

一九七八年

上海市物理学会年会论文选编

上海市物理学会主编

5411152/29

前言

上海市物理学会于一九七八年九月召开了年会。为了进一步提供科学研究经验的交流,年会后,在有关单位的支持和推荐下,我们征选了:高能物理、核物理、理论物理、固体物理、光学、声学方面的论文卅五篇,在上海科技文献出版社的支持下,编辑了这本论文集,供读者参考。

由于“四人帮”的破坏,作为一门基础学科的物理学研究也遭到了很大的摧残。尽管如此,在我们这次召开的年会中反映出来的是,在当代研究领域中论文数量有大幅度的增长,但在质量上尚不够理想。我们希望在下一次召开的年会中,能出现更多更好的论文,争取使这些论文对物理学的发展有较大的贡献。

为了繁荣学术交流,活跃学术思想,贯彻“百花齐放、百家争鸣”的方针,论文集里,除科学研究成果论文外,我们也收集了个别不同学术观点的论文。

这次刊登的论文,曾得到卢鹤绂、谢希德、方俊鑫、邹元炳、汤定元、干福熹、周世勋等教授的热情指导,就不在每篇论文中一一提及,在此一并表示感谢。由于时间仓促,论文集的征集组织工作错误在所难免,欢迎大家批评指正。

上海市物理学会

一九七九年 月 日

高能、低能核物理

1. P - D 、 N - D 散射截面的联系与核力的电荷对称性
.....复旦大学 裘志洪 王炎森 沈锡初 黄发决 陈建新 (1)
2. 重核裂变的统计模型理论研究
.....中国科学院原子核研究所 邱锡钧 李鑫林 张金根 (13)
3. 重核裂变的微观输运理论.....中国科学院原子核研究所 贺泽君 李鑫林 (26)
4. 一种布朗运动和量子力学方程——I. 非相对论量子力学
.....中国科学院原子核研究所 贺泽君 (32)
5. 一种布朗运动和量子力学方程——II. 随机电动力学.....
.....中国科学院原子核研究所 贺泽君 李鑫林 (41)
6. 用背散射进行物质表面分析
.....复旦大学 杨福家 承煥生 赵国庆 徐志伟 周筑颖 (47)
7. 质子 X 荧光非真空分析.....复旦大学
杨福家 李鸿扣 任焜刚 黄发决 曾宪周 姚惠英 朱 良 汤国魂 陈建新 (58)
8. 关于温度各向异性等离子体回旋波不稳定性的非相对论佯谬
.....复旦大学 陆全康 (68)
9. 磁约束等离子体中的布朗运动复旦大学 陆全康 (74)
10. 对于 γ 族粒子性质的一些预言
.....上海师范大学 朱 伟 徐在新 胡瑤光 上海师范学院 张民生 (78)

固体物理

11. 砷化镓中深能级陷阱的测量
.....中国科学院上海冶金研究所 周炳林 汪 乐 邵永富 陈启屿 (80)
12. 砷化镓中质子注入研究
中国科学院上海冶金研究所 王渭源 徐景阳 倪企民 谭儒环 刘月琴 邱月英 (89)
13. 变态四极准双曲场的计算机分析复旦大学 华中一 姜祥祺 陆全康 (99)
14. 合金表面的出现电势谱分析复旦大学
华中一 张强基 诸葛健 潘星龙 陈华仙 黄金林 沈国华 沈绍清 (111)
15. 用准静电态技术测量硅-二氧化硅界面态复旦大学 董国胜 (120)
16. 用 X 射线光电子能谱研究硅单晶表面的掺氯氧化层复旦大学
林荣富 戴道宣 上海石油化工总厂研究所 江绍猷 张永福 吕国樑 (128)
17. 铋化铟单晶的小平面生长及其有关现象
.....中国科学院上海技术物理研究所 俞振中 陈新强 马可军 金 刚 (136)
18. 放射性同位素示踪法研究镉在铋化铟中的扩散

-中国科学院上海技术物理研究所 陈泉森 张林法 杨植震 (147)
19. 用 MOS 结构研究器件不稳定性的初步试验.....
.....上海师范大学 王济身 元件五厂 杨 兴 (154)
20. 氧化膜针孔的探测.....上海师范大学 李 琼 孙 涛 (159)
21. RDX 中 N^{14} 核四极共振谱的测量.....上海师范大学 潘麟章 俞永勤 (164)
22. 费密二次型哈密顿量的对角化定理.....复旦大学 戴显熹 (167)

