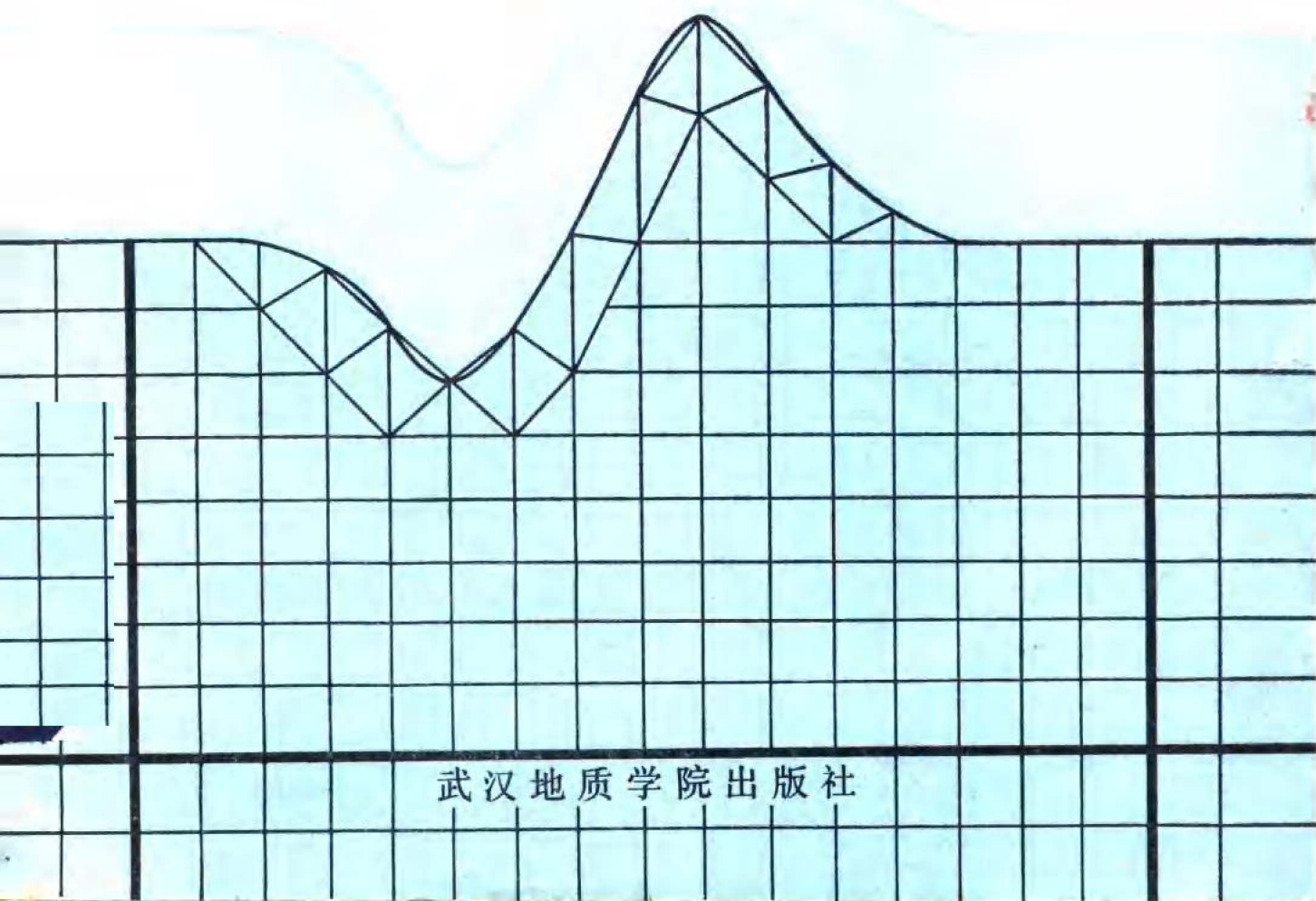


电子计算机在电法勘探中的应用

罗延钟 张桂青 著



武汉地质学院出版社

电子计算机在 电法勘探中的应用

罗延钟 张桂青 编著

武汉地质学院出版社出版

前 言

电子计算机的广泛应用是现代科学技术发展上的一个重要标志。在地球物理勘探中电算技术的应用已有近三十年的历史，它对提高物探工作的地质效果和经济效益，起到了很好的作用。在应用电算技术方面，电法勘探是各种物探方法中最落后者，国内外皆如此。其主要原因是电法所研究的电（磁）场比较复杂，用电算解决电法勘探正、反演问题的难度较大。随着电子计算机（简称计算机）和数值计算理论与方法的发展，七十年代以来，国际上电法勘探电算技术有了很大发展。我国从七十年代中期开始研究电测深、频率测深和大地电磁测深的电算机自动解释；八十年代初，“金属矿电法勘探电算技术研究”正式列为地矿部重点科研项目，经过几年努力，该项目取得了丰硕成果，先后两次由地矿部物化探局主持评审验收了十个课题的研究成果。随后，又进一步研究了其它有关课题，取得了新进展。这些研究课题的完成，不仅使我们掌握和发展了国际上已有的各种传导类电法勘探正演算法，而且还研究成功了一些我国独有的电法勘探资料处理和反演的方法和程序；并且开展了感应类电法勘探正、反演算法的研究。某些方面，已走在国际的前列。

为了总结和推广已取得的研究成果，我们于1983年底编写了一本题为《电子计算技术在金属矿电法勘探中的应用》的油印讲义。以其为教材先后举办了四期“电法电算短训班”；同时，供给某些兄弟院校作为大学本科生或硕士研究生的教材。

从83年到现在，电算在我国电法勘探中的应用又有了新的发展。原有的程序在实践中不断完善；并且，还涌现了一些新的算法。现在，编写一部电法电算著作的条件已经成熟。同时，出版这样一部著作的客观需要也是迫切的，这首先是因为目前国内外还很少有系统阐述电算技术在电法勘探中应用的书；而这样的书对在电法勘探中推广使用电算技术，促进电法勘探现代化，提高电法勘探的地质效果和经济效益是十分必要的。其次，我国在电法电算方面的新进展是对国际科学技术发展的贡献，将它们总结和报导出来，和世界各国共享这些成果是我国的光荣。出于这样的责任感，我们在原有讲义的基础上，进行了若干修改和较多增补，撰写成了本书。

