

# 力学与结构

上册

慎铁刚 编

天津大学出版社

# 一、本书采用的国际制单位及与公制的近似换算

|                               |                 | 本书采用的国际制单位 |                       | 习惯用的公制单位 |                    | 换算系数 |     |
|-------------------------------|-----------------|------------|-----------------------|----------|--------------------|------|-----|
|                               |                 | 读 作        | 符 号                   | 读作       | 符 号                | 国际制  | 公制  |
| 长 度                           |                 | 米          | m                     | 米        | m                  | 1    | 1   |
|                               |                 | 毫米         | mm                    | 毫米       | mm                 | 1    | 1   |
| 外 力                           | 集中力             | 牛顿         | N                     | 公斤       | kg                 | 1    | 0.1 |
|                               |                 | 千牛顿        | kN                    | 吨        | t                  | 1    | 0.1 |
|                               | 均布力             | 牛顿每米       | N/m                   | 公斤每米     | kg/m               | 1    | 0.1 |
|                               |                 | 千牛顿每米      | kN/m                  | 吨每米      | t/m                | 1    | 0.1 |
|                               | 力 偶<br>或<br>力 矩 | 牛顿米        | N·m                   | 公斤米      | kg·m               | 1    | 0.1 |
|                               |                 | 千牛顿米       | kN·m                  | 吨米       | t·m                | 1    | 0.1 |
| 内 力                           | 剪 力<br>或<br>轴 力 | 牛顿         | N                     | 公斤       | kg                 | 1    | 0.1 |
|                               |                 | 千牛顿        | kN                    | 吨        | t                  | 1    | 0.1 |
|                               | 弯矩              | 牛顿米        | N·m                   | 公斤米      | kg·m               | 1    | 0.1 |
|                               |                 | 千牛顿米       | kN·m                  | 吨米       | t·m                | 1    | 0.1 |
| 单位面积上的<br>外力(即压强)<br>或内力(即应力) |                 | 牛顿每平方米     | Pa或N/m <sup>2</sup>   | 公斤每平方米   | kg/m <sup>2</sup>  | 1    | 0.1 |
|                               |                 | 牛顿每平方毫米    | N/mm <sup>2</sup>     | 公斤每平方厘米  | kg/cm <sup>2</sup> | 1    | 10  |
|                               |                 | 千牛顿每平方米    | kPa或kN/m <sup>2</sup> | 吨每平方米    | t/m <sup>2</sup>   | 1    | 0.1 |
|                               |                 | 千牛顿每平方毫米   | kN/mm <sup>2</sup>    | 吨每平方厘米   | t/cm <sup>2</sup>  | 1    | 10  |

## 二、国际制单位的倍率关系词

| 国际制符号 | 中文读作 | 含 义               | 参 例                     |
|-------|------|-------------------|-------------------------|
| G     | 吉    | 10 <sup>9</sup> 倍 | 1GN=10 <sup>9</sup> N   |
| M     | 兆    | 10 <sup>6</sup> 倍 | 1MN=10 <sup>6</sup> N   |
| k     | 千    | 10 <sup>3</sup> 倍 | 1kN=10 <sup>3</sup> N   |
| c     | 厘    | $\frac{1}{100}$   | 1cm= $\frac{1}{100}$ m  |
| m     | 毫    | $\frac{1}{1000}$  | 1mm= $\frac{1}{1000}$ m |

注：把本表的国际制倍率关系符号加在国际制单位之前，即构成了倍率关系。

## 内 容 提 要

“力学与结构”分上、下两册，将建筑学专业原教学计划中有关力学和结构等所属六门课程的内容合并为一门课“力学与结构”，总学时仅需130左右。文字上力求简明和便于自学；内容上不是以上有关课程的简单压缩，而是加以综合，精练而成，力求实用。至今已有三届学生的教学实践。本书是其中的上册。

本书可作为大专院校建筑学专业等非结构专业学习力学、结构的教材，亦可供城乡建设部门技术人员自学参考。

## 力学与结构

上册

慎铁刚 编

•

天津大学出版社出版

(天津大学内)