光 学

23. 球对称等离子体共振吸收的解析解.....
.....中国科学院上海光机所 谭维翰 王润文 丁丽明 陈守华 (176)
24. 利用光学无感应衰变产生激光短脉冲.....
.....复旦大学 杨远龙 王景义 曹小民 张爱萍 (181)
25. 快速脉冲讯号的激光传输.....复旦大学 夏绍丰 劳浦东 徐永晨等 (187)
26. 利用激光干涉测定多层镀膜过程中的基板温度.....复旦大学 沈元华 (198)
27. 标准激光卡计——激光功率、能量的绝对测量.....
.....复旦大学 徐永晨 戴乐山 上海亚明灯泡厂 王文翊 (208)
28. 部分相干情形下象差光学系统的直边衍射.....
.....上海光学仪器研究所 庄松林 陈祥祯 (214)
29. 部分相干高分辨电子显微镜菲涅尔环的研究.....
.....上海光学仪器研究所 庄松林 陈祥祯 (228)
30. 激光与红外辐射在浓雾中的传输研究.....
.....上海师范大学 夏慧荣 谭树杰 徐志超 马龙生 江一德 潘佐楝 (233)
31. 小型光栅调谐 CO_2 激光器的研制和 CO_2 分子一些转动常数及谱带中心的测定...
.....上海师范大学 郭增欣等 (241)
32. 利用双频激光进行水准测量的理论探讨.....
.....上海师范大学 沈仲钧 徐志超 谭树杰 (245)
33. Nd: YAG 激光二次谐波及其眼科应用.....
.....上海市激光技术研究所 方正 程关镭 乌家恬 (250)

声 学

34. 指向性自动记录仪.....中国科学院东海研究站 蒋廷华 周根祥 (260)
35. 不等间距抑制线列阵旁瓣.....中国科学院东海研究站 陈桂生 朱儒良 (263)

P - D 、 N - D 散射截面的联系 与核力的电荷对称性

复旦大学 袁志洪 王炎森 沈锡初 黄发洪 陈建新

本文用库仑扭曲波玻恩(Born)近似,推导出 P - D 散射的库仑穿透因子,借此可从 P - D 相移计算出 N - D 散射微分截面。计算值与实验值符合较好。

一、引言

按照核力的电荷对称性假设, P - D 散射与 N - D 散射相比较,只差一个库仑势的影响。 P - D 散射实验比 N - D 散射实验容易做。 P - D 散射实验数据比较丰富可靠,而 N - D 散射实验数据尚有不少空白。根据核力的电荷对称性假设,从低能 P - D 散射微分截面推算出 N - D 散射微分截面,不仅可以作为核力的电荷对称性假设在这个低能区的佐证,还可以填补 N - D 微分截面数据的空白,有其实际应用的意义。

二、 P - D 与 N - D 散射的根本差别

我们对低能散射问题的理解是以薛定格(Schrödinger)方程

$$H\Psi = E\Psi$$

为基础的。

设三个核子的坐标如图 1。



图 1

其中 r 为核子 2 相对于核子 3 的空间坐标, q 为核子 1 相对于核子 2 及 3 的质心的空间坐标。核子的质量为 M 。

在质心坐标系中, N - D 与 P - D 的哈密顿分别为

$$H_{N-D} = -\frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{M} \Delta_q - \frac{\hbar^2}{M} \Delta_r + V_{NP}(r) + V_{NN}\left(q - \frac{r}{2}\right) + V_{NP}\left(q + \frac{r}{2}\right) \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
H_{P-D} &= -\frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{M} \Delta_q - \frac{\hbar^2}{M} \Delta_r + V_{NP}(\mathbf{r}) + V_{PP}\left(\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right) \\
&\quad + V_{NP}\left(\mathbf{q} + \frac{\mathbf{r}}{2}\right) + \frac{e^2}{\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|} \\
&= T + H_D + V = H_0 + V
\end{aligned} \tag{2}$$

其中
$$T = -\frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{M} \Delta_q$$

入射核子相对于氘核的动能,

$$H_D = -\frac{\hbar^2}{M} \Delta_r + V_{NP}(\mathbf{r})$$

氘核的哈密顿,

$$V = V_{PP}\left(\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right) + V_{NP}\left(\mathbf{q} + \frac{\mathbf{r}}{2}\right) + \frac{e^2}{\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|}$$

入射质子与氘核的相互作用,

$$H_0 = T + H_D$$

按照核力的电荷对称性假设,

$$H_{P-D} = H_{N-D} + \frac{e^2}{\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|} \tag{3}$$

$P-D$ 与 $N-D$ 的根本差别就是 H_{P-D} 与 H_{N-D} 的差别 $\frac{e^2}{\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|}$, 由它导致 $\sigma_{P-D}(\theta)$ 与 $\sigma_{N-D}(\theta)$ 的不同。

三、微分截面 $\sigma_{N-D}(\theta)$ 与 $\sigma_{P-D}(\theta)$ 的差别

$N-D$, $P-D$ 散射实验的极化测量表明: 在 40 MeV 以下, 可忽略核子-核子相互作用的张量及自旋-轨道项, 即纯中心势可准确描述 $N-D$, $P-D$ 散射的主要行为。

假设核力为纯中心力, $N-D$ 弹性散射角分布可用下式表示:

$$\begin{aligned}
\sigma_{N-D}(\theta) &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{K^2} \left| \frac{1}{2i} \sum_l (2l+1) (y_{l4} e^{2i\delta_{l4}} - 1) P_l(\cos \theta) \right|^2 \\
&\quad + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{K^2} \left| \frac{1}{2i} \sum_l (2l+1) (y_{l2} e^{2i\delta_{l2}} - 1) P_l(\cos \theta) \right|^2
\end{aligned} \tag{4}$$

其中 θ 为质心坐标系中的散射角,

$$K^2 = \frac{8}{9} \frac{M}{\hbar^2} E_{\pi} = 0.02142 E_{\pi} (\text{MeV}) f_m^{-2}$$