本书的基本内容取材于著者的研究成果，但为全面系统反映电算在电法勘探中的应用，也少量引用了一些他人的著作。此外，为保持著作的系统性，便于读者阅读，书中编入了一些有关的基础知识。

本书为上册，主要讨论电算技术在传导类电法勘探中的应用；下册则是研究感应类电法勘探中的电算技术问题。

本书既是一部专著，同时，因为它的科学性、系统性和完整性，又可当作教材和教参使用。虽然书中涉及了一些较深的数理问题，但在写法上尽量注意了由浅入深，可适合于大学高年级学生和研究生阅读。

本书第五章由张桂青执笔，其余部分由罗延钟编写。孟永良、万乐和陈北文等同志参加了本书所涉及的研究工作；研究工作中得到了地矿部武汉计算站、长春地质学院电法教研室和成都地质学院电法电算研究组等单位许多同志的协作和帮助；地质矿产部为这些研究提供了精神上 and 财力上的支持。武汉地质学院绘图室为本书清绘了全部插图。何继善教授对本书的

编写提出了宝贵的建议，最后又审订了全书，对提高本书的质量作出了重要贡献。在此一并致谢。

尽管我们作了很大努力，但由于水平所限，书中难免还有错误或不当之处，敬请读者批评指正。

著 者

1986. 7. 1.

目 录

绪言	(1)
----	-------

第一篇 稳定电流场的数值计算方法

第一章 有限差分法	(17)
-----------	--------

§1.1 一般原理和算法	(17)
--------------	--------

一、网格剖分	(17)
二、基本差商公式	(17)
三、差分方程	(19)
四、异常场的算法	(23)
五、线性方程组的解法	(27)
六、关于有限差分法的计算精度和计算量问题	(28)

§1.2 二维地形不平条件下均匀外电场的有限差分模拟	(30)
----------------------------	--------

一、基本方程	(30)
二、网格剖分	(30)
三、差分方程	(32)
四、线性方程组的解法	(40)
五、中梯装置视电阻率和视极化率的计算	(41)
六、程序框图	(42)
七、算例	(44)

第二章 有限单元法	(51)
-----------	--------

§2.1 一般原理和算法	(51)
--------------	--------

一、关于变分法的一些基本知识	(51)
二、稳定电流场微分方程边值问题的等价泛函极值问题(变分问题)	(55)
三、求解区的离散化——单元剖分	(58)
四、线性插值	(58)
五、变分问题的离散化	(59)
六、线性方程组的解法	(63)
七、有限单元法和有限差分法的对比	(66)

§2.2 二维地电构造中点电流源场的有限单元算法	(67)
--------------------------	--------

一、问题的变分提法	(67)
二、变分问题的离散化	(69)
三、线性方程组的解法	(84)
四、反傅氏变换的算法	(85)
五、关于傅氏变换函数 V 的相似准则和波数的选择	(90)
六、视电阻率和视极化率的计算	(92)
七、程序框图	(93)
八、算例	(95)

第三章 积分方程法	(100)
§3.1 积分方程法的计算原理.....	(100)
§3.2 积分方程的离散化.....	(103)
一、中心矩法.....	(104)
二、线性插值法.....	(109)
§3.3 线性方程组的解法.....	(112)
§3.4 电参数的计算.....	(115)
一、计算异常场电位 U_a	(115)
二、计算正常场电位 U_0 和一次场电位 U	(116)
三、视电阻率和视极化率的计算.....	(116)
§3.5 程序框图.....	(117)
§3.6 算例.....	(118)
一、二维异常体上中梯装置异常的计算结果.....	(119)
二、三维异常体上中梯装置异常的计算结果.....	(122)
三、三维异常体上联剖装置异常的计算结果.....	(122)

第二篇 传导类电法资料的数值处理和解释方法

第四章 野外观测资料的数值处理方法	(126)
§4.1 利用多剖面互相关处理压制随机干扰.....	(126)
一、互相关函数.....	(127)
二、逐点分段多剖面互相关处理.....	(129)
三、关于互相关处理中的参数取值问题.....	(131)
四、算例.....	(133)
§4.2 用数值模拟方法构造保角变换坐标网.....	(143)
一、模拟原理.....	(143)
二、用有限差分法计算沿地形线 and 下边界供电时的电位分布.....	(144)
三、坐标网格的勾绘.....	(145)
四、程序框图.....	(145)
五、算例.....	(146)
六、应用实例.....	(147)
第五章 电阻率测深资料的数值解释方法	(151)
§5.1 电测深资料的最优化分层解释法.....	(151)
一、电测深的正演数值计算方法.....	(151)
二、电测深资料的最优化反演方法.....	(160)
§5.2 电测深资料的一种快速电算解释方法.....	(170)
一、解释的原理.....	(170)
二、电算机解释的数学模型和计算方法.....	(172)
三、程序框图.....	(178)
四、算例.....	(179)
参考文献	(184)

绪 言

电子计算机的广泛应用是现代科学技术发展的一个重要标志。在地球物理勘探中电算技术的应用已有近三十年的历史,它对提高物探方法的地质效果和经济效益,起到了很好的作用。不过,在利用电子计算技术方面,电法勘探是各种物探方法中最落后的一种方法。与地震勘探自然是无法相比;就是与重力和磁法勘探相比,电法也是十分落后的。从已发表的论文和报导内容上看,电法利用电算技术的广度和深度,也远不及重、磁等方法。落后的原因看来主要是因为电法野外观测条件和所研究的电(磁)场的复杂性。

从野外观测条件来看,电法勘探往往在地形起伏和交通不便的地区工作,与找石油为主的地震勘探相比,其工区的运输条件一般较差。所以,在电子计算机微型化以前,在电法的资料收录(即野外观测)中,不便使用电算技术。

从电法所研究的异常性质来看,它比重力异常和磁法异常都复杂。为说明这一点,下面列表对比磁法异常和电法异常:

磁 法 异 常	电 法 异 常
1. 局部磁性体在“均匀地磁场”中被均匀磁化;	1. 电异常体在点源或偶极源场中被非均匀极化;
2. 一般可忽略退磁影响;	2. 一般不可忽略退极化或增极化影响;
3. 一般可忽略几个磁性体之间的相互影响;	3. 一般不可忽略几个电性体之间的相互影响;
4. 非磁性岩层或覆盖层形成的地面起伏,对空间磁场的分布无影响;	4. 地面的存在,特别是当地面不平时,使电异常复杂化;
5. 以上各条使得:一般可用将各磁性体单元的磁异常简单迭加的方法,来获得整个磁性体的磁异常。	5. 一般不能用简单迭加的办法来获得电法异常。

