

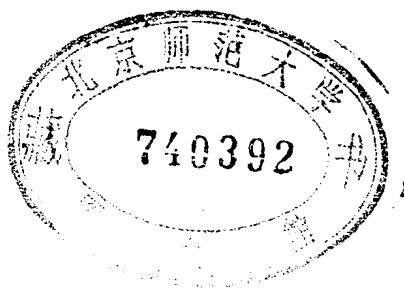
高等学校教学参考书

量子力学

上册

蔡建华 编

741/243/14



人民教育出版社

高等学校教学参考书

量 子 力 学

上 册

蔡 建 华 编

*

人 民 教 育 出 版 社 出 版

新华书店上海发行所发行

上海中华印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 9 12/16 字数 234,000

1980年4月第1版 1980年10月第1次印刷

印数 00,001—12,000

书号: 13012·0455 定价: 0.86 元

序

作者原编《原子物理与量子力学》一书，是在 1958 年开始写的，于 1962 年出版，距今已二十年。现根据四个现代化的需要，对该书进行全面修订。修订时保留了原书的一些特点，例如，不需要原子物理的预备知识，将必要的原子物理的内容穿插在全书中。同时有些材料已予更新或作较大的变动。经商得出版社的同意，决定本书分上、下两册重写，并将书名改为《量子力学》。上册偏重于物理概念，可作为物理类专业大学生量子力学课的课本或参考书，下册偏重于数学理论，供理论物理专业高年级学生或这一类专业的研究生使用。

这样，在上册中把数学理论尽量压缩到为讲清楚物理概念所需要的最低限度。例如，把表象理论整个地安排在下册中。这并不妨碍实际教学中，在适当的地方补充一些表象理论的基础知识，包括狄拉克符号等。因为即使对于将来从事实验工作的大多数学生来说，了解这些材料也有必要，至少可以减少阅读文献的困难。事实上，尽管努力做到在上册中不使用表象理论的一般概念和术语，但例如在自旋这一章中，终归免不了要把量子态和力学量的表示从波函数与算符推广到矩阵。不过这只是就具体的个别问题进行的推广，而没有从普遍的角度来提。也许，先通过特殊情形不自觉地使用过，以后再来一般化和提高，能使学者易于接受和体会比较抽象的普遍理论。此例说明在上册中是如何处理形式理论的。

关于理论的应用，删除了原书中过细、过于琐碎的材料，同时在篇幅、预备知识和理论工具允许的范围内，补充了若干近代物理

学中较有意义的问题，那怕简单地介绍几句也好。目的是想启发和活跃学生的思想。但是限于个人的知识水平和范围，完稿之后再看，仍嫌贫乏和单调，只好待将来再作补充，修改了。选用的材料和叙述的着重点很可能不恰当，仅供参考。

脱稿后，承柯善哲同志仔细阅读全稿；过去多次一起担任量子力学课程，经常的讨论和研究问题，也使笔者得益非浅，于此致深切的谢意。由于水平所限，加上时间匆促、考虑欠周，难免错误和欠妥之处，欢迎批评、指正。

一九七九年一月

目 录

序	1
§ 1 引言	1
第一章 量子论的实验基础	5
§ 2 原子结构	5
§ 3 原子光谱	11
§ 4 光的粒子性	15
§ 5 粒子的波动性	22
§ 6 原子能级	26
§ 7 对氢原子的初步分析	31
第二章 量子力学的基本概念	34
§ 8 德布罗意波的统计解释	34
§ 9 自由粒子的波函数	39
§ 10 平均位置和平均动量	44
§ 11 量子态	47
§ 12 不确定(测不准)关系	52
§ 13 一维定态问题	56
第三章 量子力学的数学表述	67
§ 14 力学量的算符表示	67
§ 15 算符的本征值与本征函数	72
§ 16 力学量的统计分布	75
§ 17 运动方程	79
第四章 单粒子问题	84
§ 18 氢原子	84
§ 19 在磁场中的原子	92
§ 20 带电粒子在均匀恒定磁场中的朗道能级	96
§ 21 氦核	100