河北省昌黎县印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

•

开本：787×1092毫米 $1/16$  印张：14 $1/2$  字数：360千

1988年9月第一版 1988年11月第2次印刷

印数：5001—9000

ISBN 7-5618-0050-9

TU·2 定价：13.00元

# 序

建筑是运用物质材料与科学技术所创造的为满足人类社会生产、生活及精神文化等功能及形象要求的物质空间和环境。建筑设计任务是全面贯彻适用、安全、经济、美观的方针，高质量、高效率地设计出具有时代性、民族性和地方性的建筑和环境，它是科学和艺术、逻辑思维和形象思维通过设计人员的头脑及其辅助手段相结合的多学科，多专业的创造性智力劳动。

人类进入了现代化社会，生产力有了很大发展。建筑材料、建筑技术以及建筑功能要求都发生了很大的变化。建筑设计的复杂性与综合性，要求建筑师对多种学科与专业技术的广泛理解，而更为重要的则是对于建筑力学与结构特性的了解。因之，国内外近年以来对建筑师的培养都重视了对力学与结构课程的设置要求和对课程内容的改革。不少结构专家为建筑专业学生专门编写了大量各具特色的教科书。

建筑师应该掌握力学与结构的基本知识是不言而喻的，但掌握到何种深度，和如何使学到的力学与结构知识与建筑创作实践密切联系，却是一个值得探讨的问题。

社会的进步，形成了人们在不同专业岗位上的高度分工。在建筑设计领域中，对建筑师的力学与结构要求当然不同于一个结构工程师，不能要求建筑师掌握各种结构的复杂设计与计算能力。然而由于建筑的本身物质属性，建筑创作又是与力学与结构密不可分的。为了使建筑师能够更好地完成创作，一方面自己应该具有最基本的力学概念，另一方面则应该取得与结构专业密切配合的共同语言，这就是培养建筑师力学与结构知识的基本要求。

天津大学建筑工程系在修订建筑学专业教学计划中，从探索建筑教育改革的愿望出发，基于以上知识，将建筑学专业的力学与结构课程归并为两门课程。其一是“力学与结构”课，另一个是“结构方案及造型设计”课，前者重点在于培养学生的基本力学概念与构件设计知识，后者则重点在于培养学生对结构物体系的空间概念和对多种结构型式的运用法则，而前一课程又为后一课程创造良好基础。

作为教学改革的探讨，慎铁刚副教授根据自己多年从事建筑及结构设计和教学实践经验，写出了这本《力学与结构》教材。

本书特点是将建筑师应该掌握的力学与结构基本知识汇为一编。内容跨越了理论力学，材料力学、结构力学、以及钢筋混凝土结构、砖石结构与钢结构等基本构件的设计内容，并将各项内容融会贯通相互衔接。使初学者能仅借初等数学及物理学的基础，循序渐进、逐步深入，最后达到对力学与结构概念的基本理解。全书在理论推导上，论证清晰自成体系，大量采用了直观形象教学方法。同时，书中也反映了我国各类结构设计规范的最新成就，并采用了统一的结构术语与国际标准单位。另外，还在书中提供了一定数量的计算图表与计算例题，使学者更易于学习和巩固。

《力学与结构》一书将多门力学与结构课程凝聚于一编，既减少了各课程之间的重复部分，又不失于各课程自身体系的基本完整。但总学习课时，则可精简至130学时左右，这是一个很大的变革。

本教材经过教学实践，取得了可喜的学习效果，为建筑学专业的课程改革迈出了新的一步。另外，本书也可以供广大从事建筑设计人员作为自学力学与结构知识的参考。

宋秉译

1988年4月于天津大学

## 编 者 说 明

本书是以编者三年来为天津大学建筑学专业和城市规划专业学生讲授“力学与结构”课的讲义稿为基础充实、修订而成的。

在教学实践和本书的编写过程中，宋秉泽教授给予了多方指导，并为本书写了序言。何玉敖教授阅审了本书的讲义稿，给编者以鼓励。毕学涛副教授、姜若恺副教授对本书的有关章节提出了宝贵的意见。天津大学和天大建筑系的有关领导和专家对编者给予了有力的支持。本书最后由宋秉泽教授审稿付印。

朱燕林同志参加了本书的编写工作。江声和小疑同学演算了部分例题和习题，描绘了大部分插图。

参考和引用的有关书籍，列在了本书下册书末附录后。

对以上各方面的帮助，编者谨致谢忱。

由于编者的水平有限，书中不免缺点或错误，欢迎读者批评、指正。

1988.5.