$\delta_{l, 2s+1}$, $y_{l, 2s+1}$ 统称作 $N-D$ 相移, l , s 分别为轨道角动量与自旋量子数。

而 $P-D$ 弹性散射角分布可用下式表示:

$$\begin{aligned}\sigma_{P-D}(\theta) = & \frac{2}{3} \frac{1}{K^2} \left| \frac{-\eta}{1-\cos\theta} e^{i\eta \ln(\frac{2}{1-\cos\theta}) + 2i\phi_0} \right. \\ & + \frac{1}{2i} \sum_l (2l+1) (y'_{1l} e^{2i\phi_{1l}} - 1) e^{2i\phi_l} P_l(\cos\theta) \left. \right|^2 \\ & + \frac{1}{3} \frac{1}{K^2} \left| \frac{-\eta}{1-\cos\theta} e^{i\eta \ln(\frac{2}{1-\cos\theta}) + 2i\phi_0} \right. \\ & + \frac{1}{2i} \sum_l (2l+1) (y'_{12} e^{2i\phi_{12}} - 1) e^{2i\phi_l} P_l(\cos\theta) \left. \right|^2\end{aligned}\quad (5)$$

其中 $\eta = \frac{e^2}{\hbar v}$ 为 Sommerfeld 参数, $\phi_l = \arg \Gamma(l+1+i\eta)$ 称作库仑相移, $\delta'_{l,2s+1}$, $y'_{l,2s+1}$ 称作 P - D 相移。

利用(5)式, 对 $\sigma_{P-D}(\theta)$ 的实验值作相移分析, 可得 P - D 相移 $\delta'_{l,2s+1}$, $y'_{l,2s+1}$ 。把所得 P - D 相移值代回到(5)式, 并令(5)式中的 $\eta=0$, $\phi_l=0$, 这样所得微分截面被定义为 $\sigma'_{P-D}(\theta)$ 。 $\sigma'_{P-D}(\theta)$ 与 $\sigma_{N-D}(\theta)$ 在形式上相似。但 P - D 相移值与 N - D 相移值不同, 故 $\sigma'_{P-D}(\theta) \neq \sigma_{N-D}(\theta)$ 。因此, 我们定义库仑穿透因子

$$P^2 = \frac{\sigma'_{P-D}(\theta)}{\sigma_{N-D}(\theta)} \quad (6)$$

四、穿透因子 P^2 的理论计算

现在我们打算从核子-核子相互作用势出发, 分别计算出 $\sigma'_{P-D}(\theta)$ 与 $\sigma_{N-D}(\theta)$ 。

1. 暂不考虑核力依赖于自旋及泡利原理

$$\sigma(\theta) = |f(K_\beta, K_\alpha)|^2 \quad (7)$$

其中 K_α , K_β 分别为散射核子的初态 $|\alpha\rangle$ 与末态 $|\beta\rangle$ 在质心系中的波矢量。 θ 就是 K_α 与 K_β 的夹角。

P - D 散射振幅可写成

$$f_{P-D}(K_\beta, K_\alpha) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \beta | T | \alpha \rangle = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \beta | V | \Psi_{Pa}^+ \rangle \quad (8)$$

其中

$$\Psi_{Pa}^+ = |\alpha\rangle + \frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon} V \Psi_{Pa}^+ \quad (9)$$

$$V = V_{PP} \left(\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2} \right) + V_{nP} \left(\mathbf{q} + \frac{\mathbf{r}}{2} \right) + \frac{e^2}{|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}|} \quad (10)$$

$$\mu = \frac{2}{3} M, \quad (M \text{ 为核子的质量}) \quad (11)$$

根据盖尔·曼 (Gell-Mann) 和戈德伯格 (Goldberger) 方程^[1], P - D 散射矩阵元可写成

$$\begin{aligned}\langle \beta | T | \alpha \rangle_{P-D} = & \langle \varphi(r) \Phi_\beta(\mathbf{q}) \left| \frac{e^2}{q} \right| \chi_P^+(K_\alpha, \mathbf{q}) \varphi(r) \rangle \\ & + \langle \varphi(r) \chi_P^-(K_\beta, \mathbf{q}) | V_{PP} + V_{nP} | \Psi_{Pa}^+ \rangle\end{aligned}\quad (12)$$

这里 $\varphi(r)$ 是氘核的波函数, $\Phi_\beta(\mathbf{q})$ 是散射质子的末态波函数。为了简化计算, 已假设氘核的电荷集中在它的质心。

$$\begin{aligned}\chi_P^+(K_a, q) &= \Phi_a + \frac{1}{\frac{\hbar^2 K^2}{2\mu} - T + i\varepsilon} \frac{e^2}{q} \chi_P^+(K_a, q) \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l e^{i\phi_l} \frac{F_l(\eta, Kq)}{Kq} P_l(\hat{K}_a \cdot \hat{q})^{[21]}\end{aligned}\quad (13)$$

其中 $\hat{K}_a, \hat{q}$ 分别代表沿 K_a, q 的单位矢量。 $F_l(\eta, Kq)$ 为正则库仑函数。

$$\chi_P^-(K_b, q) = \Phi_b + \frac{1}{\frac{\hbar^2 K^2}{2\mu} - T - i\varepsilon} \frac{e^2}{q} \chi_P^-(K_b, q) \quad (14)$$

$$\chi_P^-(K, q)^* = \chi^+(-K, q) = \frac{1}{Kq} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (-i)^l e^{i\phi_l} F_l(\eta, Kq) P_l(\hat{K} \cdot \hat{q})$$