§ 22	分子的振动和转动	103
§ 23	固体电子的能带	108
§ 24	散射截面	114
§ 25	分波法	120
§ 26	变分法	127
第五章	含时微扰论	138
§ 27	含时微扰级数	138
§ 28	光的发射和吸收	141
§ 29	自发发射	145
§ 30	多极辐射	152
§ 31	选择定则	156
§ 32	玻恩近似	159
第六章	定态微扰	164
§ 33	定态微扰——非简并情形	164
§ 34	定态微扰——简并情形	172
§ 35	碱金属原子的能级	179
§ 36	氦量子放大器	182
§ 37	斯塔克效应	185
§ 38	苯分子	190
第七章	自旋	195
§ 39	电子自旋的实验证明	195
§ 40	电子自旋的量子力学表述	198
§ 41	角动量的合成	203
§ 42	泡利方程	207
§ 43	反常塞曼效应	214
§ 44	磁共振	219
§ 45	Λ^0 超子的嬗变	222
第八章	多粒子系的量子力学	227
§ 46	全同粒子系	227
§ 47	泡利原理	231
§ 48	交换能	236

§ 49	自洽场	243
§ 50	原子的电子壳层结构	245
§ 51	原子核的壳层结构	248
§ 52	超导态的电子能谱	251
§ 53	约瑟夫森效应	257
§ 54	液 He II 中的元激发	263
附录		270
I	δ 函数	270
II	二阶线性常微分方程	274
III	厄密多项式	276
IV	球谐函数	280
V	拉盖尔多项式	285
VI	氢原子定态波函数	289
VII	贝塞耳函数	291
VIII	电子总角动量的本征函数	295
IX	矢量势	300
X	物理常数	303

§1 导 言

量子论和相对论,代表了二十世纪物理学的主流。它们导致了物理学在观念和思想上的彻底变革,使物理学全面地改观,并左右了它的发展方向。其影响的深远表现在:一方面它们同时成为哲学家们喜欢研究和议论的课题;另一方面它们所导致的实际成就已经日益广泛地对人类的生产活动以至日常生活发生影响。本书专门阐述量子论的基本概念和主要方法。

量子论和相对论都建立在经典物理学的基础之上。它们继承而又包含了经典物理学。在十九世纪后期,许多人认为理论物理的整个骨架已经完成,此后的工作不过是用经典物理学的基本概念、原理和方程来解释各式各样的具体问题而已。可是偏偏在一些基础性的探索中,遇到了难题,它们直接冲击了经典物理学的一些看来是不容置疑的最基本的观念。例如,麦克斯韦方程中含有作为一个普适常数的光速 c ,因此利用光和电磁现象应该可以解答一个牛顿力学所不能回答的问题:宇宙中真正的静止参考系在那里?许多精巧的实验一致地表明:不可能是真正的静止参考系的我们的地球是静止的!这个难题直接导致了狭义相对论的创立。又如应用标准的电磁理论和统计热力学来计算空腔辐射能量密度的结果,不仅不符合实验,而且是完全不合理的——出现发散。这个困难使普朗克(M. Planck)首次提出量子假设。

量子理论或者量子力学的诞生,既是自然科学本身发展的必然结果,也离不开十九世纪末期到二十世纪初期社会生产力所达到的水平。首先要有足够发达的加工技术来提供精巧的设备、仪器,使实验工作者能发现一系列新的微观现象,并积累起大量数据,总结出经验规律和提出物理模型。其次,如化学、材料等工业

的发展,迫切要求了解物质的结构。例如,长期以来关于周期表中元素的次序存在一些疑点,按原子量的大小来排列元素不尽合理。莫塞莱(H. G. Moseley)在1913至1914年,通过对于X射线标识谱的研究,解决了原子序数的问题。较早一些,密立根(R. A. Millikan)于1910年测定了电子的电荷,确定了带电物质的颗粒性;卢瑟福(E. Rutherford)于1911年确立了原子结构的核模型。更早一些,从十九世纪后期起,巴麦(J. J. Balmer)、里德伯(J. R. Rydberg)、里兹(W. Ritz)等许多人,精密测定了大量光谱数据,并总结成经验公式,为量子论准备了检验其正确性的主要数据,由此也发展了光谱分析技术,直到今天也还是工业和化学定量分析的最精密手段之一,如此等等。从1900年到1923年,一系列的现象和实验推进了光的粒子性概念的发展。德布罗意(L. de Broglie)接着在1924年提出了物质波的概念。水到渠成,在充分的实践基础上,产生了思想的飞跃,获得了理论的突破。两、三年时间里,海森堡(W. Heisenberg)、薛定谔(E. Schrödinger)、玻恩(M. Born)、狄拉克(P. A. M. Dirac)等,就奠定了量子力学的基础。