# 目 录

|                                            |      |
|--------------------------------------------|------|
| 第一章 静力平衡.....                              | (1)  |
| 第一节 力和物体的约束反力(或称支反力).....                  | (1)  |
| 一、力和力系概念.....                              | (1)  |
| 二、力的平行四边形法则.....                           | (2)  |
| 三、约束和约束反力.....                             | (2)  |
| 四、画受力图.....                                | (3)  |
| 第二节 力矩与力偶.....                             | (6)  |
| 一、力矩.....                                  | (6)  |
| 二、力偶.....                                  | (7)  |
| 三、力和力偶的合成.....                             | (8)  |
| 第三节 力系的平衡.....                             | (9)  |
| 一、力对坐标轴的投影.....                            | (9)  |
| 二、力系的平衡及举例.....                            | (10) |
| 第四节 小结.....                                | (19) |
| 一、正确的画出受力图.....                            | (19) |
| 二、正确的将研究对象上的已知外力进行化简.....                  | (19) |
| 三、力系的平衡.....                               | (20) |
| 习题.....                                    | (21) |
| 第二章 静定结构的内力.....                           | (27) |
| 第一节 结构的内力综述.....                           | (27) |
| 一、构件脱离体截面上内力和外力的平衡.....                    | (27) |
| 二、求静定结构的内力方法.....                          | (28) |
| 第二节 轴力、剪力和弯矩.....                          | (31) |
| 一、定义.....                                  | (31) |
| 二、轴力、剪力和弯矩的正负号规定.....                      | (32) |
| 三、由荷载或外力直接求轴力 $N$ 、剪力 $V$ 和弯矩 $M$ 的方法..... | (33) |
| 四、由外力的方向直接决定某截面上内力的正负号.....                | (33) |
| 五、静定结构内力求法举例.....                          | (34) |
| 1. 简支梁的内力求法举例.....                         | (34) |
| 2. 悬臂梁的内力求法举例.....                         | (36) |
| 3. 外伸梁的内力求法举例.....                         | (37) |
| 4. 静定刚架内力求法举例.....                         | (37) |
| 5. 静定拱的内力综述.....                           | (38) |
| 6. 静定桁架的内力求法及举例.....                       | (42) |
| 第三节 内力图——轴力图、剪力图和弯矩图.....                  | (52) |
| 一、梁的 $V$ 、 $M$ 图及举例.....                   | (53) |

|                                |       |
|--------------------------------|-------|
| 二、刚架的M、V、N图及举例                 | (57)  |
| 第四节 小结                         | (69)  |
| 习题                             | (70)  |
| 第三章 应力和强度                      | (74)  |
| 第一节 应力和强度计算概念                  | (74)  |
| 一、应力                           | (74)  |
| 二、强度                           | (74)  |
| 三、强度条件                         | (75)  |
| 第二节 弯曲时的正应力                    | (75)  |
| 一、弯曲时的正应力                      | (75)  |
| 二、中性轴                          | (77)  |
| 第三节 截面的几何特征                    | (78)  |
| 一、截面模量W                        | (78)  |
| 二、截面惯性矩I                       | (79)  |
| 三、截面回转半径                       | (80)  |
| 第四节 梁的正应力强度计算及举例               | (82)  |
| 第五节 提高梁抗弯能力的措施                 | (86)  |
| 一、合理布置支座,改善梁的受力情况              | (86)  |
| 二、选择合理的截面形状和尺寸                 | (86)  |
| 三、变截面梁                         | (89)  |
| 第六节 梁的剪应力强度计算及举例               | (90)  |
| 第七节 扭转时的应力                     | (94)  |
| 一、扭转的概念                        | (94)  |
| 二、扭矩的计算和扭矩图举例                  | (95)  |
| 三、圆杆的扭转应力                      | (96)  |
| 四、矩形杆的扭转应力                     | (98)  |
| 第八节 构件在组合复形时的应力和强度计算及举例        | (99)  |
| 第九节 小结                         | (102) |
| 习题                             | (103) |
| 第四章 压杆的稳定——当内力为轴向压力时对细长杆件的特殊考虑 | (106) |
| 第一节 压杆的三种平衡状态                  | (106) |
| 第二节 临界应力及举例                    | (107) |
| 第三节 压杆的实用算法及举例                 | (111) |
| 第四节 提高压杆稳定性的措施                 | (113) |
| 第五节 小结                         | (115) |
| 习题                             | (116) |
| 第五章 结构变形的概念                    | (117) |
| 第一节 内力与变形的关系                   | (117) |
| 一、结构变形                         | (117) |
| 二、确定结构变形的目的                    | (117) |