以上对比,一方面说明电法异常比较复杂,应用电算技术的难度较大,所以发展比较缓慢,比较落后;另一方面也告诉我们,在发展电法勘探的电算技术时,必须注意其本身的特点,不能简单照搬重、磁法的经验。

虽然由于自身的复杂性,在电法中应用电算技术比较落后,但随着电算技术的发展,这方面的应用日益增多,也取得了一些成就,并且最近十年发展很快。我国从七十年代后期开始系统地引进和研究电法的电算应用,目前已取得一些有意义的成果。下面就电法野外资料收录和解正、反演问题中国内、外应用电算技术的概况作一些介绍。

一、电算技术在电法野外资料收录中的应用

长期以来,电法的野外观测技术是相当落后的。其特点之一是笨重:观测仪器笨重(比如,DDC-2型电子自动补偿仪,全套仪器重量超过十公斤);装备更笨重,特别搞“大功率电源”,必须配载重汽车,这使电法的机动性变得很差。另一个特点是观测仪器操作繁琐

(如 DJS-2 或 DJ-3 型激电仪, 要求操作员在每分钟内完成十余个操作步骤), 这不仅要求操作员熟练程度高和劳动强度大, 而且容易发生错误。最后一个特点是老式仪器的抗干扰能力弱, 观测精度低, 为了在观测条件差时取得比较可靠的资料, 只好靠增大供电电流强度以提高信噪比, 而这又进一步使电法装备变得更笨重。

七十年代中期, 在电法仪器中装入微处理机, 从而开始改变了上述情况。目前, 西方国家生产的电法仪器, 绝大部分都是由微处理机或微电子计算机控制的。如 SWP-1 型自动激电仪(加拿大), Huntex M-4 型激电仪(加拿大), IPS-3 频谱激电系统(加拿大), Edcon 地相位仪(美国), Zonge GDP-12 型多道便携式地球物理收录系统(美国)和 SIR-OTEM-II 型多道脉冲电磁仪(澳大利亚)等。近年来, 我国也先后研制和小批量生产了一些微机控制的电法仪器。如 DWJ-1 普查型激电仪, SDY-1 型数字电法仪和 DW-83 型低频复电阻率仪等。

所谓“微处理机”就是用大规模集成电路把除存贮器以外的整个计算机系统(即 CPU——中央处理单元)制在一块或几块半导体硅片上。另加一些半导体存贮器, 就能组成微型电子计算机。其特点是体积很小(例如, M-4 所用的 TMS 9900 是一个单片微处理机, 装在一个 64 脚的管壳内, 尺寸仅为 $9 \times 2 \times 0.5 \text{ cm}^3$), 故可装入野外仪器中。装于电法仪器中的微处理机或微计算机可发挥多种功能, 如对仪器的操作进行程序控制; 将待测的模拟信号作模-数转换后, 实现数字显示和数字输出; 自动计算待测参数和在野外对所测数据进行实时处理; 以及完成锁相、滤波等复杂功能。由于装入了微机, 电法仪器发生了革命性的变化:

(1) 多用化(一机多用): 即一台仪器既可用作激电法, 又能同时测视电阻率和自然电位(如 M-4), 有的还能用来作电磁法(如地相位仪), 甚至还能用于地面磁测和航空磁测(如 GDP-12); 在作激电时, 既可作直流激电, 又能作交流激电(如 M-4); 在作直流激电时, 一次测量便能得到放电曲线上多达 10 个取样; 而在作交流激电时, 既可测电场的振幅, 又可测相位, 还可作复电阻率法观测虚、实分量, 并且一次可测得多达 8 个频率的数据(如 M-4)。这就大大提高了电法仪器的适用性和生产效率。(2) 自动化: 由于用微机对仪器进行程序控制, 所以从仪器的电源检查、校准、极化补偿、增益(测程)选择, 直到 ρ_s 、 η_s 或 P_s 的计算和观测数据的显示都是自动进行的, 当仪器电路接错或电源不足时, 还可自动报警。例如, SWP-1 型自动激电接收机, 接通外线路后, 只要一按电钮, 25 秒钟后就自动显示观测结果(一次场电位差和充电率), 并由三个状态灯分别指示充电率的观测可靠程度。

(3) 数字化: 由于用微机控制实现模-数转换和数字运算, 所以不仅观测结果用数字显示, 而且测量的数据在观测过程中就进行预处理, 如进行信号迭加, 数字滤波和对自然电位漂移进行动态估值并自动校正等(如地相位仪), 因而可大大提高信噪比、观测精度和读数的稳定性; 此外, 如 M-4 和 SIROTEM 等仪器, 还配有盒式磁带记录仪, 可将野外数据记录于磁带上, 这不仅可以提高野外观测速度, 而且便于在整理资料时, 直接将野外观测结果输入室内计算机作进一步的数字处理, 为在资料整理和推断解释中应用电算技术创造了方便条件。(4) 轻便化: 装入微机后, 不仅观测仪器本身变得更小、更轻, 而且由于信噪比和观测精度提高, 可减小供电电流, 使电法装备轻便化。

总之, 微处理机或微电子计算机的应用, 可使电法野外观测或资料收录工作降低成本, 提高效率 and 可靠性, 并为资料整理和推断解释自动化创造了方便条件。

二、电算技术在电法勘探正演计算中的应用

正演问题,即在已知地电条件下计算电(磁)场或电(磁)异常分布,是电法勘探理论的重要组成部分。目前求解电法正演问题有两类计算方法,即解析计算法和数值计算法。

(一) 解析计算法

在一定的地电条件下,当已导出电(磁)场或电(磁)异常的解析表示式时,便可具体计算异常的数值及其在空间域或时间域、频率域中的分布。这种计算通常可以用“手算”(即使用普通计算工具来进行);但为提高计算效率和精度,也可使用电子计算机来完成。有了现成的计算公式,编一个计算程序,送入电子计算机作运算。一般说来,这是比较容易解决的问题,也可以说是利用电算技术解电法正演问题的初级阶段。在这方面,我国从六十年代中期以来,已作了不少工作。例如,铁道部第四设计院用电子计算机计算和制作了我国自己的电测深二层和三层量板册;1974~1976年云南冶金物探队和成都地质学院分别用电算完成了二维角域地形的点电源场的计算,并制作了相应的地改量板;1975~1976年桂林冶金地质研究所计算了若干典型地电条件的激电异常图册;1977~1978年武汉地质学院作了有覆盖层时球和水平圆柱体的激电异常及交流激电和磁激电的计算……等等。