$\chi_P^{\pm}(K, q)$ 为库仑扭曲波。 $\langle \beta | T | \alpha \rangle_{P-D}$ 的第一项乘 $-\frac{\mu}{2\pi K^2}$ 后就是卢瑟福(Rutherford) 散射振幅

$$\frac{1}{K} \left(\frac{-\eta}{1 - \cos \theta} e^{i\eta \ln \left(\frac{2}{1 - \cos \theta} \right) + 2i\phi_0} \right) \quad (15)$$

$\langle \beta | T | \alpha \rangle_{P-D}$ 的第二项是我们以后要着重计算的。在详细计算以前, 先比较一下这一项与 $N-D$ 散射矩阵元 $\langle \beta | T | \alpha \rangle_{N-D}$ 的差别。

$N-D$ 散射矩阵元为

$$\langle \beta | T | \alpha \rangle_{N-D} = \langle \varphi(r) e^{iK_a \cdot q} | V_{NP} + V_{NN} | \Psi_{Na}^+ \rangle \quad (16)$$

这里

$$\Psi_{Na}^+ = \varphi(r) e^{iK_a \cdot q} + \frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon} (V_{NP} + V_{NN}) \Psi_{Na}^+ \quad (17)$$

可见 $P-D$ 相移与 $n-D$ 相移之不同, 在于矩阵元 $\langle \varphi(r) \chi_P^-(K_b, q) | V_{PP} + V_{NP} | \Psi_{Pa}^+ \rangle$ 与 $\langle \varphi(r) e^{iK_a \cdot q} | V_{NN} + V_{NP} | \Psi_{Na}^+ \rangle$ 之不同, 即它们的初态及末态波函数都不同。计算出这两个矩阵元, 就可以得到库仑穿透因子。困难在于求解方程(9)及(17), 这是一个三体问题, 计算工作量很大。拟用近似方法。

我们先用 Arvieux 的 $P-D$ 相移^[21]计算出 $\sigma'_{P-D}(\theta)$ 与 $\sigma_{N-D}(\theta)$ 的实验数据^[41]相比较, 发现偏差主要发生在小角度散射部分。鉴于玻恩近似能正确地给出小角度散射。所以我们用库仑扭曲波玻恩近似来计算库仑穿透因子。即令 Ψ_{Pa}^+, Ψ_{Na}^+ 分别以它们的渐近式 $\varphi(r) \chi_P(K_a, q), \varphi(r) e^{iK_a \cdot q}$ 替代。

2. 考虑核力依赖于自旋及泡利(Pauli)原理

波函数依赖于空间 r, q , 自旋 σ , 同位旋 τ 。我们用算符 (ij) 表示换位两核子 i 与 j 的坐标。按泡利原理:

$$(ij)_{r, q} (ij)_{\sigma} (ij)_{\tau} = -1 \quad (18)$$

两核子间的相互作用势为

$$V_{12} = V(|r_1 - r_2|) \hat{O}(12) \quad (19)$$

其中 $V(|r_1 - r_2|)$ 为两核子间的距离的函数, $\hat{O}(12)$ 与自旋及同位旋有关。通常把 $\hat{O}(12)$ 写作

$$\hat{O}(12) = \omega + b(12)_{\sigma} - h(12)_{\tau} - m(12)_{\sigma, \tau} \quad (20)$$

或

$$\begin{aligned}\hat{O}(12) = & \lambda_{3,3} P_{\sigma}^{(+)}(12) P_{\tau}^{(+)}(12) + \lambda_{3,1} P_{\sigma}^{(+)}(12) P_{\tau}^{(-)}(12) \\ & + \lambda_{1,3} P_{\sigma}^{(-)}(12) P_{\tau}^{(+)}(12) + \lambda_{1,1} P_{\sigma}^{(-)}(12) P_{\tau}^{(-)}(12)\end{aligned}\quad (21)$$

这里 P 为投影算符。

$$\begin{aligned}P_{\sigma}^{(\pm)}(12) &= \frac{1 \pm (12)_{\sigma}}{2} \\ P_{\tau}^{(\pm)}(12) &= \frac{1 \pm (12)_{\tau}}{2}\end{aligned}\quad (22)$$

$P_{\sigma}^{(+)}$ 作用在三重态为 1, 作用在独态为 0。 $P_{\sigma}^{(-)}$ 作用在三重态为 0, 作用在独态为 1。 显然

$$\lambda_{2s+1, 2t+1} = \langle s, t | \hat{O}(12) | s, t \rangle \quad (23)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{3,3} &= \langle 1, 1 | \hat{O}(12) | 1, 1 \rangle = \omega + b - h - m, & \lambda_{3,1} &= \omega + b + h + m, \\ \lambda_{1,3} &= \omega - b - h + m, & \lambda_{1,1} &= \omega - b + h - m\end{aligned}$$

若核力为 Serber 混合力, $\omega = m = 0.413$, $b = h = 0.087$, 则

$$\lambda_{3,3} = 0, \quad \lambda_{3,1} = 1, \quad \lambda_{1,3} = 0.652, \quad \lambda_{1,1} = 0 \quad (24)$$

