的结构 S_2 为一个承受轴向压力 P_2 的杆件。显而易见，米歇尔理想构架实际上就是传力最直接的结构。

(二)选取合理的截面型式和刚度配置，将内力与位移的分布相对于材料的配置调整得愈是合理，结构的重量就愈轻。

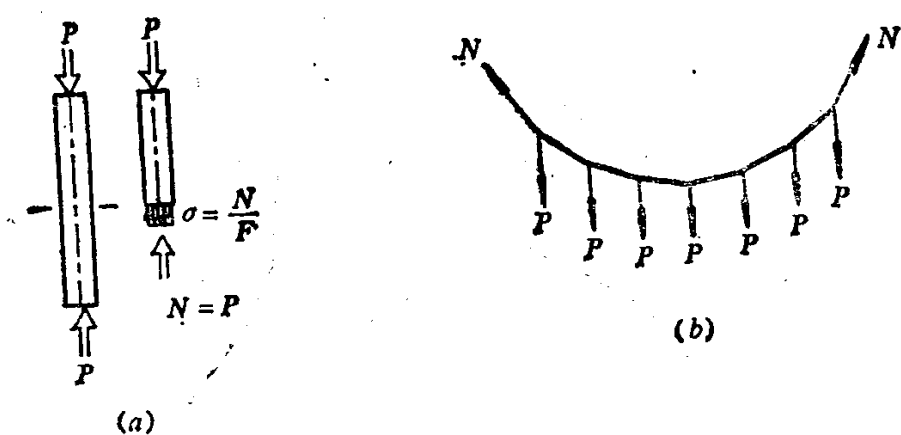


图 1-2

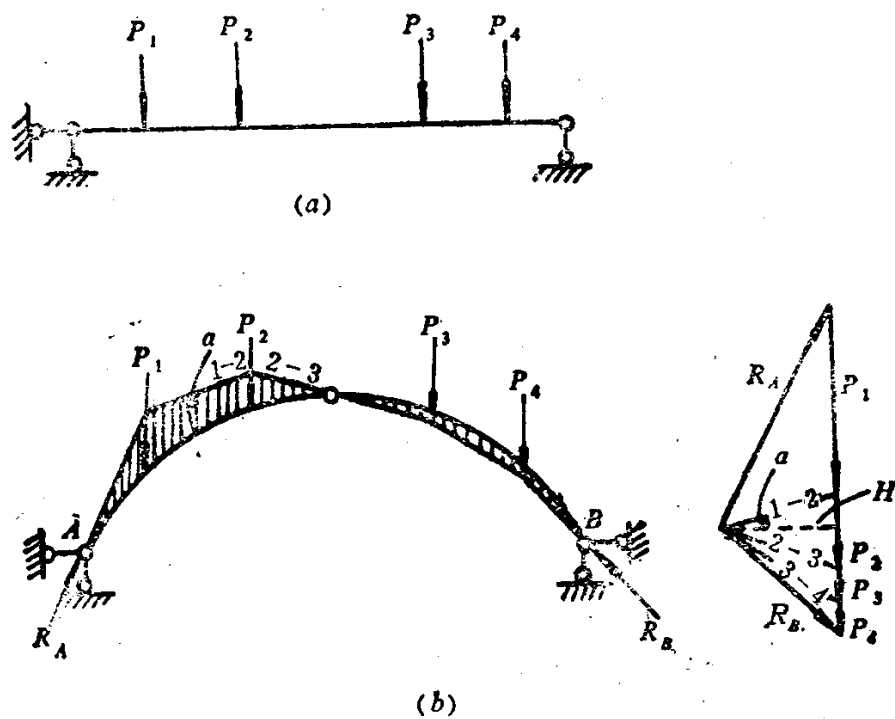


图 1-3

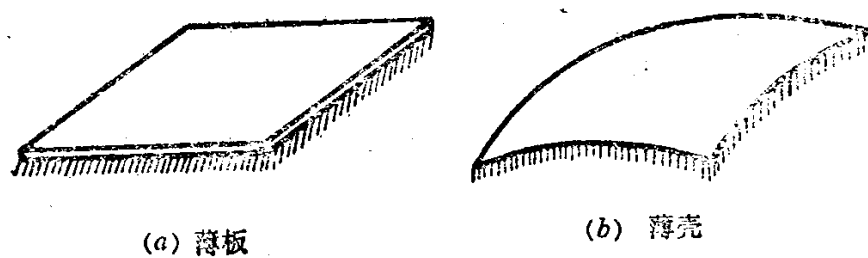


图 1-4

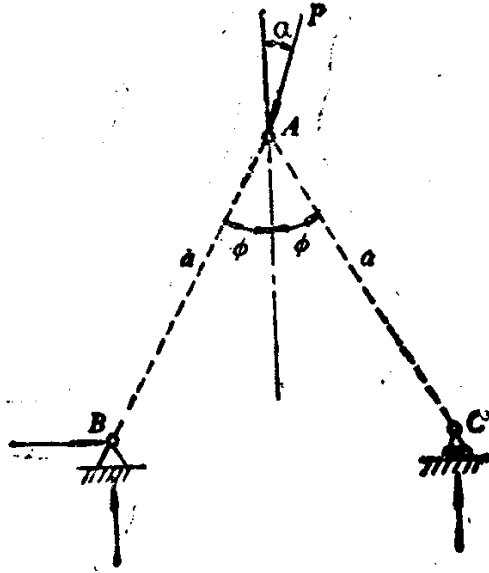


图 1-5

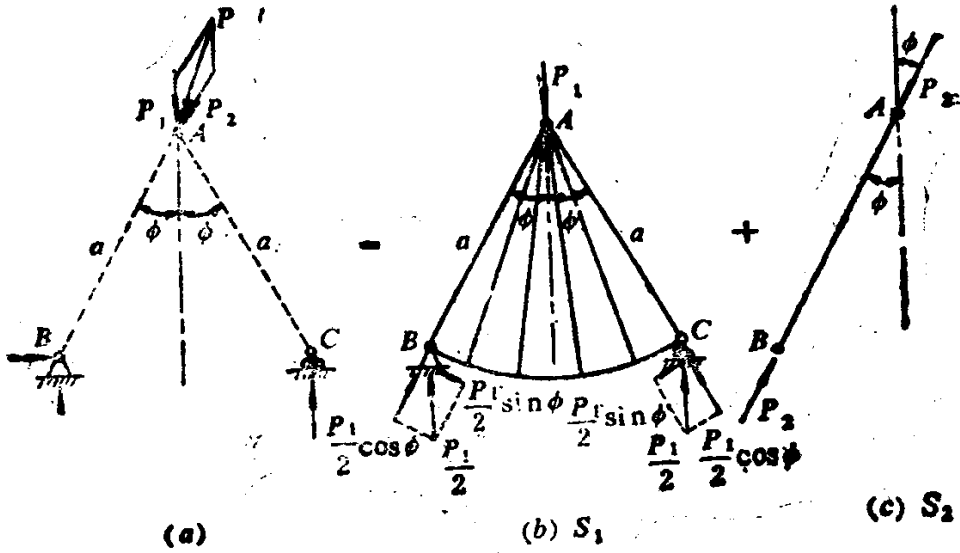


图 1-6

图 1-7(a)为在自重以及轴向荷载 P 作用下的等强度杆，它是所有横截面应力均相同的杆件。图 1-7(b)为叠板簧，它是等强度梁在工程中的一个实例。等强度梁是随着弯矩的变化而

改变截面的尺寸，使在一定荷载作用下，各横截面的最大纤维应力相同，从而达到充分发挥材料的承载能力，减轻结构重量的目的。

图1-8(a)为一闭合刚架。若从强度条件出发选择截面时，为了减小构件的截面尺寸，当 $l_1 > l_2$ 时，应该使 AC 杆的跨中弯矩 $\frac{1}{8}ql_1^2$ 尽可能接近或等于结点弯矩 M [图1-8(b)]，由此可得诸杆件间的刚度比为