应用电子计算机作解析法正演计算本身通常并不困难,难点主要在于求解给定条件下电(磁)异常的解析表示式。实际上,目前只对少数十分简单的地电条件,才能得到这样的表示式。对于大多数电法勘探感兴趣的实际地电条件,都难以得到异常的解析表示式,而只能用数值计算法求其近似的数值解。

(二) 数值计算法

这类方法是从电(磁)场所满足的微分方程或积分方程出发,用近似计算方法求其数值解。在作这种近似计算时,为达到足够的计算精度,通常要花费很大的计算量,以致非使用电子计算机不行。目前,国内外在解电法勘探正演问题中,已采用的数值计算方法主要有积分方程法、有限差分法和有限单元法,以及联合使用这些方法的混合算法。

1. 积分方程法

L. Alfano^[44], K. Vozoff^[84]及 G. V. Keller 和 F. C. Frischknecht^[60]等,早在五十年代末到六十年代初就提出了用积分方程法计算任意形状构造上的视电阻率。后来, K. Dieter 等^[50]于1969年具体用积分方程法计算了三维体的激电和视电阻率异常曲线。1973年 A. Dey 等^[48]和1975年 G. W. Hohmann^[55]从马克士威尔方程出发,建立了更普遍的积分方程,把积分方程法的应用范围推广到计算电磁法异常。以后,1976年 J. J. Lajoie 等^[65],1981~1982年 M. Okabe^[72,73]和 U. C. Das 等^[47]进一步发展了积分方程法,使之成为计算电法异常的主要方法之一。

我国先后引进和发展了稳定电流场和低频电磁场的积分方程算法^[6,19,22,24,25,37],特别是关于二层非各向同性大地中三维体的激电和电磁模拟算法的研究成功*,是对积分方程法的重要发展,进一步扩大了这种方法的应用范围。

*熊宗厚, 1985, 二层非各向同性大地中三维体的激电与电磁模拟及频谱激电的模拟原则, 硕士论文, 武汉地质学院物探系。

积分方程法是从场参数(场强或场的位)所满足的微分方程边值问题出发,通过某些变换导出有关参数(场强 E 、位 U 或积累电荷密度 σ 、散射电流密度 J_s)满足的积分方程;然后用近似计算方法求此积分方程的数值解,并由此得出或进一步计算场参数的分布。

传统的积分方程法是利用均匀或层状大地中场参数微分方程边值问题的格林函数积分解,来建立关于异常体表面的积累电荷面密度 σ (稳定电流场)、异常体内的散射电流密度 J_s 或电场 E (交变电磁场)的积分方程。最近几年发展起来的计算场的边界单元法,则是利用一个格林函数形式的已知函数,通过格林公式将场参数所满足的微分方程边值问题,变换为关于该参数的积分方程。无论哪种方法,最后导出的积分方程都是第二类弗雷德霍姆(Fredholm)积分方程,通过求解该方程进而计算电(磁)场分布的基本原则都是一致的。

以稳定电流场的计算为例,传统的积分方程法基于电位所满足泊松方程的泊松积分解,引出“积累电荷”的概念。在全空间条件下,将直流点电源场中局部导电性异常体在其外 P 点引起的异常场电位 $U_s(P)$ 表示成积分

$$U_s(P) = \iint_S \frac{\sigma}{R} ds \quad (1)$$

式中: σ —异常体表面 S 上,面积单元 ds 处的积累电荷面密度,其随 ds 位置而变,并且满足下列积分方程(当 P 位于表面 S 上时)

$$\frac{2\pi\sigma}{K_{12}} = \frac{I\rho_1}{4\pi} \left(\frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{R_1} \right)_s + \iint_{S'} \sigma \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) ds \quad (2)$$

其中,反射系数

$$K_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (3)$$

S' 是从 S 上挖去 P 点及其邻域后剩下的部分;其余符号见图1(a)。

在半空间条件下,并且当点源 $A(I)$ 位于水平地面上时,根据镜象法可将地下 $P(x, y, z)$ 点的异常场电位写成如下积分表示式

$$U_s(P) = \iint_S \sigma \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{R}} \right) ds \quad (4)$$

并且

$$\frac{2\pi\sigma}{K_{12}} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{R_1} \right)_s + \iint_{S'} \sigma \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{R} ds + \iint_{\bar{S}} \sigma \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{\bar{R}} ds \quad (5)$$

式中: $\bar{S}$ 是 S 的镜象, R 和 $\bar{R}$ 见图1(b)。

从(1)~(5)式可看出:

(1)异常场与地面的存在有关,而且即使对水平地面这一最简单的情况,也使问题复杂化[对比(1)、(2)和(4)、(5)式]。

(2)异常场电位的表示式(1),在形式上与经典磁荷理论计算磁力位异常一样;但这

里的极化是非均匀的,即积累电荷面密度 σ 在异常体表面 S 上不是常数。

(3) 造成不均匀极化的原因有两个,其一是外电场(点源场)本身不均匀,这表现在方程(2)或(5)中右边第一项不为常数;其二是界面各部分之间的相互影响不可忽略,因而在方程

(2)或(5)的右边必须包括积分项。这是造成电异常计算复杂化的主要因素。它使得必须通过求解积分方程(2)或(5),才能求得积累电荷面密度 σ ;此后,还必须对变化的 σ 按(1)或(4)式作面积分(通常是在电子计算机上用数值积分法作计算),才能最终求出异常场电位。

求解积分方程(2)或(5)以确定 σ ,是积分法中最耗费计算量的步骤。K. Dieter^[50]采用了类似于积分方程论中希尔伯特方法导出一个高阶线性方程组;然后在电计算机上求解此方程组,算出异常体表面的 σ 分布。他导出的线性方程组阶数很高,并且其系数中又包含有积分,所以计算量很大。武汉地质学院及成都、长春地质学院都研究了近似程度较好,且可大大节省计算量的积分方程数值解法,使计算三维稳定电流场的积分方程法达到比较实用的程度^[6, 9, 37]。