只考虑纯中心力的情况, 系统的同位旋 T , 自旋 S 皆好量子数。 氘核基态的同位旋为 0, 自旋为 1。 设系统的电荷算符为

$$Q = e \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sum_{K=1}^3 \tau_3^{(K)} \right] \quad (25)$$

对 P - D 或 N - D 系统来说, $T = \frac{1}{2}$, 前者 $T_3 = \sum_{K=1}^3 \tau_3^{(K)} = \frac{1}{2}$, 后者 $T_3 = -\frac{1}{2}$ 。 S 既可以是 $\frac{3}{2}$, 也可以是 $\frac{1}{2}$, 可分别计算它们的散射振幅。

我们先计算 N - D 的散射振幅。 N - D 的四重态散射振幅为

$$\begin{aligned}f_{N-D}^{(3/2)}(K_B, K_a) = & -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle e^{iK_B \cdot q} \varphi(r)^{3/2} \chi_{\mu}^{s\gamma'} | V_{12} \\ & + V_{13} |^{(3/2, 1/2)} \Psi_{(\mu, -1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\tau}) \rangle\end{aligned}\quad (26)$$

其中 $\varphi(r)$ 为氘核基态波函数。 $^{3/2}\chi_{\mu}^s$ 为三个核子的自旋波函数, 其实磁量子数 μ 可以省略不写, 因为 $f_{N-D}^{(3/2)}(K_B, K_a)$ 与 μ 无关。 角标 s 表示全对称的。 ζ' 为同位旋波函数, 对换位 (2, 3), 是反对称的。 $^{(s, T)}\Psi_{(s, T)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\tau})$ 是系统的反对称化波函数。 根据 S_3 群的常识, 它可写作

$$\begin{aligned}& ^{(3/2, 1/2)}\Psi_{(\mu, -1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\tau}) \\ &= [\psi'(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \zeta'_{-1/2}(\boldsymbol{\tau}) - \psi''(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \zeta'_{-1/2}(\boldsymbol{\tau})] ^{3/2}\chi_{\mu}^s(\boldsymbol{\sigma})^{[5]}\end{aligned}\quad (27)$$

其中 $\begin{pmatrix} \psi' \\ \psi'' \end{pmatrix}$ 或 $\begin{pmatrix} \zeta' \\ \zeta'' \end{pmatrix}$ 对换位 (ij) 来说, 均按下列矩阵表示转换。

$$(23) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (13) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad (12) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (28)$$

要求具有这种换位对称性的波函数, ψ' , ψ'' 或 ζ' , ζ'' 都可由下列算符分别作用在对换位 (23) 对称的波函数上产生出来。

$$\left. \begin{aligned} T'' &= (23) + (12) + (12) && \text{全对称的} \\ T' &= \frac{\sqrt{3}}{2} [(13) - (12)] && \text{对(23)反对称} \\ T''' &= -(23) + \frac{1}{2} [(13) + (12)] && \text{对(23)对称} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

例如 $\zeta'_{-1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}} T' (b_2 b_3 a_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (b_2 b_1 a_3 - b_1 b_3 a_2)$

这里设 a, b 为 τ_3 的本征态, a 代表质子态, b 代表中子态, 即

$$\tau_3 a = a, \quad \tau_3 b = -b.$$

考虑 $^{(3/2, 1/2)}\Psi_{(\mu, -1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\tau})$ 的渐近式必须满足的初态条件, 即自由中子相对于氦核的运动。可令

$$\psi'(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = T' e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) = \frac{\sqrt{3}}{2} [(13) - (12)] e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) \quad (30)$$

$$\psi''(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = T''' e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) = \left\{ -(23) + \frac{1}{2} [(13) + (12)] \right\} e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) \quad (31)$$

(30)式与(31)式的渐近式分别趋于 0 与 $-e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)$ 。把(30), (31)式代入(27)式, 可见

$$^{(3/2, 1/2)}\Psi_{(\mu, -1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\tau}) \longrightarrow e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)^{3/2} \chi_{\mu}^{\sigma} \zeta'_{-1/2}$$

是满足初态条件的。把(30), (31), (27)式代入(26)式, 并考虑到自旋、同位旋波函数的正交归一性, 以及初态与末态波函数都对换位(23)反对称, 矩阵元中的 V_{13} 可用 V_{12} 来代替, 可得

$$f_{N-D}^{(3/2)}(\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_a) = -\frac{1}{2} (3\lambda_{3,3} + \lambda_{3,1}) J_1 + \frac{1}{2} (3\lambda_{3,3} - \lambda_{3,1}) J_2 + \lambda_{3,1} J_3 \quad (32)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \frac{\mu^2}{2\pi\hbar^2} \iint e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) V_{12} e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) d\mathbf{r} d\mathbf{q} \\ J_2 &= \frac{\mu^2}{2\pi\hbar^2} \iint e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) V_{12}(12) [e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)] d\mathbf{r} d\mathbf{q} \\ J_3 &= \frac{\mu^2}{2\pi\hbar^2} \iint e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) V_{12}(13) [e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)] d\mathbf{r} d\mathbf{q} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

