

日本新高中数学研究丛书 10

概率与统计

[日] 占部实 著

佟雨寰 王玉阁 谢光熹 徐新 金永镇 译



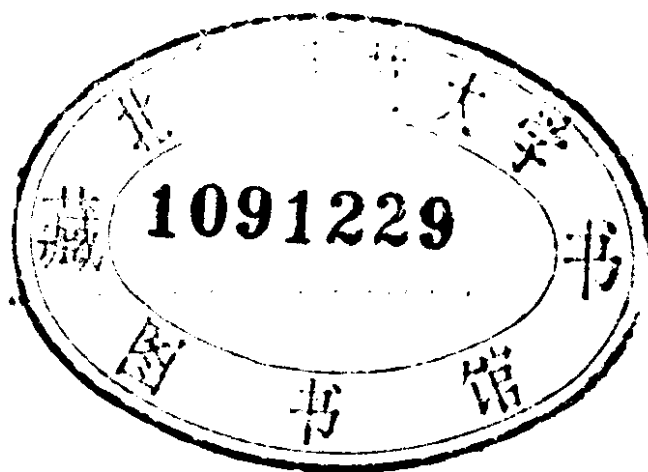
文化教育出版社

541/190/17
日本新高中数学研究丛书 10

概 率 与 统 计

〔日〕 占部实 著

佟雨寰 王玉阁 谢光熹 徐新 金永镇 译



文化教育出版社

内 容 提 要

这套丛书,译自日本旺文社出版的新高中数学研究丛书,原书共分十五册,书中除有中学数学传统题材外,还包括一些较新的内容.

本册是第十册,主要内容有:排列,组合,二项式定理,古典概率,统计概率,期望值,几何概率,频数分布,代表值,离散度,相关,概率分布,样本调查,母体推断,检验,质量管理等.叙述比中学教材广泛、深入、易懂,可供中学数学教学研究人员、中学数学教师、中学学生在研究、教学或学习中参考.

日本新高中数学研究丛书 10

概 率 与 统 计

[日] 占部实 著

佟雨寰 等译

*

文化教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京市房山县印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 12.75 字数 265,000

1981年12月第1版 1982年12月 第1次印刷

印数 1—12,500

书号 7057·053 定价 0.97 元

译 者 的 话

这套丛书，译自日本旺文社出版的《新高中数学研究丛书》，原书共分十五册，我们译出了其中的第二册至第十三册，本册是第十册。丛书包括了中学数学教材中一些较新的内容。

这套丛书的特点是比教材内容广泛、深入、易懂，对基础知识作了系统整理，归纳概括，重视典型例题的解题方法、解题要点、思考方法的研究，可供我国中学数学教师和高中学生研究参考。

这套丛书是由我院教研部组织辽宁师范学院数学系、沈阳师范学院数学系、沈阳市教育学院数学系等单位合译的，最后由我院教研部负责统校工作。本册由辽宁师范学院数学系佟雨寰、王玉阁、谢光熹、徐新、金永镇等同志译出；由该院数学系主任副教授王鸿钧和副教授佟雨寰同志校阅，大连工学院副教授周茂青也参加部分校阅工作，辽师教务处、外语系有关同志也给予大力支持和指导。

由于时间仓促，以及译者、校者水平所限，缺点错误恐难避免，希望读者提出宝贵意见。

辽宁省教育学院

1980 年

前 言

高中数学的范围极其广泛, 包含有丰富的内容, 是高中同学们将来深入学习数学或其他科学的基础. 所以现在所学的数学内容, 以它原封不动的形式, 就很难知道它将以何种形式对现代的进步的科学的作出贡献. 但是在高中所学的数学内容中, 能够直接应用到实际生活中的部分是很少的. 其中之一, 就有概率和统计, 而学习概率和统计, 排列和组合又是重要基础.

在实际生活中, 直接与概率和统计相联系的事情实在是很多, 在学习排列和组合时, 掌握数学的思考方法是很有用的. 对这类事情的认识程度, 在学习概率和统计之前和学过以后, 是有很大的差异的. 过去有时曾把概率和统计排除在高考范围之外, 但随着高中数学教育的改革, 重新又把它列入高考出题范围之内. 可是, 苦于概率和统计的同学们却意想不到的多. 所以, 也可以说它是高考的数学中的空白项目之一. 本书以

显明易懂, 更加深入, 更加广泛

为宗旨, 就高中程度的概率和统计的全部内容, 力求在

解说——>例题——>发展题——>练习

的反复学习过程中, 自然而然地熟练掌握. 特别对解说下了功夫, 务使同学们能够准确地理解各项内容. 希望能充分地利用本书.