积分方程法的优点是易于处理三维局部异常体的问题。

2. 有限单元法

有限单元法是五十年代中期发展起来的一种数值模拟方法,最初主要用于结构和应力分析^[41]。七十年代初, J. H. Coggon^[46]首先将其用于电法勘探。他从电磁场总能量最小原理出发,建立了用有限单元法进行电和电磁模拟的算法,并实际计算了二维地电条件下的直流点电源场和线电源场中的电磁法异常。后来, L. R. Rijo^[78]进一步完善了 J. H. Coggon 的算法,使之成为计算二维地电条件下(点源)电阻率法和激发极化法异常的有效方法。七十年代末, P. Kaikkonen^[59]将有限单元法用于甚低频(VLF)法的数值模拟。接着, John T. Kuo 等^[64]在时间域电磁法中首先使用了有限单元法。1981年 D. F. Pridmore 等^[77]发表了他们用有限单元法作三维电和电磁模拟的研究成果;不过,从经济效益看,这种三维有限单元模拟的实用性如何,还有待进一步考察。

苏联人在七十年代也进行了地下电场的有限单元模拟研究,不过,主要是用在电测井中^[87]。

我国从七十年代中期开始在电法勘探中作有限单元模拟,主要是研究轴对称二维问题^[39, 40]。后来,又引进和发展了 Coggon—Rijo 的二维地电条件下点源场的有限单元算法^[11, 35, 36, 38]。

有限单元法计算电(磁)场参数(场强或位, 笼统记为 U), 是根据变分原理或最小

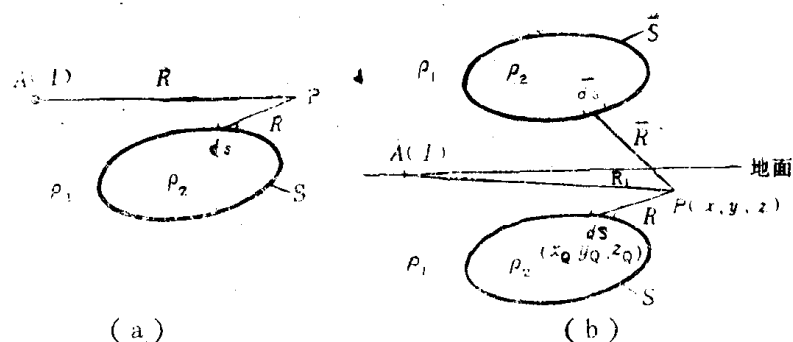


图1 用积分方程法计算异常场电位的图示

(a) 全空间情况 (b) 半空间情况

能量原理，将给定边值条件下求解 U 的微分方程问题，等价地换成求 U 的泛函极值问题（变分问题）；再经过离散化，得到由空间各点未知 U 值组成的高阶线性方程组；最后在数字计算机上求解该方程组，以确定空间各点的 U 值。例如，对于稳定电流场，Coggon 根据电场总能量最小化原理，导出了电位 U 的变分方程

$$\delta J = \Delta \int_{\Omega} f(U) dv = 0 \quad (6)$$

式中：

$J = \int_{\Omega} f(U) dv$ 为电位函数 U 的泛函；

$f(U) = \sigma (\nabla U)^2 + 2U \cdot \nabla \cdot \mathbf{j}$ 为电位 U 的已知函数；

$\nabla \cdot \mathbf{j}$ 为电流源的体密度；

σ 为介质的导电率，它和电位 U 一般都是空间坐标的函数。

求解变分方程 (6)，就是要找出一个电位的空间坐标函数 $U(x, y, z)$ ，以使积分（泛函） J 最小。有限单元技术就是用来求解这一变分方程的数值解。其作法是将求解区 Ω 划分为 M 个单元 Ω_e (图2)，于是泛函 J 可表示为各单元上的积分之和

$$J = \sum_{e=1}^M \int_{\Omega_e} f(U) dv \quad (7)$$

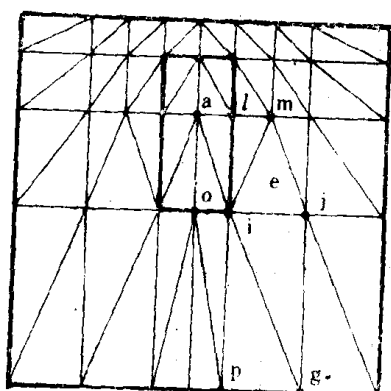


图2 将求解区 Ω 划分为若干个三角形单元（二维情况；粗线表示内、外边界）

将电位 U 的空间分布，用各单元节点（即单元几何图形的角点）（共 N 个）上的值 $U_1, U_2, \dots$ 来表示，并假设 U 在各单元内呈简单函数形式——比如，在二维条件下，假设 U 在各三角形单元内成线性变化，即对图2所示第 e 个单元

$$U = a + bx + cz \quad (8)$$

式中： a, b, c 是单元几何形状及其节点电位 U_i, U_j 和 U_m 的函数。于是，第 e 个单元 Ω_e 上的积分，可近似表示为该单元之诸节点电位值的显函数

$$J_e = \int_{\Omega_e} f(U) dv \approx g_e(U_i, U_j, U_m) \quad (9)$$

整个求解区 Ω 上的积分

$$\begin{aligned} J &= \sum_{e=1}^M J_e \approx \sum_{e=1}^M g_e(U_i, U_j, U_m) \\ &= G(U_1, U_2, \dots, U_N) \end{aligned} \quad (10)$$

式中： G 是整个求解区上全部节点（共 N 个）之电位值 $U_1, U_2, \dots, U_N$ 的已知二次函数。将这些电位值看成是 N 个独立变量，则积分 J 便被表示成一个 N 元函数。将 (10) 式代回 (6) 式得

$$\delta J = dG(U_1, U_2, \dots, U_N) = 0$$

于是, 泛函的极值问题便被简化为多元函数 G 的极值问题。后者是大家所熟悉的, 即 G 取得极值的条件是它对各个变量 $(U_1, U_2, \dots, U_N)$ 的一阶偏导数为零。由此得一个关于 $U_1, U_2, \dots, U_N$ 的 N 阶线性方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial U_1} &= 0 \\ \frac{\partial G}{\partial U_2} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial G}{\partial U_N} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在电子计算机上求解此线性方程组, 得出各节点之电位值 $U_1, U_2, \dots, U_N$, 便可表征 U 的空间分布。