考虑到

及

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \frac{2}{3} M, & V_{12} &= V\left(\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|\right) \\ (23)\mathbf{r} &= -\mathbf{r} & (23)\mathbf{q} &= \mathbf{q} \\ (12)\mathbf{r} &= \frac{1}{2}\mathbf{r} + \mathbf{q} & (12)\mathbf{q} &= \frac{3}{4}\mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{q} \\ (13)\mathbf{r} &= \frac{1}{2}\mathbf{r} - \mathbf{q} & (13)\mathbf{q} &= -\frac{3}{4}\mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{q} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

则

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \frac{M}{3\pi\hbar^2} \iint e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) V\left(\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|\right) e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) d\mathbf{r} d\mathbf{q} \\ J_2 &= \frac{M}{3\pi\hbar^2} \iint e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) V\left(\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|\right) e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \frac{3}{4}\mathbf{r}\right)} \varphi\left(\left|\mathbf{q} + \frac{1}{2}\mathbf{r}\right|\right) d\mathbf{r} d\mathbf{q} \\ J_3 &= \frac{M}{3\pi\hbar^2} \iint e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) V\left(\left|\mathbf{q} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right|\right) e^{-i\mathbf{K}_s \cdot \left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \frac{3}{4}\mathbf{r}\right)} \varphi\left(\left|-\mathbf{q} + \frac{\mathbf{r}}{2}\right|\right) d\mathbf{r} d\mathbf{q} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

在上述积分中, 为了简化计算, 我们对短程核势作 δ 力程近似。即设

$$V(r) = V_0 \delta(r) \quad (36)$$

$$\delta(r) = \begin{cases} 1 & \text{当 } r \leq r_0 \\ 0 & \text{当 } r > r_0 \end{cases}$$

被积函数在核力程内变化缓慢, 这种近似是可行的。

氘核的波函数

$$\varphi(r) = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{1/2} e^{-\alpha r}/r \quad (37)$$

其中

$$\alpha = \frac{\sqrt{MB}}{\hbar} = 0.2316 f_m^{-1}.$$

氘核波函数在力程 r_0 以内的平均值为

$$\langle \varphi(0) \rangle = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{3}{2r_0}$$

则

$$J_1 = \frac{M}{3\pi\hbar^2} V_0 \frac{4}{3} \pi (2r_0)^3 \int e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \phi^2(2q) d\mathbf{q}.$$

由于

$$e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{q}} = \sum_l i^l (2l+1) P_l(\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\mathbf{q}}) j_l(Kq)$$

及球谐函数的相加定理

$$P_l(\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\mathbf{q}}) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_m Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{K}}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{q}})$$

可得

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{M}{3\pi\hbar^2} V_0 \frac{4}{3} \pi (2r_0)^3 \sum_l (2l+1) \cdot 4\pi P_l(\hat{\mathbf{K}}_a \cdot \hat{\mathbf{K}}_s) \int j_l^2(Kq) \phi^2(2q) q^2 dq \\ &= \frac{4M}{3\hbar^2} \cdot \frac{1}{6} (2r_0)^3 V_0 \alpha \sum_l (2l+1) P_l(\hat{\mathbf{K}}_a \cdot \hat{\mathbf{K}}_s) \cdot \frac{1}{K} \int j_l^2(Kq) e^{-4\alpha q} d(Kq) \end{aligned} \quad (38)$$

同样可得:

$$\begin{aligned} J_2 &= J_1, \\ J_3 &= (-1)^l \cdot \frac{4M}{3\hbar^2} \cdot \frac{1}{6} (2r_0)^3 V_0 \alpha \sum_l (2l+1) P_l(\hat{\mathbf{K}}_a \cdot \hat{\mathbf{K}}_s) \\ &\quad \cdot \frac{3}{K^2 r_0} \int j_l(Kq) j_l(2Kq) e^{-2\alpha q} d(Kq) \end{aligned} \quad (40)$$

n - D 的两重态散射振幅

$$\begin{aligned} f_{N-D}^{(1/2)}(\hat{\mathbf{K}}_s, \hat{\mathbf{K}}_a) &= -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle e^{i\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)^{1/2} \chi_{\mu, -1/2}^{'''} | V_{12} \\ &\quad + V_{13} |^{(1/2, 1/2)} \Psi_{(\mu, -1/2)}^+(\mathbf{r}, \sigma, \tau) \rangle \end{aligned} \quad (41)$$

其中 $^{1/2}\chi_{\mu}^{''}$ 为自旋波函数, 它对换位(23)是对称的, 可应用(29)式得到。例如

$$^{1/2}\chi_{1,2}^{''} = \sqrt{\frac{2}{3}} T'''(\alpha_2 \alpha_3 \beta_1) = \sqrt{\frac{2}{3}} (-\alpha_2 \alpha_3 \beta_1) + \sqrt{\frac{1}{6}} (\alpha_2 \alpha_1 \beta_3 + \alpha_1 \alpha_3 \beta_2) \quad (42)$$