最后, 本书的出版, 幸蒙小原好一先生缮写与校勘, 以及各方面的无私的协助, 谨此深表谢意.

1974 年 3 月

著 者

• 2 •

几点说明

如前言所述,本书是一本独具风格的参考书,它既能使苦于学习数学的人容易理解,又能使擅长学数学的人更加爱好.为此,本书的结构编排如下:

■ 主张划分细目

本书各部分尽量划分细目,凡披阅所及,均能一目了然.同时,解说既能配合教科书,又写得

比较广泛,比较深入,比较易懂.

在解说后的提要中,归纳出重要的公式,因此,希望读者在理解解说的同时,必须记住这些公式.另外,用竖线把版面分成两部分,在左边列出重要项目,以便提高学习效率.

■ 例题——→发展题——→练习

本书最大的优点是,力求在理解解说的基础上,反复学习例题、发展题、练习题,能在不知不觉中增强解决问题的实际能力.虽然从例题到发展题,依次提高了难度,但在解法和要点中,指出了思考方法和解题要领,因此希望读者反复学习,对这两种题目达到几乎能够背诵的程度.总之,学习数学最重要的是要用

逐步积累的学习方法.

为此,也要建议读者反复进行学习.如果对前面的两种题都能掌握,解“练习”题时就不会感到什么困难.反之,如果不大解“练习”题,那就应该认为学习得还不够深刻.

■ 习题

分为 A, B 两部分. A 的程度相当于例题和发展题; B 中还包含着稍难的题目, 因为在高考中, 这种程度的题目出的最多, 所以, 对于准备参加高考的读者, 这是不可缺少的题目.

虽然常说, 学数学背下来也没有用, 但那是指死记硬背. 本书并不提倡单纯的机械记忆, 而是提倡适当地指导数学是“这样进行思考的”, 然后才要求应用广泛的记忆. 相信得到本书的读者, 能够真正理解数学, 从而获得广泛应用数学的实际本领.

目 录

1. 发生情况的个数.....	1
加法原理, 乘法原理, 树图, 集合的直积	
2. 排列, 圆排列.....	13
排列, n 的阶乘, 圆排列, n 个的圆排列 $(n-1)!$, 项链排列	
3. 重复排列, 含有相同东西的排列.....	30
重复排列, 含有相同东西的排列	
▶ 习题(1~16).....	44
4. 组合.....	46
组合, 组合的计算公式, 包含和不包含 1 个特定的公式	
5. 重复组合.....	63
重复组合, 重复组合的计算公式	
▶ 习题(17~31).....	74
6. 二项式定理.....	76
二项式连乘积, 二项式定理, 通项, 二项式系数, 帕斯卡三角形, 按 x 降幂展开、升幂展开	
7. 多项式定理.....	96
通项, 多项式定理, $n=4$ 的展开式, $(4 \text{ 项式})^n$ 的展开式	
▶ 习题(32~46).....	102
8. 概率的意义.....	104
可能性的大小, 等可能的, 概率, 概率论, 试验, 事件, 概率的定义, 古典概率	
9. 统计概率.....	113
概率的起源, 可能性大小, 频率, 统计概率(经验概率), 大数定律	

10. 加法定理	119
互斥事件, 加法定理, 对立事件的定义	
►习题(47~58)	125
11. 相依事件的乘法定理	127
相依, 相依事件, 条件概率, 和事件,	
积事件, 相依事件的乘法定理	
12. 独立事件的乘法定理	140
相互独立, 独立事件, 独立事件的乘法定理	
►习题(59~68)	152
13. 独立试验	155
独立试验, 独立试验的定理(r 次)(r 次以上)	
14. 期望值	167
平均收入, 期望值, 期望金额	
15. 几何概率	179
几何概率, 概率论的公理系统	
►习题(69~81)	188
16. 频数分布	190
变量, 连续变量, 离散变量, 频数分布表, 组区间(组),	
组距, 组中值, 频数, 直方图, 频数分布多边形,	
频数分布曲线, 频数分布曲线的类型, 频率, 频率分布表,	
累积频数, 累积频数表, 累积频数折线	
17. 平均值	199
代表值, 平均值, 加权平均, 平均值的计算公式, 假平	
均, 假偏差	
18. 中位数, 众数	206
中位数, 众数	
19. 离散度	213
离散度, 极差, 离差, 平均离差, 方差, 标准差, 四分离差,	
标准差的计算公式, 切比谢夫不等式	