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| 三、力与变形的关系式              | (117) |
| 第二节 梁在弯曲时的挠度和挠曲线方程及举例   | (120) |
| 一、挠度                    | (120) |
| 二、挠曲线方程及应用举例            | (120) |
| 第三节 定性分析及举例             | (124) |
| 第四节 提高梁的刚度的措施           | (125) |
| 第五节 变形校核及举例             | (126) |
| 第六节 超静定梁                | (127) |
| 一、一般概念                  | (127) |
| 二、变形比较法解超静定梁            | (128) |
| 第七节 力法概述                | (130) |
| 一、求静定梁在指定截面位移的方法——单位荷载法 | (130) |
| 二、用单位荷载法求静定刚架在指定截面的位移   | (132) |
| 三、力法的基本原理               | (132) |
| 第八节 小结                  | (137) |
| 习 题                     | (137) |
| 第六章 结构计算简图              | (138) |
| 第一节 支座、节点和杆件的计算简图       | (138) |
| 一、支座计算简图                | (138) |
| 二、节点计算简图                | (140) |
| 三、杆件计算简图                | (141) |
| 第二节 荷载的分类               | (142) |
| 一、根据荷载的表现形式分            | (142) |
| 二、根据荷载作用时间的长短分          | (142) |
| 三、根据荷载作用的性质分            | (143) |
| 四、从设计的角度分               | (143) |
| 第三节 结构体系的简化             | (143) |
| 一、将空间结构分解为平面结构          | (143) |
| 二、将体系分解为基本部分和附属部分       | (146) |
| 第四节 小结                  | (148) |
| 第五节 平面体系的几何稳定分析及举例      | (148) |
| 一、问题的提出                 | (148) |
| 二、几何稳定体系的总原则            | (149) |
| 三、总原则的发挥                | (149) |
| 四、几何稳定分析的步骤             | (151) |
| 第七章 结构的刚度               | (152) |
| 第一节 刚度概念                | (152) |
| 第二节 杆件的刚度               | (153) |
| 第三节 截面的抗弯刚度             | (154) |
| 第四节 杆件的线刚度              | (159) |

|                               |       |
|-------------------------------|-------|
| <b>第八章 超静定结构与弯矩分配法</b> .....  | (161) |
| 第一节 超静定结构和静定结构的差别.....        | (161) |
| 第二节 超静定结构的优缺点.....            | (162) |
| 第三节 超静定结构的计算方法概述.....         | (164) |
| 第四节 弯矩分配法计算连续梁和刚架及举例.....     | (165) |
| 一、名词解释.....                   | (165) |
| 二、弯矩分配法的方法可以从以下思路得出.....      | (168) |
| 三、讨论.....                     | (185) |
| 第五节 弯矩分配法与电算结果的比较.....        | (185) |
| 第六节 等跨连续梁的弯矩查表计算及举例.....      | (186) |
| 第七节 小结.....                   | (192) |
| 习 题.....                      | (195) |
| <b>第九章 近似计算</b> .....         | (197) |
| 第一节 单层框架在竖向荷载作用下的近似计算及举例..... | (197) |
| 第二节 多层框架在竖向荷载作用下的近似计算及举例..... | (201) |
| 一、连续梁比拟法及举例.....              | (201) |
| 二、铰点法及举例.....                 | (202) |
| 三、分层计算法及举例.....               | (206) |
| 第三节 多层框架在水平荷载作用下的近似计算及举例..... | (209) |
| 一、反弯点法及举例.....                | (209) |
| 二、力矩平衡法及举例.....               | (212) |
| 三、其它.....                     | (214) |
| 第四节 近似计算法与电算结果的比较.....        | (220) |
| 第五节 小结.....                   | (222) |