经过五十多年的发展,量子理论本身有了更丰富的内容,并且被应用于小至基本粒子,大到中子星、黑洞的研究,取得了许多重大的成就。现代物理学的各个分支,如高能物理、固体物理、统计物理、核物理、天体物理、量子声学、量子电子学等等,无不以它为理论基础。量子论的影响并已越出了传统的物理学领域,它渗透到化学和生物学等之中,形成量子化学、分子生物学等边缘学科。因此,对于学习物理科学的青年同志来说,量子力学是必需很好地掌握的一门基础理论知识。

对于近代物理科学的基础研究来说,量子论固然是不可缺少的基础。从应用方面来说,它也有极重要的意义。量子论的应用已渗透到现代化生产的许多方面。如半导体材料和器件,原子能

技术, 激光技术等等。可以预见到将有巨大工业价值的, 如超导材料等; 一旦研究成功便可以为人类提供无穷尽的能源的, 如受控热核反应等; 凡此种种, 没有量子论, 不可设想人们会提出和去钻研这些重要的新材料、新技术。量子化学的发展, 有可能使人们按照使用指标来设计特种物质, 改革催化工艺。如果分子生物学的发展, 能使我们完全掌握遗传机理和光合作用等, 那末人工改造生物, 吃饭不靠种田, 都将是有可能做到的。

上述种种已经实现了的, 或预期可能实现的成就, 不断地为量子论提供越来越多的实践证明, 说明它的确是反映了物质世界客观规律的真理。但是, 任何真理都是相对的, 只有无数相对真理的总和才构成绝对真理。把相对真理绝对化, 当作是超越一切界限的东西, 它就成为谬误。牛顿力学是一个很好的例子。在它的适用范围以内, 牛顿力学是经得起实践考验的理论, 是真理; 越出了这个范围, 就不完全或完全不合乎事实。相对论给出牛顿力学成立的条件是 $v \ll c$, v 是物体运动的速率。量子力学则从另一个角度给出牛顿力学成立的条件: $\Delta x \Delta p \gg \hbar$, Δx 和 Δp 分别是所允许的位置和动量的不确定度, 而 $\hbar$ 是普朗克常数。所以牛顿力学是有条件的真理, 即相对真理。量子理论同样也应如此。虽然, 今天我们还不能像对于牛顿力学那样, 确切地说出它的适用范围, 因为我们还没有能够认识到更深入层次的规律。它也不致于是什么终极真理。物理学的发展, 迟早会遇到当年量子力学诞生前夕的境况。实践肯定了量子论, 但是终有一天又会发现它不能适用的现象, 并且继续发展理论。

以上我们概述了量子论的意义, 它的产生背景和它的重要性, 以及它作为真理的相对性。最后, 再稍为谈谈学习方法上的注意点, 供读者参考。

初学量子力学时, 一个普遍的困难是概念难于接受, 感到抽

象,不直观,不容易熟习。这是奇怪的,因为它的出现打破了经典物理观念的束缚,是一次物理学思想革新的结果。所以,要学会它、掌握它,必须破除陈见。譬如说,没有学过量子力学的人,谁都不会怀疑一个运动的粒子有一个连续可循的轨道,也就是说,任何时刻粒子总有一定的空间位置和一定的运动速度。然而量子力学给出一个关系 $\Delta x \Delta v \geq \hbar/2\mu$, 这里 Δx 和 Δv 分别是粒子位置和速度的不确定度, μ 是粒子质量。 Δx 和 Δv 之中一个为零(绝对准确),另一个就是无限大(绝对不准确),所以严格的粒子运动轨道是不存在的。诸如此类的新观念,自然不可能轻易地一下子就想得通,而且能够运用自然。还是要从实践的观点出发。要准确地领会实验,以及它们如何必然地导致一些不能为经典物理学所容纳的结论。从这些结论又如何由此及彼,由表及里,由个别到一般,逻辑地引导到一整套全新的概念和思想体系。这是第一步。做到这一步,还仅仅是被动地接受了量子力学,仅仅是承认了它。第二步要运用新的概念来思考问题,理解问题,不断地纠正错误。假以时日,自然就能达到灵活掌握、运用自如的境地。尽管与经典理论相比,量子理论较为抽象一些,可是它绝不是什么玄虚奥秘的学问。一切物理过程的基本道理总是朴素明白、自然而然、实实在在的。思考、理解问题应向这样的方向努力。