有限单元法的优点是适用于模拟形状不规则的地质体和地形起伏; 但它的计算程序编制较复杂, 尤其是对三维地电条件的模拟更为复杂。

3. 有限差分法

有限差分法是一种比较老的数值计算方法, 但将其用于地中电(磁)场的计算, 还是本世纪六十年代后期的事。1969年, A.F. Jenson 在其博士论文^[58]中讨论了二维地电条件下, (点源)电阻率法和激电法的有限差分模拟问题。但在公开发表的文献中, 最早论述将有限差分法用于电法勘探正演问题的是 C.M. Swift^[81], T.R. Madden^[68]和 Y. Lamontagne 等^[68]。他们分别于1971年介绍了有限差分法^[68]在二维地电构造上, 计算平面波场源及线状电磁场源的电磁法异常和直流点电源场。稍后, 1973年 C.L. Aiken 等^[42, 43]讨论了激电异常的有限差分模拟。他们^[42]主要讨论了场源不在求解区内(中梯装置)的情况, 给出了电算机上具体计算的结果; 并与有限单元法作了对比, 说明两种方法所得结果是相近的。C.L. Aiken 等^[43]还讨论了二维地电条件下点电源场的有限差分模拟问题, 但他们的方案不能直接用作计算。后来, I.R. Mufti^[69, 70]发展了电阻率法的有限差分模拟, 他们采用不均匀网格作二维地电构造的有限差分模拟, 使可能用较少的计算量达到较高的模拟精度。A. Dey 和 H.F. Morrison 对直流电法的有限差分模拟作出了有意义的贡献, 他们合理地引入了“混合边值条件”, 并用“面离散法”(即积分插值法)导出差分格式, 因而较好地解决了二维构造上点电源场的有限差分模拟^[49A]; 并且第一次实现了用有限差分法模拟三维地电构造^[49B]。稍后, 1981年 H. Scriba^[78]也发表了用有限差分法作三维稳定电流场模拟的论文。1982年, M.S. Zhdanow 等^[85]进一步发展到用有限差分法作三维电磁法异常的计算。

我国已引进 Dey 和 Morrison 关于二维地电构造上点电流源场的有限差分算法^[34], 还发展了适用于研究复杂地形的三角形和矩形剖分相结合的有限差分算法^[8]。

有限差分法也是一种网格法, 它将求解区剖分成许多均匀或不均匀的正方形、长方形或其他形体的网格, 以网格节点上的电(磁)场参数值来表征电(磁)场的空间分布; 然后, 将电(磁)场参数所满足的微分方程离散化, 得出相应的差分方程——即将网格节点上的场

注: C.M. Swift 和 T.R. Madden 称他们的方法为“传输面法”, 其实质就是有限差分法。

参数值表示成其相邻节点场参数值的线性函数, 由此得一个方程数和节点数相同的、关于节点场参数值的高阶线性方程组; 在计算机上解此方程组, 算出各节点之场参数值, 以表示电(磁)场的空间分布。

以均匀稳定外电流场中存在二维地电构造的情况为例, 电位 U 满足微分方程

$$\nabla(\sigma \cdot \nabla U) = 0 \quad (12)$$

式中: σ 为介质的电导率, 它与电位 U 都是二维空间坐标 (x, z) 的函数。

将求解区(二维断面)划分为平行于地面(X 轴)和垂直于地面(Z 轴)方向的均匀正方形网格(图3)。用 $P_{i,j}$ 来表示网格上坐标为 (ih, jh) 的节点, 其中 h 为网格的间距(步长), i 和 j 为整数。将微分方程(12)在上述网格上离散化后, 得求解区内节点电位的差分(近似)方程

$$a_{i-1,j}U_{i-1,j} + a_{i,j-1}U_{i,j-1} + a_{i,j}U_{i,j} + a_{i,j+1}U_{i,j+1} + a_{i+1,j}U_{i+1,j} = 0 \quad (13)$$

式中: $U_{i,j}$ 表示节点 $P_{i,j}$ 的电位值, 其余可类推; $a_{i,j}$ 等是决定于网格步长(h)和地下电导率(σ)分布情况的已知系数。

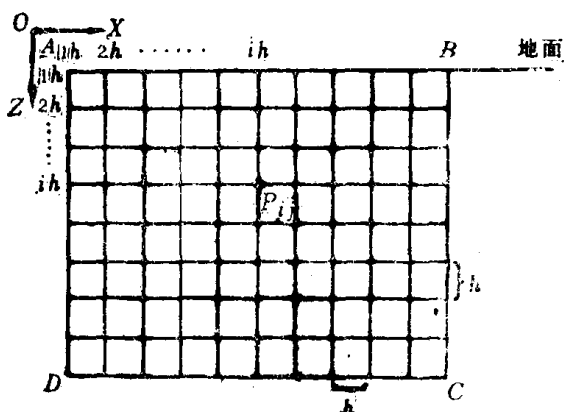


图3 有限差分法采用的均匀正方形网格(二维情况)

求解区边界上各节点的电位值, 或者规定为正常场电位值(对于图3中 BC 、 CD 和 DA 边上的节点), 即为已知的空间函数

$$U_{i,j} = U_0(ih, jh) \quad (14)$$

或者(对于水平地面 AB 上的节点 $P_{i,1}$)根据镜像法原理由(13)式演化成下列差分方程

$$a_{i-1,1}U_{i-1,1} + a_{i,1}U_{i,1} + 2a_{i,2}U_{i,2} + a_{i+1,1}U_{i+1,1} = 0 \quad (15)$$

这样, 由(13)、(14)和(15)式, 便可对全部节点得一个方程个数与节点数相同的高阶线性方程组。借助于电子计算机求解此方程组, 得

出各节点的电位值 $U_{i,j}$, 就可表征电位的空间分布, 或者必要时可进一步计算其它参数(电位差, 视电阻率及视极化率等)。

有限差分法计算原理和编制程序都比较简单, 且易于解决由二维过渡到三维问题, 特别适用于计算平面规则形体(如板状体、层状或似层状体)的异常。

除以上三类数值计算方法之外, 近几年进一步发展了混合使用这些方法的算法^[54, 67, 82]。研究表明, 合理地混合使用前述三类方法, 可以在保证精度的条件下, 有效地减少对计算机存贮量的要求和提高计算速度。

三、电算技术在电法资料处理和推断解释中的应用

目前, 大地电磁法资料的数据处理已广泛使用电子计算技术, 而关于其它电法资料的电算处理却很少见有报导。武汉地质学院电法教研室注意了这方面的研究工作, 并且已取得一些研究成果。