# 第一章 静力平衡

本章重点是研究物体在受到各种已知外力的条件下, 物体的支座(或称约束)反力与已知外力处于静力平衡状态的有关问题:

(1) 把比较复杂的已知外力变换成比较简单的、易于计算的形式。这种变换必须保证不改变原来已知外力的性质和大小。

(2) 把被研究物体的支座代之以相应的支座反力(或称约束反力)。这种代换必须符合支座的实际状态。支座反力一般是未知和待求的。

(3) 根据画出被研究物体的受力图, 将步骤1和2的已知外力和未知的支座反力列出相应的静力平衡方程, 从而求出未知的支座反力。

## 第一节 力和物体的约束反力(或称支座反力)

### 一、力和力系概念

#### 1. 力的概念

力是物体间的相互作用, 其效果是使物体改变运动状态或发生变形。

物体间的作用总是相互的。用手击排球, 球受到手的作用力, 同时也给手一个反作用力。用锤敲石头, 石头受到锤的打击力, 同时也给锤一个反作用力。作用力与反作用力, 总是同时存在, 它们的大小相等、方向相反、沿同一直线分别作用在两个物体上。这就是作用与反作用定律。或称为牛顿第三运动定律。

#### 2. 力系概念

在很多实际问题中, 我们遇到的物体, 其受力不止一个。将物体所受的一群力称做力系。

分析力系对物体的作用, 不能单看其中某一力的作用效果, 要看所有力的共同作用效果。

为了研究力系对物体总的作用效果, 常需要把各力合成, 求出它们的合力或合力偶, 或者用一个较简单的力系代替原有力系, 而不改变它对物体的作用效果。这类问题叫做力系的简化。

力系经过简化后, 如果它的合力或合力偶都等于零, 说明力系中各力的作用效果恰相抵消, 此时物体的运动状态应该保持不变, 原来静止的物体仍保持静止, 原来以一定速度作直线运动的物体, 仍以原速度作匀速直线运动。这种运动状态不变的情况, 称为平衡状态。例如, 站在地面上的人, 它的重力和地面给它的向上支持力大小相等、方向相反, 其合力为零, 人就原处静止不动。

平衡状态是物体运动状态的一种特殊情况。只有当物体上所受各力满足一定的条件时,

物体才会处于平衡状态。这些条件，称为力系的平衡条件。以后我们将着重讨论平衡条件。

## 二 力的平行四边形法则

1. 实验证明，用相交两力为邻边作一平行四边形，从两力交点作该平行四边形的对角线，即为合力。这就是著名的力的平行四边形法则。

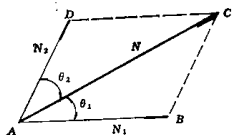


图1-1 力的平行四边形法则

如图1-1所示， $N_1$ 、 $N_2$ 力作用于A点的两力，以这两力为邻边作出平行四边形ABCD，则从A点作出的对角线AC，就是 $N_1$ 与 $N_2$ 的合力 $N$ 。

2. 用力的平行四边形法则可以将任意一个力分解为两个分力。如图1-1中的 $N_1$ 和 $N_2$ 可以看作是 $N$ 分解而成。当角 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 取值不同时将有不同的分力 $N_1$ 和 $N_2$ 。

特殊情况，将一个力分解为互相垂直的两个分力，称为正交分解。研究建筑结构时经常用到这一概念。图1-1中 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 时为正交分解。

2. 将力 $N$ 看成是分力 $N_1$ 与 $N_2$ 的合力本身就是平行四边形的法则，这一过程也叫力的合成。

## 三 约束和约束反力

约束是物体之间的相互限制，或者可以理解为一个物体对另一个物体的支持作用。

显然，约束就是一种力的作用，它是通过约束物体对被约束物体所施加的力来体现的。研究对象受到约束对它施加的力称为约束反力，约束反力的方向通常与受约束所限制的位移方向相反。

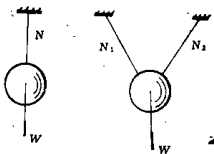


图1-2 柔性约束

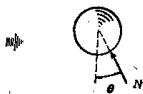
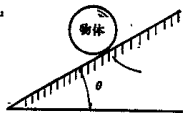