20. 相关关系	227
相关表, 相关图, 正相关, 负相关, 散点图, 相关系数	
▶习题(82~88).....	233
21. 概率分布	235
随机变数, 概率分布, 随机变数的均值(期望值), 标准差, 方差, 概率密度函数, 均匀分布	
22. 二项分布	251
二项分布 $[B(n, p)]$, 公式 $m=np$, 公式 $\sigma=\sqrt{npq}$	
23. 正态分布	258
正态分布, 正态分布曲线, 标准化随机变数, 标准正态分布	
▶习题(89~98).....	267
24. 样本调查	269
全面调查, 部分调查, 母体, 个体, 样本, 抽样, 随机抽样法, 随机样本, 随机数字表, 分层抽样法, 层, 分层, 概率比抽 样法	
25. 母体均值的推断(1)	275
母体均值, 母体标准差, 样本均值, 样本标准差, 置信度 (置信系数), 置信区间, 置信限	
26. 母体均值的推断(2)	282
自由度为 N 的 t 分布, t 分布的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间	
27. 母体比率的推断	289
母体比率, 样本比率, 置信度为95%的置信区间, 置信度 为99%的置信区间	
28. 假设检验(1)	296
检验, 建立假设, 显著性水平(风险率)	
29. 假设检验(2)	305
母体比率的检验, 拒绝域, 单侧检验, 双侧检验, t 检验	

30. 抽样检验	317
抽样检验, 一次抽样检验, 批, 检验特性曲线(OC 曲线), 合格水平, 不合格水平, 二次抽样检验	
31. 质量管理	323
统计的质量管理, 控制图, 3σ 法, 上、下控制限, $\bar{x}$ 控制图, R 控制图, p 控制图, $p-n$ 控制图	
►习题(99~109)	332
练习题答案	335
习题答案	358
小资料: 扑克的概率	153
随机数字表	334
附录: 正态分布表	391
t 分布表	392
随机数字表	393

重要词汇一览表

一画

一次抽样检验.....317

二画

几何概率.....179

二次抽样检验.....319

二项式系数.....77

二项式定理.....77

二项分布.....252

三画

大数定律.....115

个体.....269

四画

不可能事件.....181

不合格水平.....319

升幂展开.....78

分层.....271

分层抽样法.....270

切比谢夫不等式.....218

中位数.....206

中心线.....324

互斥事件.....119

方差.....215 238

双侧检验.....306

五画

加权平均.....200

加法原理.....2

加法定理.....119 120

四分离差.....215

古典概率.....106

正态分布.....258

正态分布曲线.....258

正相关.....228

代表值.....199

可能性的大小.....104 114

平均值.....199

平均值的检验.....298

平均收入.....167

平均离差.....215

母体.....269

母体标准差.....275

母体比率.....289

母体比率的检验.....305

母体比率的推断.....289

母体均值.....275

母体均值的推断.....275 282

对立事件.....121

六 画

合格水平.....319

合格判定数.....317

自由度为 N 的 t 分布.....282

众数.....208

负相关.....228

多项式定理.....96

全面调查.....296

七 画

均匀分布.....240

层.....271

折线图.....235

批.....317

条件概率.....128

连续变量.....190

含有相同东西的排列.....32

拒绝域.....306

八 画

事件.....105

组.....191

组中值.....191

组合.....46

组距.....191

单侧检验.....306

空集.....181

经验概率(统计概率).....115

抽样.....269

抽样检验.....317

直方图.....191

帕斯卡三角形.....78

极差.....214

泊松经验公式.....208

非对称型分布.....193

质量管理.....323

变量.....190

和事件.....128

线条图.....235

试验.....105

九 画

显著性水平(风险率).....297

建立假设.....296

相依事件.....127

相关系数.....229

相关图.....228

相关表.....228

相互独立.....141

项链排列.....15

统计概率(经验概率).....115

统计的质量管理.....323

独立事件.....141

独立试验.....155

标准正态分布.....260

标准化随机变数.....260

标准差.....215 238

重复排列.....30

重复组合	63
树图	3

十 画

通项	77 96
圆排列	13
降幂展开	78
样本	269
样本标准差	275
样本比率	289
样本均值	275
乘法原理	2
乘法定理	128 141
积事件	128
离差	214
离散变量	190
离散度	213