同时,作为理论物理的一部分,量子力学脱离不开一定的数学语言和工具。不很好地掌握数学演算,也会妨碍理解和运用。除了做必要的练习之外,还建议读者适当重复书中的推导和计算。最好是在了解了思路之后,脱离开书本去自行推算。要是能发现不同于书中所写的,独立的解法和不论大小的新见解、新结果(当然不能是错误的),那就更好了。

第一章 量子论的实验基础

本章集中叙述一些实验和它们的直接推论。这些乃是量子力学所赖以建立的基本事实。这些实验，主要是关于两个方面的：(一)原子结构及反映了原子内部运动情况的原子光谱 (§§ 2、3)；(二)物质的波动性和颗粒性，即所谓二象性 (§§ 4、5)。在 §§ 6、7 中，我们再把两方面的主要结果联系起来，加以分析，从而为在下一章中建立量子力学的基本物理概念，作好准备。

§ 2 原子结构

气体分子运动论和化学中原子假设的成功，告诉我们物质的组成是不连续的。无论气态、液态或固态的物质，都是大量的颗粒性的最小单位——分子或原子——的集合。原子在空间密集而有规则地堆砌起来，就成为各种晶体。现代技术已经使我们能够直接观察固体原子的排列情况，并且直接看到原子，虽然还看不到原子的内部。图(1)是一根磨得很尖的钨针端部(图中标有[111]的中心部分)周围表面上的原子排列模型。图中的数字标明了暴露在针尖表面上的各个晶面。图(2)是对于这根针尖的场离子显微镜的照片，照片上的每个白点，就是一个原子的象。从分子运动论，或者根据直接观察，都可以判断原子的直径为 $\text{\AA}$ 的数量级。

我们的问题是：原子又是怎样构成的？有一些事实可以先肯定下来。带负电荷的基本单元是颗粒性的电子。密立根用实验肯定了这个事实，并且测出了电子电荷的数值^①。电解、电离等现象

^① 关于一些基本物理常数的最新数值，见附录 X。

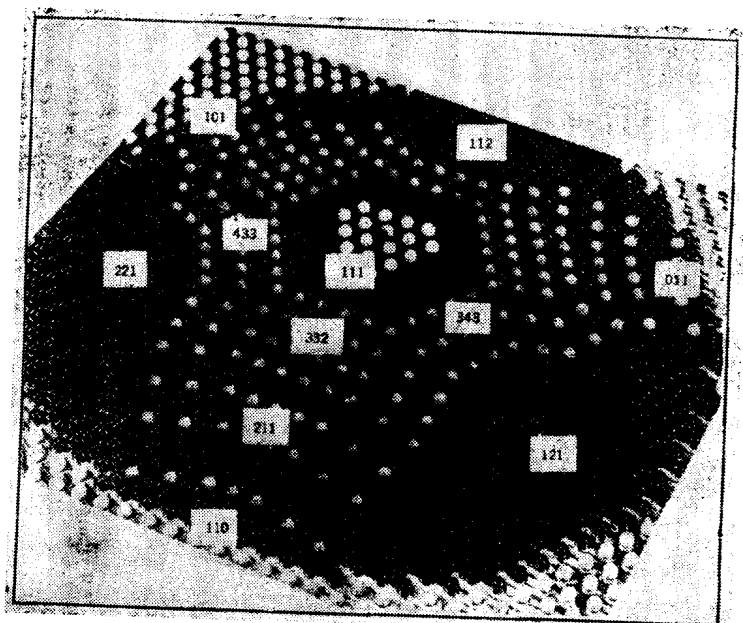


图 (1)

表明,电子是原子的组成单元之一。然而在正常情况下,原子是中性的。因此原子中必定还有带正电荷的东西。电子的质量也可以用实验方法测定,它的数值很小。最轻的原子——氢原子——的质量,也比电子的质量大一千八百多倍。所以,原子的绝大部分质量属于带正电荷的部分。



图 (2)