在电法资料的处理和推断解释中, 常常遇到在测量误差和地质“噪音”的干扰背景上划

分有用异常的问题。测量的偶然误差和局部地质-地形不均匀体形成的干扰, 通常具有随机性质; 而有用异常则一般具有某些统计的规律性。这与通讯系统中对被各种干扰恶化了的弱信号检测问题或“起伏干扰”下有用信号的复现问题十分相似。因此, 可以用信息论中某些理论和方法, 来解决在随机干扰背景上划分有用电法异常的问题。不过, 在作这种处理时, 通常伴随相当大的计算量, 用“手算”作这种处理实际上是不可能的, 必须采用电子计算技术。武汉地质学院在这方面的研究成果^[9]已被实践证明效果良好。本书第四章将给以详细介绍。

电法资料的推断解释比较复杂, 其主要原因是所研究的对象(矿体或与矿产有关的地质构造)形状比较复杂, 本身和围岩的电性往往不均匀。所以, 通常只是作定性解释, 很少作定量推断。到目前为止, 电法的推断解释主要在以下几个方面使用了电算技术。

1. 电(或电磁)测深资料的数字解释

这是电法勘探最早使用电算技术作反演, 并且研究方法和发表论文最多的一个方面。以直流电阻率测深为例, 定量解释的传统方法是在水平层状大地的假设条件下, 使用各种理论量板作解释。其缺点是解释步骤繁琐和人为误差大; 在对多层曲线作分层解释时, 上述缺点尤为突出。利用电子计算机对电测深资料作数字解释, 可在一定程度上克服这些缺点。

早在1933年L.B.Slichter就提出了电测深资料的“直接解释法”; 其后, 1940年C.L.Pekeris又对其作了改进。但由于当时计算技术落后, 未能在实践中推广使用。到五十年代后期, 随着电子计算技术和数值计算方法的发展, 相继出现了一些用电子计算机自动解释电测深资料的研究成果。例如, 1958在美国麻省理工学院K.Vozoff^[83]首次提出用牛顿法、最速下降法在电计算机上反演电测深资料。到六十年代以后, 这方面的研究成果出现更多, 形成了多种解释方法。其中, 荷兰代夫特理工大学O.Koefoed^[61]和D.P.Ghosh^[53]的研究成果具有重要意义。他们在1968年和1971年先后提出了由层参数(各层电阻率和厚度)计算电阻率转换函数 T 的递推公式和用线性滤波方法由视电阻率求电阻率转换函数 T' 的褶积关系式。这两个问题的解决, 给用电子计算机直接解释电(磁)测深资料提供了广泛的可能性。

我国于七十年代中期开始进行电阻率测深资料电算机自动解释的研究工作, 成都地质学院^[32]、水文工程地质技术方法研究队^[18]和武汉地质学院^[9]等, 在这方面都已取得一些研究成果。国家地质总局于1977年召集有关单位举行了技术座谈会, 推动此项工作的开展。1979年底以来, 地质部又举办了几期电测深资料电算机自动解释学习班, 推广这一技术。1984年底, 中国地质学会勘探地球物理专业委员会在北京香山召开了电测深数字解释的专题学术交流会。会上提出的几十篇学术报告表明我国电测深数字解释的应用和研究都已达到了一定的水平。

目前, 电测深资料的电算机自动解释, 基本上可归纳为以下几种不同的作法, 即直接解释法(荷兰Ghosh^[53]和Koefoed^[62]在Pekeris所提出方法的基础上进一步完善, 并编制出程序, 由电算机自动执行解释过程); 最优化法(Vozoff^[83]最先在美国提出, J.R.Inman^[57]等进一步完善了它); 直接解积分方程和构造Dar—Zarrouk曲线的解释方法(法国地球物理总公司G.Kunetz和J.P.Racoi^[63]提出)。这些方法中以最优化法研究和使用的最多。

以上几种方法从理论上讲都能成功地对多层电测深曲线作分层解释, 即确定地下各层的

厚度和电阻率。但在实际解释时常常会遇到这样的问题，即由于地形不平覆盖层中的局部电性不均匀，往往使电测深曲线的前支和中段受到畸变，难以作分层解释。考虑到某些情况下电测深的主要任务只是确定基岩起伏，而不要求作分层解释，所以拟定以确定基岩深度为主要目的的计算机自动解释方法具有实际意义。武汉地质学院研究成功的“电测深资料的一种快速电算解释方法”^[7]便属于这种方法。本书第五章将分别讨论最优化分层解释和以确定基岩深度为主要目的的快速电算解释方法。

2. 偶极—偶极装置拟断面图的反演

W.H. Pelton 等^[76]于1978年发表了关于加拿大凤凰地球物理公司对偶极—偶极装置视电阻率 ρ_s 及视频率散率 P_s 实测拟断面图作最优化二维反演的论文。他们反演的地电模型是单一覆盖层下的矩形截面二维地质体(图4)。可以单独对 ρ_s 或 P_s 拟断面图作反演,也可对同一测线的这两种参数的拟断面图作联合反演。通过反演确定九个模型参数:覆盖层的厚度 h_1 和电阻率 ρ_1 (假定覆盖层是不极化的), 围岩的电阻率 ρ_2 和频率散率 P_2 , 以及极化体的电阻率 ρ_3 、频率散率 P_3 、厚度 $2l$ 、宽度 $2b$ 和中心位置 o 的坐标。反演的算法是所谓“波峰回归法”。下面以 ρ_s 拟断面图的反演为例,简要说明这种算法。

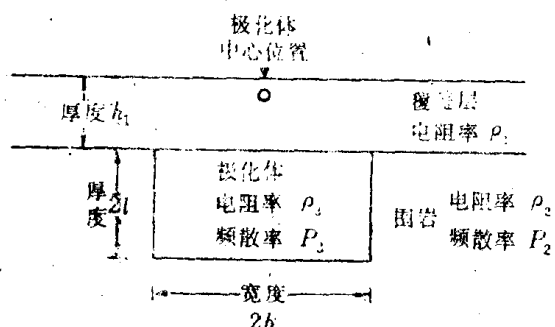


图4 对偶极—偶极装置拟断面图作最优化反演的二维地电模型

的这两种参数的拟断面图作联合反演。通过反演确定九个模型参数:覆盖层的厚度 h_1 和电阻率 ρ_1 (假定覆盖层是不极化的), 围岩的电阻率 ρ_2 和频率散率 P_2 , 以及极化体的电阻率 ρ_3 、频率散率 P_3 、厚度 $2l$ 、宽度 $2b$ 和中心位置 o 的坐标。反演的算法是所谓“波峰回归法”。下面以 ρ_s 拟断面图的反演为例,简要说明这种算法。