十一画

部分调查	269
假设检验	296
检验特性曲线(OC 曲线)	318
控制上限	324
控制下限	324
控制图	324
控制限	324
排列	13
推断	275
累积频数	194

累积频数折线	194
累积频数表	194
累积频数分布	194
假平均	201
假离差	201

十二画

随机变数	235
随机变数 x 的均值(期望值)	236
随机抽样法	270
随机样本	270
随机数字表	270 334
期望金额	169
期望值	169
散点图	229
集合的直积	3
等可能的	105

十三画

概率	105
概率的公理系统	181
概率比抽样法	271
概率分布	235
概率密度函数	240
置信区间	277
置信系数	277
置信限	277
置信度	277

置信度为 95% 的	
置信区间.....	277 291
置信度为 99% 的	
置信区间.....	278 291
频率.....	114 193
频率分布表.....	193
频数.....	191
频数分布.....	190
频数分布曲线.....	192
频数分布多边形.....	191
频数分布表.....	191

十四画

算术平均.....	199
-----------	-----

其 它

R 控制图.....	324
$\bar{x}$ 控制图.....	324
n 的阶乘.....	13
L 字型分布.....	193
3σ 法.....	324
t 检验.....	306
t 分布的置信度为 $1-\alpha$ 的	
置信区间.....	284
$p-n$ 控制图.....	325
p 控制图.....	325
U 字型分布.....	193

1. 发生情况的个数

“从 0 到 99 的数里，数字 3 能出现多少个？”对这个问题，一般很容易想到：

(a) 在 1 位数里，有 1 个 3；在 2 位数里，有 13, 23, 33, 43, ……，93 和 30, 31, 32, 34, ……，39 等 19 个 3。共计 20 个 3。为求某事件发生的次数，要进行“分类整理”。这种思考方法在数学上是很重要的。这里要紧的是既不遗漏，又不重复。但是对于“从 0 到 99999 的数里，数字 3 出现多少个？”这样问题，就会感到为难。这是因为情况复杂，分类麻烦。因此，我们象下面这样考虑：

(b) 把 0~99999 排成电话号码，0 作为 00000，1 作为 00001，……，从 00000 到 99999 共 10 万个数，每一个数均由 5 个数字组成，从 0 到 9 的每个数字都平等地包含在这数里，所以数字 3 出现的个数共有 $5 \times 10 \div 10 = 5$ (万)

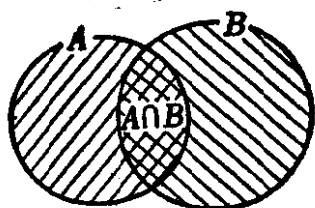
这样解法是着眼于问题中包含的数学的普遍性的解法。上述 (a) 和 (b) 的思考方法，象车的两轮，在数学上都是不可缺少的，都是很重要的。在数学各个分支中，原理和定理等是表述重要的普遍性质的，在用心记住它的同时，还要

靠熟练地运用它,才能正确地理解它.

在求某些事件发生的情况的个数时,有下面的重要原理:设有限集合 A, B 的元素的个数分别表示为 $n(A), n(B)$, 则

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

(参照右边文氏图)



特别当 A 和 B 没有公共元素时, 即 A 和 B

不能同时发生时, 从 $n(A \cap B) = 0$, 得

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

加法原理

这叫做加法原理. 对 3 个以上不能同时发生的事件 $A, B, \dots, C$, 也是一样, 它们中至少有一个发生的次数也可以表示为

$$n(A) + n(B) + \dots + n(C)$$

乘法原理

除加法原理外, 还有乘法原理: 就 A 和 B 两个事件, A 发生的方法有 $n(A)$ 种, 对 A 的每一种发生方法, B 的发生方法各有 $n(B)$ 种时, 则 A 和 B 同时发生的情况的个数是

$$n(A) \times n(B)$$

例如, 考察通过三个入口 a, b, c 和两个楼梯 p, q 上二层楼的方法. 对 a, b, c 每个入口,