用实验方法测定,它的数值很小。最轻的原子——氢原子——的质量,也比电子的质量大一千八百多倍。所以,原子的绝大部分质量属于带正电荷的部分。

这样,关于原子结构的问题,就归结为带正电部分是怎样分布的,以及电子是怎样运动的。现在,宣传画

上、橱窗里，也常有原子结构的模型。简单地说，在原子的中心有原子核，正电荷和绝大部分质量都集中在核上。在核的周围，有电子环绕着它运动。原子核的电荷是 Ze ， Z 是原子所有的电子数，也就是原子序数，而 e 则是电子电荷的绝对值。这些已是人所共知的常识。但是，常识并不是想当然的事情。当年，人们并不认为原子是这样构成的，只是在实验事实面前，才被迫承认上述原子结构的模型。其次，已经得到公认的常识，也不是像表面看来那样不成问题。假如我们认真用力学和电磁学的基本原理分析一下上述原子模型，就会得出奇怪的结论：一切原子都要在极短的时间内崩溃，全宇宙将完全是另一个样子！

由于上述原因，并且因为证明原子结构的实验的指导思想，直到今天，在高能物理、固体物理等的研究中，也还是极其重要的，下面我们介绍一下有名的卢瑟福实验。卢瑟福的主要思想，是用高速运动的带电粒子来轰击原子，通过对高速粒子被原子散射情况的观察，来确定原子内部正电荷的分布情况。卢瑟福选择的高速粒子，是放射性元素发射的 α 射线，或者 α 粒子束。所谓 α 粒子，就是二次电离的氦原子， He^{++} 。它的质量约等于氢原子的四倍；它的速度可达 10^9 厘米·秒⁻¹，大约是光速的三十分之一。卢瑟福用 α 粒子束轰击重元素，例如金、银、铂等的原子。首先，在 α 粒子接近原子时，电子对 α 粒子的影响可以忽略不计。因为电子质量只有 α 粒子质量的七千几百分之一，正如月球碰上流星，它的运行丝毫不会因此改变，电子也不能使 α 粒子的飞行方向有实质性的变化。会影响 α 粒子飞行方向的，仅是原子内带正电而质量大的部分。由于实验所用重元素原子的质量大约是 α 粒子质量的四十倍，当 α 粒子和原子碰撞时，可以近似地认为原子不动，仅仅 α 粒子改变了运动方向，或者说，受到散射。

让我们考虑一下散射的可能结果。 α 粒子之所以会受到散

射, 或者它的飞行方向之所以会有变化, 是因为受到原子内正电荷成分的静电排斥作用。假定正电荷分布在整个原子的范围内, 简单地讲, 形成一个半径为 $\text{\AA}$ 数量级的均匀密度的圆球[图(3a)], 向着离原子较远处飞来的 α 粒子, 与原子最近时的距离也远大于原子半径, 所受到的斥力不强, 所以基本上保持原来的方向飞过去。对原子瞄得比较准的 α 粒子, 受到强一点的斥力作用, 因而方向稍有改变。最强的电场是在原子的表面上, 所以, 向着原子擦边飞来的 α 粒子, 应该有最大的偏转。但是仔细计算一下, 可以知道这种 α 粒子的偏转角仍不很大, 不过几度而已[为清楚起见, 图(3a)中对偏转角稍有夸大]。 α 粒子的动能是 MeV 的数量级, 而它在原子表面上的静电势能只有动能的千分之一。这一方面说明 α 粒子的偏转角不可能大, 另一方面说明, 比如说, 正对着原子中心飞来的 α 粒子有绰绰有余的动能, 足以使它钻进原子, 穿过它, 再循原方向飞出去。由此可见, 比擦边飞来瞄得更准的 α 粒子, 反而偏转更少。所以在这种情形下, 不可能有大偏转角(或者叫散射角)的 α 粒子。

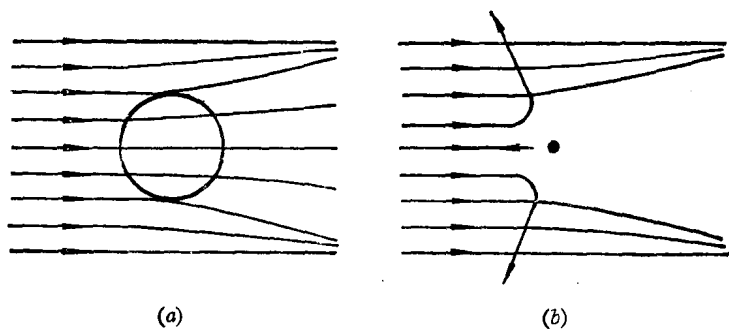


图 (3)