图1-3 光滑面约束

现以几种常见的约束为例，说明如何确定其约束反力。

### 1. 柔性约束 (图1-2)

由拉紧的绳索、链条、皮带等柔软物体构成的约束。其约束反力的作用线沿柔体中心线，方向背离被约束的物体，解除约束后使被约束物体受到一个拉力，如图1-2为柔性绳子拉重物，显然绳的张力 $N_1$ 、 $N_2$ 的合力应与 $W$ 大小相等，方向相反。

## 2 光滑表面约束 (图 1-3)

由光滑表面的刚性物体构成的约束。由于不存在沿光滑面滑动的摩擦阻力,解除约束后以垂直于光滑面的单个力来表明光滑面的作用。此时约束反力的方向已知但大小待求。

## 3 滚轴约束 (图 1-4)

由一个可以左右移动的滚轴对物体构成的约束。滚轴对物体的作用与光滑面相似,解除约束后以滚轴所在处的一个垂直于表面的力来代表。其指向和大小待求。

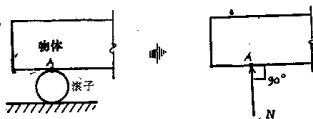


图1-4 滚轴约束

## 4. 光滑铰链约束 (图 1-5)

由一个可以转动的销子铰对物体所构成的约束。光滑销施加于物体的力是通过销子,以某个未知角度出现的。解除约束后通常将此力表示为两个互相垂直的分力,其指向和大小待求。

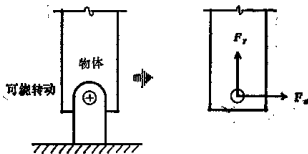


图1-5 光滑铰链约束

## 5. 固定端约束 (图 1-6)

通常在物体被嵌固时发生,解除约束后通常表示为两个互相垂直的分力和一个力偶。其指向和大小待求。

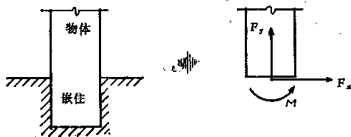


图1-6 固定端约束

## 四 画受力图

适当地选择研究对象并正确地画出它的受力图,是进行受力分析计算时必不可少的步骤。

一张正确的受力图应该画出研究对象所受的全部外力。它们既包括那些已知外力，也包括所受外界物体约束处的约束反力。因为约束的作用已经用相应的约束反力表示出来了，所以受力图上就不必把约束物体画上去，去掉约束物体而用相应的约束反力来代替它，这一分析方法常称为“解除约束原理”。画受力图时，要求解除所有的外界约束并代之以相应的约束反力。这样就好像把研究对象从它周围的物体中“脱离”出来，所以研究对象又叫脱离体，它的受力图又叫“脱离体图”，或者叫“受力图”。

在画受力图时常易发生的错误之一，就是解除约束不彻底，因此受力图上的力就是不完全的，即缺少某些约束反力。用这样的图进行分析计算，会导致不正确的结果。必须特别注意。

在画受力图时，有许多力的大小还是未知的，所以受力图上代表各力的箭头，只要求明确表示出它们的作用点和方向，而不必按比例尺画出它们的大小。一般来说，箭头应画在它的实际作用点处，不要应用力的可传性移到其它地方，以免混淆不清。某些箭头的指向如果暂时无法确定，可以先行假定，等计算后，再根据计算结果的正负号进行修正。铰链约束的约束力的方向不能确定时，可用本节前面介绍的力的分解方法表示出来。

现将画受力图的基本步骤叙述如下：

(1) 根据研究问题的性质、范围选取一定的研究对象，它可以是一个物体，也可以是若干物体组成的一个系统。在某些问题中，也可以选定几个研究对象，它们的受力图应分别画出。

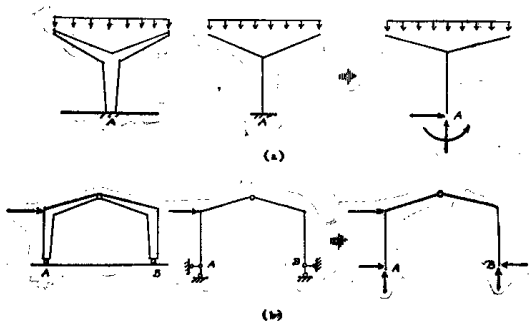
(2) 画出研究对象的大概形状，标出各力作用点的位置及代表字母。

(3) 画出代表已知外力的箭头。

(4) 逐个解除约束画出相应的约束反力。每一约束反力应根据该约束的类型和性质来确定。

(5) 全面检查一下，看有没有遗漏的力，有没有重复的力，有没有实际不存在（无施力体）而虚加上去的力。另外，还应注意受力图上只画所选定研究对象的外力，而不要画出其内力。