设实测 ρ_s 拟断面图上各数据点的 ρ_s 值 ($\rho_{s1}, \rho_{s2}, \dots$) 用列矢量 $\{\rho_s\}$ 表示,各模型参数 ($h_1, \rho_1, \rho_2, \dots$) 的估值用列矢量 $\{x\}$ 表示,

用 $\{x\}$ 算出的理论 $\{\rho_s\}$ 与实测 $\{\rho_s\}$ 之差为 $\{\Delta\rho_s\}$ 。则可按下式计算各模型参数的修改量:

$$\{\Delta x\} = ([P]^T \cdot [P] + \lambda[I])^{-1} \cdot [P]^T \cdot \{\Delta\rho_s\} \quad (16)$$

式中: $[I]$ —单位矩阵; $[P]$ —包含各数据点之 ρ_s 对每一模型参数之偏微商的矩阵(雅可比矩阵), 其元素为 $P_{ij} = \frac{\partial \rho_{si}}{\partial x_j}$ (其中, ρ_{si} —第 i 个数据点的 ρ_s , x_j —第 j 个模型参数); $[P]^T$ 是 $[P]$ 的转置矩阵; λ 是一个适当小的正数(阻尼因子), 如果 $\lambda \rightarrow 0$, 则(16)式接近牛顿—拉卜生法, 它收敛快, 但当初值给得不当时可能发散; 若 λ 很大, 则(16)式接近于梯度法, 它总是收敛的, 但收敛速度很慢。实际计算时, 按对数比例尺选取不同的 λ 值进行尝试, 以尽量减少最小二乘余数。这种在迭代过程中仔细调整 λ 值, 使得既保证收敛, 又尽可能快的算法, 在北美的电法电算工作者中称为“波峰回归法”^[57, 76]。可以看出, 它实质上就是马奎特法或阻尼最小二乘法。

在作波峰回归反演过程中, 需要对给定的模型参数值计算正演拟断面图。为节省计算时间, Pelton 等用有限差分法和有限单元法, 预先对九个模型参数的不同数值算出大量理论曲线, 存放于数据库内。在作最优化反演时, 便可直接从数据库中提取相应模型参数值的理论拟断面图与实测拟断面图相拟合。这是针对得不到异常解析表示式的情况而设计的一种与目前重磁资料最优化反演完全不同的新颖做法。这样做的优点是可以大大加快获取正演理论拟断面图的速度; 同时, 可从事先算好的理论数据中, 用有限差商求得作波峰回归反演(构造雅可比矩阵 $[P]$) 所需要的视参数 (ρ_s 或 P_s) 对模型参数的导数值。因此, 反演的计算时间和费用都很少。比如, 对每一断面包括38个数据点的 ρ_s 和 P_s 拟断面图作联合反演,

计算机的费用不到一美元^[76]。上述反演的地电模型(图4)虽然非常简单,但从文献^[76]报导的北美六个矿区的实测资料反演结果来看,对于大体上近似为直接埋藏于单一覆盖层下的单个矿体,反演的效果相当好。

3. 评价激电异常

近年来,为从野外观测资料中划分出激电与电磁效应,进而评价激电异常,发展了以研究电场超低频频率特性为特点的复电阻率法。它们从野外资料的收录、预处理、成图、推断解释到最终成果的显示或输出,全部由电子计算机控制,自动或半自动地进行。其中,有代表性的两种方法是:

(1) 美国 Zonge 工程和研究机构的复频谱法

K.L.Zonge 等^[86]在七十年代中期研制和使用了一种先进的复电阻率(CR)测量和解释系统。它在野外现场用电子计算机控制发送机,对供电波形取样,并使用快速傅氏变换将其与接收波形取样相对比,以测量供电波形的基波和直到第11次奇次谐波频率的复电阻率之虚分量和实分量。上述采用快速傅氏变换对波形取样作对比的过程,是一种从信号中滤掉噪音频率的强有力手段,所以测量具有高抗干扰能力。对频率为0.01, 0.1, 1和10 Hz(赫芝)的四个供电电流, Zonge CR 系统可测出从0.01到110 Hz(赫芝)共24个频率上复电阻率的虚、实分量。最终测量结果自动地以“复频谱曲线”和数据表形式打印出来。

野外测得的复频谱在没有明显电磁耦合的情况下,可以直接用来评价激电异常。当存在明显电磁耦合干扰时,用阴极射线示波器显示复频谱曲线,同时用会话式数字计算机,以人机联作方式逐次修改地电参数,计算电磁耦合的理论频谱,以便从实测频谱中消除电磁耦合效应,得到纯粹反映激电效应的复频谱,作为评价激电异常之用。

(2) 加拿大凤凰地球物理公司的频谱激电法

凤凰公司使用了另一种复电阻率法方案,通常称其为频谱激电法^[75]。他们认为激电效应引起的复电阻率频谱 $\rho(i\omega)$ 可用一个柯尔-柯尔模型来表示,即

$$\rho(i\omega) = \rho_0 \left\{ 1 - m \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right] \right\} \quad (17)$$

式中: ρ_0 —直流电阻率; m —充电率; c —频率相关系数; τ —时间常数; ω —角频率,与电场频率 f 的关系为 $\omega = 2\pi f$ 。

电磁耦合效应的低频段也可用不同参数的柯尔-柯尔频散来模拟。所以,当同时包含激电效应和电磁耦合效应时,实测复电阻率之频率特性可表示为:

$$\begin{aligned} \rho(i\omega) = \rho_0 \left\{ 1 - m_1 \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau_1)^{c_1}} \right] - m_2 \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau_2)^{c_2}} \right] \right. \\ \left. + m_3 \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau_3)^{c_3}} \right] \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

式中: m_1, τ_1, c_1 和 m_2, τ_2, c_2 及 m_3, τ_3, c_3 分别为激电效应和均匀或层状大地及局部导电性异常体引起的电磁效应的相应参数。这些参数的特点是: ① c_1 一般在 0.1~0.6 之间, 而 $c_2, c_3 = 0.95 \sim 1$; 此外, $\tau_1 > \tau_2, \tau_3$ 。所以,可按参数 c 和 τ 的相对大小区分激电和电磁耦合效应。② 激电效应的时间常数 τ_1 可有几个级次的变化范围: 电子导电矿物之间连通程度较差的浸染状、块状矿石或矿化岩石的 τ_1 一般小于 1 s(秒); 而导电矿物连通得好的片状、网