这里 α, β 为核子自旋 σ_3 的本征函数。 $\sigma_3 \alpha = \alpha, \sigma_3 \beta = -\beta$ 。

$\zeta_{-1/2}^{'}$ 为同位旋波函数, 它对换位(23)是反对称的, 可借(29)式得到。 $^{(1/2, 1/2)}\Psi_{(\mu, -1/2)}^+(\mathbf{r}, \sigma, \tau)$ 是系统的反对称化波函数, 可写作

$$\begin{aligned} (1/2, 1/2) \Psi_{(\mu, -1/2)}^+ &= \psi^a(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, -1/2)}^s(\sigma, \tau) - \psi^s(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, -1/2)}^a(\sigma, \tau) \\ &+ \psi'(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, -1/2)}^{\prime s}(\sigma, \tau) - \psi''(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, -1/2)}^{\prime a}(\sigma, \tau) \end{aligned} \quad (43)$$

其中 ψ^a, ψ^s 分别对空间换位是全反对称或全对称的。

$\xi_{(\mu, -1/2)}^a, \xi_{(\mu, -1/2)}^s$ 分别对自旋及同位旋同时换位是全反对称或全对称的。

$\begin{pmatrix} \xi' \\ \xi'' \end{pmatrix}$ 对换位 $(ij)_{\sigma, \tau}$ 按(28)式的矩阵表示转换。这里

$$\left. \begin{aligned} \xi_{(\mu, -1/2)}^s &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{\mu}^{\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime} + \chi_{\mu}^{\prime\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime\prime}) \\ \xi_{(\mu, -1/2)}^a &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{\mu}^{\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime\prime} - \chi_{\mu}^{\prime\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime}) \\ \xi_{(\mu, -1/2)}^{\prime s} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{\mu}^{\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime\prime} + \chi_{\mu}^{\prime\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime}) \\ \xi_{(\mu, -1/2)}^{\prime a} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{\mu}^{\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime} - \chi_{\mu}^{\prime\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime\prime}) \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

由于散射振幅与自旋的磁量子数 μ 无关, μ 可以省略不写。

要求 $(1/2, 1/2) \Psi_{(\mu, -1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \sigma, \tau)$ 的渐近式满足初态的条件, 即

$$(1/2, 1/2) \Psi^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \sigma, \tau) \xrightarrow[\text{当 } q \rightarrow \infty]{} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \psi(r) \chi_{\mu}^{\prime\prime} \zeta_{-1/2}^{\prime} = e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi_{(\mu, -1/2)}^{\prime} - \xi_{(\mu, -1/2)}^a)$$

这意味着(43)式中的 ψ^a 和 ψ^s 的渐近式很快趋向于零, 而 $-\psi''$ 与 ψ^s 的渐近式皆为

$$\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r).$$

因此作 Born 一级近似, 只要令(43)式中的

$$\psi^s = T^s \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) = [(23) + (13) + (12)] e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \frac{\varphi(r)}{\sqrt{2}}$$

其渐近式为

$$\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)$$

$$\psi' = T' \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} [(13) - (12)] e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)$$

其渐近式为零

$$\psi'' = T'' \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ -(23) + \frac{1}{2} [(13) + (12)] \right\} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)$$

其渐近式为

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r)$$

$$\psi^a = \frac{1}{b} [e - (12) - (13) - (23) + (12)(23) + (13)(23)] \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\mathbf{K}_a \cdot \mathbf{q}} \varphi(r) \equiv 0$$

把(44)(45)式代入(43)式再代入(41)式, 并考虑到 χ', χ'' 及 ζ', ζ'' 的正交归一性, 可得^[6]

$$\begin{aligned} f_{N-D}^{(1/2)}(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{K}_a) &= -\frac{1}{8} (3\lambda_{3,3} + \lambda_{3,1} + 9\lambda_{1,3} + 3\lambda_{1,1}) J_1 \\ &+ \frac{1}{8} (3\lambda_{3,3} - \lambda_{3,1} - 9\lambda_{1,3} + 3\lambda_{1,1}) J_2 - \frac{1}{2} \lambda_{3,1} J_3 \end{aligned} \quad (46)$$

入射束与靶核均未经极化, 系统的初态是四重态与二重态的混合态, 计算 $\sigma(\theta)$ 须对初态求平均。因此

$$\sigma_{N-D}(\theta) = \frac{2}{3} |f_{N-D}^{(3/2)}(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{K}_\alpha)|^2 + \frac{1}{3} |f_{N-D}^{(1/2)}(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{K}_\alpha)|^2 \quad (47)$$

我们假设核力为 Serber 力, 即把 (24), (39), (32), (46) 式代入 (47) 式可得

$$\sigma_{N-D}(\theta) = \frac{2}{3} |-J_1 + J_3|^2 + \frac{1}{3} \left| -\frac{1}{2} (3.434J_1 + J_3) \right|^2 \quad (48)$$

再把 (38), (40) 式代入 (48) 式, 可得

$$\begin{aligned} \sigma_{N-D}(\theta) = & \frac{2}{3} \frac{1}{K^2} c^2 \left| \sum_l (2l+1) P_l(\cos \theta) \left[-\int j_l^2(Kq) e^{-4\alpha q} d(Kq) \right. \right. \\ & + (-1)^l \frac{3}{Kr_0} \int j_l(Kq) j_l(2Kq) e^{-2\alpha q} Kq d(Kq) \left. \right] \right|^2 \\ & + \frac{1}{3} \frac{1}{K^2} c^2 \left| \sum_l (2l+1) P_l(\cos \theta) \left[-\frac{3.434}{2} \int j_l^2(Kq) e^{-4\alpha q} d(Kq) \right. \right. \\ & \left. \left. - (-1)^l \cdot \frac{3}{2Kr_0} \int j_l(Kq) j_l(2Kq) e^{-2\alpha q} Kq \cdot d(Kq) \right] \right|^2 \end{aligned} \quad (49)$$