【例 1-1】图 1-7 是几个建筑结构解除约束后的脱离体图。



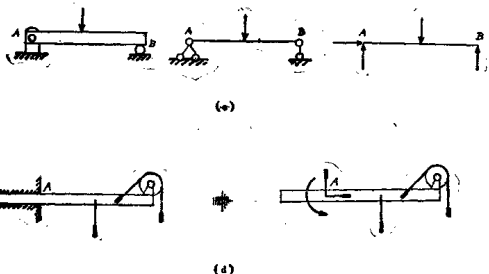


图1-7 计算简图举例

【例1-2】图1-8(a)中的横梁重 $W$ ，重心在其中点 $C$ 。其左端 $A$ 点处为固定铰支座，右端 $B$ 点处用一个二力杆 $BD$ 与竖墙相连，梁在水平位置上处于平衡，尺寸及角度如图，画出梁的受力图。

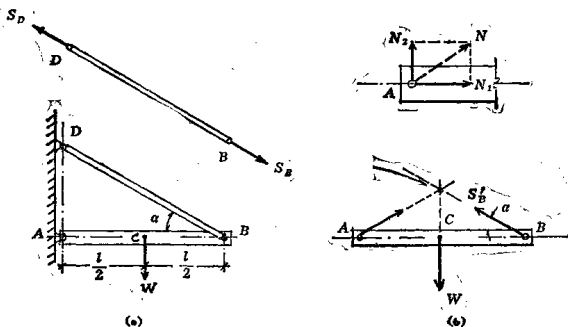


图1-8

解：以横梁为研究对象，先单独画出横梁的简图。图1-8(b)由题意知横梁共受三个力：重力 $W$ 和 $A$ 、 $B$ 处的约束反力。先画出已知力 $W$ 。但怎样确定 $A$ 、 $B$ 两点处铰链的约束反力呢？由题知 $BD$ 为二力杆，若以 $BD$ 杆为研究对象，则其 $B$ 、 $D$ 两端所受之力应满足二力平衡条件。所以 $S_D$ 、 $S_B$ 的作用线均沿 $B$ 、 $D$ 连线。从图示构造可以看出 $BD$ 杆受拉伸，这样就可定出 $BD$ 杆上两端所受力的方向。又根据作用反作用定律知， $BD$ 杆与横梁在铰链 $B$ 处互相作用的力是等值、反向、共线的，因此横梁上 $B$ 点所受约束反力 $S'_B$ 应与 $BD$ 杆上 $B$ 端所受之力 $S_B$ 大小相等、

方向相反、作用在一条直线上，这样横梁上B点所受约束反力 $S'_B$ 的方向就确定了。

横梁上A点的约束反力，单从它的约束类型（固定铰支座）还不能确定其方向，一般而言，可以用力的分解法表示为两个互相垂直的分力 $N_1$ 和 $N_2$ ， $N$ 是它们的合力。见图1-8(b)。

## 第二节 力矩与力偶

### 一、力矩

1. 经验告诉我们，要使物体绕某一点（或轴）发生转动，必须使所用力的作用线与该点（或轴）之间有一定的垂直距离，称为力臂。如图1-9的虚线所示，力 $F$ 欲使物体 $AB$ 杆转动，必定距离 $AC$ 不为零。或者说， $F$ 不能过 $A$ 点。

由实验知，力使物体转动的效果，既与力的大小成正比，又与力臂的大小成正比。所以用力与力臂的乘积来度量力使物体转动的效果，这个乘积称为力矩。

我们常选定某一点来讨论力使物体绕该点转动的可能性，这就需要计算力对选定点的力矩。这一点可以是转动中心，也可以是其它的点。被选定计算力矩的参考点叫做矩心。这时力臂就是力作用线到矩心的垂直距离。