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{l_1^3}{l_2(3l_1^2 - 4l_2^2)} \quad (1-4)$$

这就是说，若以结构最轻作为优化目标，则此比值代表了杆件间的最优配置。

图1-9为在房屋建筑中常用的两铰拱组合屋架。第一机械工业部第八设计院曾对这种屋架进行了改善偏心距的优化设计，计算实践证明，在增加不多计算工作量的情况下，节省材料的效果是十分显著的。两铰拱屋架是一个一次超静定结构，当上下弦刚度以及上下弦在端部交会处的偏心距等量值取数不同时，内力分布也随之改变。因此，若我们给定不同的刚度比与偏心距 e ，所需的用钢量也就不同。例如偏心距取大了，可以改善上弦的正弯矩，从而减少配筋，但是如果把偏心距取得过大，又会在上弦端部造成过度的负弯矩，反而又增加了配筋。这也是一个如何合理地调整上下弦刚度比达到耗钢量最少的实例。

图1-10(a)所示为一个两跨连续梁极限设计的算例。如果以支座弯矩 M_2 为多余未知力，并适当选择 J_1 与 J_2 的比值，使结构重量最轻。在这种情况下，首先把第一与第二两跨跨中可能出现塑性铰处的弯矩 M_1 与 M_3 分别用 M_2 表示：

$$M_1 = \frac{30 \times 20}{4} - \frac{M_2}{2} = 150 - \frac{M_2}{2} \quad (1-5)$$

$$M_3 = \frac{10 \times 10 \times 20}{30} - \frac{M_2}{3} = \frac{1}{3}(200 - M_2) \quad (1-6)$$