再考虑另一种情形, 假定正电荷成分全部集中在原子中心很小的(半径为 r_0 的)范围内[图(3b)]. 只要 r_0 足够小, 最强的电

场可以远大于图(3a)的情形。设 $r_0 \sim 10^{-12}$ 厘米，则在半径为 r_0 的原子核表面上， α 粒子的静电势能可达几十 MeV，远大于它原有的动能。所以，正对着原子核飞来的 α 粒子，还没有能够十分接近原子核，就已经耗尽了它的动能，然后在电场的排斥作用下，倒退回去，发生近 180° 的大角度散射。当然，绝大多数 α 粒子不可能瞄得那样准。但总会有少数瞄得比较准的，会有几十度乃至超过 90° 的散射角。有没有大角度散射，便成为判断不同原子结构模型的正确性的标准。

图(4)表明了实验装置。B是有密封盖板P和套筒C的真空室。在B的中心放有作为靶的重金属箔F。R是 α 放射源，放在铅盒中。

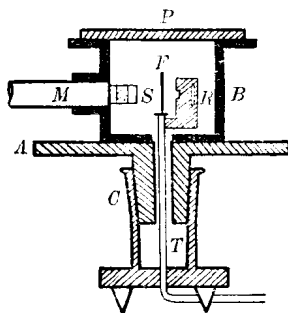


图 (4)

α 粒子束通过铅盒上的小孔飞出，射向 F。M 是低倍数显微镜，前有荧光屏 S，并且和 B 一起可以绕中心轴转动。在圆盘 A 上有刻度，可以读出转动的角度。经 F 散射的 α 粒子打在 S 上，产生闪光。通过 M 观察闪光，并计数单位时间内的闪光数。M 在

不同位置时计得的闪光数，给出不同散射角的 α 粒子数。实验结果是：F 为铂靶时，平均每八千个 α 粒子中，有一个散射角超过 90° 。因此，肯定了原子有类似太阳系的结构，中心是原子核，周围是电子。

以后 (§ 32) 将证明，按照太阳系式的原子结构模型，每秒中散射到以 F 为中心的单位立体角内的 α 粒子数是

$$\frac{dN}{d\Omega} = nN \left(\frac{ee'}{Mv^2} \right) \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (2.1)$$

式中 N 是入射 α 粒子束的强度 (每秒通过与入射方向垂直的单位

面积的粒子数), n 是 F 上的原子数, M 是 α 粒子的质量, v 是它的初速, e' 是 F 上原子的核电荷, θ 就是散射角, 立体角 $d\Omega$ 取在 θ 角的方向上. 图(5)是对(2.1)式的验证. 图中点子代表实验数据, 它们表明 $\log\left(\frac{dN}{d\Omega}\right)$ 与 $\log \csc^4\left(\frac{\theta}{2}\right)$ 确成线性关系, 斜率为 1.

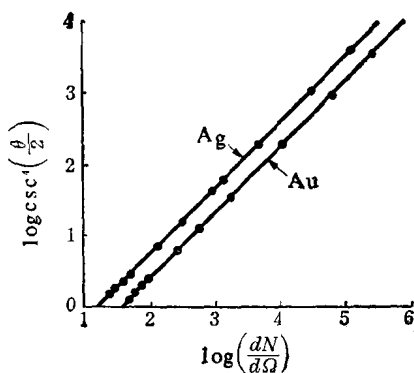


图 (5)

由实验还得到下列结论:

(1) 原子核的半径, 约为 10^{-12} 厘米.

(2) 核外的电场, 很准确地是库仑场.

(3) 由图(5)中直线在纵坐标轴上的截距, 可以定出原子核的电荷 e' , 证明 $e' = Ze$.

原子的太阳系式结构, 固然为实验所完全肯定, 但是按照经典物理学, 它却是不可能的! 以氢原子 ($Z=1$) 为例. 让原子核静止在坐标原点, 电子(只有一个)绕原子核作圆周运动, 设半径为 a , 则电子的能量, 也就是原子的能量是①

$$E = \frac{1}{2} \mu v^2 - \frac{e^2}{a} \quad (2.2)$$

其中 μ 是电子的质量, v 是电子的速度, 它由牛顿定律决定:

$$\frac{e^2}{a^2} = \mu \frac{v^2}{a}$$

或者

$$v^2 = \frac{e^2}{\mu a} \quad (2.3)$$

① 本书采用厘米-克-秒高斯单位制.