因为同一个力对于不同矩心的力臂可能不同，其力矩也就不同，所以在谈到力矩时应同时指明矩心的位置，称为力对某点之矩。

矩心和力作用线所决定的平面，称为力矩作用面。过矩心而与此平面垂直的直线，就是该力矩使物体转动的轴线，图1-10。

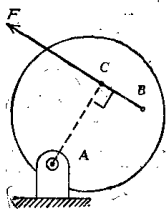


图1-9 物体的转动

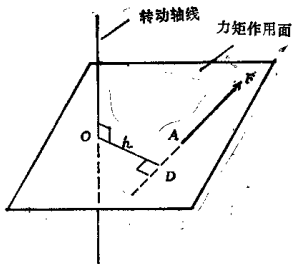


图 1-10

对着力矩作用面看，物体绕矩心转动的方向有逆时针和顺时针两种，所以力矩的转向也有这两种。因此在同一平面内几个力矩相加是求代数和，称为求它们的合力矩。应该指出，力矩的符号采用顺逆正负或顺负逆正的规定都可以，只要在同一问题中统一即可，本书的例题采用了这一方法。

### 2. 力矩的平衡

位于同一平面内的各力 $F$ 作用于某一物体上，如果这些力对该平面内某一点 $O$ 的力矩代数和为零，记作：

$$\Sigma M_o(F) = 0$$

(1-1)

则该平面力系使某一物体绕O点转动的作用效果为零。在此情况下,若O点正是物体的转动中心(物体的固定转轴与力系平面的交点),则物体不会转动,所以式(1-1)称为**力矩平衡条件或力矩平衡方程**。中学课本的杠杆原理,就是力矩平衡条件的一个例子。

## 二、力偶

平面内一对等值反向的平行力称为**力偶**,它是一个不能再简化的基本力系。它对物体作用的运动效果是使物体产生**单纯的转动**。这里的偶字指一对,注意力偶与力矩的区别。

我们用手拧开水龙头、用钥匙开锁、用螺丝刀上紧螺丝、两手转动方向盘等等,往往就是利用力偶工作。图1-11中两人推动绞盘横杠的力如果平行且相等,就构成一个力偶。

为了衡量力偶作用于物体的转动效果,可计算一下该力偶的两力对某一矩心的合力矩。设 $F=F'$ 是作用在物体上的一个力偶,图1-12,如果我们选定某一点O为矩心,从O点向这两力作用线作公垂线,其垂足分别为C、D,则力偶两力对O点的合力矩为

$$\begin{aligned} m_o(F) + m_o(F') &= F \cdot OC - F' \cdot OD \\ &= F(OC - OD) = F \cdot CD, \end{aligned}$$

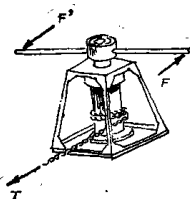


图1-11 力偶实例

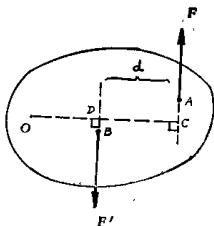


图1-12 力偶矩

CD为两力作用线间的垂直距离,记作 $d$ ,则上式可写作

$$m_o(F) + m_o(F') = F \cdot d.$$

从上式可以看出,这个计算结果与矩心O的具体位置无关。也就是说,无论矩心在何处,此力偶矩之和为一常数 $F \cdot d$ 。因此我们可以用乘积 $F \cdot d$ 来度量力偶作用于物体的转动效果,称为力偶的**力偶矩**,两力作用线间的垂直距离称为**力偶臂**,两力作用线所决定的平面称为**力偶的作用面**。显然,力偶矩也是一种力矩,只不过它是特指力偶所产生的力矩。

在同一作面内的几个力偶,称为**共面力偶系**。它们在作用面内的转向,也有逆时针和顺时针两种,所以在共面力偶系中,各力偶矩可以看作代数量,其正负号规定与力矩统一。

由以上叙述可知,力偶有如下的重要性质:

只要保持力偶矩的大小、转向不变,力偶在其作用面内的位置可以任意旋转或平移。在受力图中常用一个带箭头的圆弧线 $\curvearrowright$ 或 $\curvearrowleft$ 来表示力偶或者力偶矩。