其中

$$c = \frac{4M}{3\hbar^2} \cdot \frac{1}{6} (2r_0)^3 V_0 \alpha \quad (50)$$

现在我们来计算 P - D 散射振幅。短程核力引起的四重态散射振幅为:

$$\begin{aligned} f_{P-D}^{(3/2)}(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{K}_\alpha) = & -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \chi_P^-(\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{q}) \varphi(r)^{3/2} \chi_\mu^{\prime 1/2} | V_{12} \\ & + V_{13} |^{(3/2, 1/2)} \Psi_{(\mu, 1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \sigma, \tau) \rangle \end{aligned} \quad (51)$$

其中 $^{(3/2, 1/2)} \Psi_{(\mu, 1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \sigma, \tau) = [\psi_P'(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{1/2}''(\tau) - \psi_P''(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{1/2}'(\tau)]^{3/2} \chi_\mu^s(\sigma)$

$$\left. \begin{aligned} \psi_P'(\mathbf{r}, \mathbf{q}) &= T' \chi_P^+(\mathbf{K}_\alpha, \mathbf{q}) \varphi(r) & \xi_{1/2}' &= \sqrt{\frac{2}{3}} T'(a_2 a_3 b_1) \\ \psi_P''(\mathbf{r}, \mathbf{q}) &= T'' \chi_P^+(\mathbf{K}_\alpha, \mathbf{q}) \varphi(r) & \xi_{1/2}'' &= \sqrt{\frac{2}{3}} T''(a_2 a_3 b_1) \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

考虑到自旋、同位旋波函数的正交归一性, 可得

$$f_{P-D}^{(3/2)}(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{K}_\alpha) = -\frac{1}{2} (3\lambda_{3,3} + \lambda_{3,1}) J_{P1} + \frac{1}{2} (3\lambda_{3,3} - \lambda_{3,1}) J_{P2} + \lambda_{3,1} J_{P3} \quad (53)$$

其中

$$\begin{aligned} J_{P1} &= \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \iint \chi_P^{*-}(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{q}) \varphi(r) V_{12} \chi_P^+(\mathbf{K}_\alpha, \mathbf{q}) \varphi(r) d\mathbf{q} d\mathbf{r} \\ &= c \frac{1}{K} \sum_l (2l+1) P_l(\hat{\mathbf{K}}_\alpha \cdot \hat{\mathbf{K}}_\beta) e^{2i\phi_l} \int \frac{F_l^2(Kq)}{Kq} e^{-4\alpha q} d(Kq) \end{aligned} \quad (54)$$

$$J_{P2} = J_{P1} \quad (55)$$

$$J_{P3} = c \frac{1}{K} (-1)^l \sum_l (2l+1) P_l(\hat{\mathbf{K}}_\alpha \cdot \hat{\mathbf{K}}_\beta) e^{2i\phi_l} \frac{3}{Kr_0} \int F_l(Kq) \frac{F_l(2Kq)}{2Kq} e^{-2\alpha q} d(Kq) \quad (56)$$

由短程核力引起的两重态散射振幅为

$$\begin{aligned} f_{P-D}^{(1/2)}(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{K}_\alpha) = & -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \chi_P^-(\mathbf{K}_\beta, \mathbf{q}) \varphi(r) \chi_\mu^{\prime 1/2} | V_{12} \\ & + V_{13} |^{(1/2, 1/2)} \Psi_{(\mu, 1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \sigma, \tau) \rangle \end{aligned} \quad (57)$$

其中

$$\begin{aligned} & ^{(1/2, 1/2)} \Psi_{(\mu, 1/2)}^+(\mathbf{r}, \mathbf{q}, \sigma, \tau) \\ &= \psi_P^a(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, 1/2)}^s(\sigma, \tau) - \psi_P^s(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, 1/2)}^a(\sigma, \tau) \\ &+ \psi_P'(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, 1/2)}''(\sigma, \tau) - \psi_P''(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \xi_{(\mu, 1/2)}'(\sigma, \tau) \end{aligned} \quad (58)$$

我们作库仑扭曲波玻恩近似, 则

$$\left. \begin{aligned} \psi_P^1 &= T^1 \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_P^+(K_a, q) \varphi(r) \\ \psi_P^2 &= T^2 \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_P^+(K_a, q) \varphi(r) \\ \psi_P^3 &= T^3 \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_P^+(K_a, q) \varphi(r) \\ \psi_P^4 &= \frac{1}{6} [e - (12) - (13) - (23) + (12)(23) \\ &\quad + (13)(23)] \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_P^+(K_a, q) \varphi(r) \equiv 0 \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

$\xi_{(\mu, 1/2)}(\sigma, \tau)$ 等波函数类似(44)式。

考虑到自旋、同位旋波函数的正交归一性, 可得

$$\begin{aligned} f^{(1/2)}(K_\beta, K_a) &= -\frac{1}{8} (3\lambda_{3,3} + \lambda_{3,1} + 9\lambda_{1,3} + 3\lambda_{1,1}) J_{P1} \\ &\quad + \frac{1}{8} (3\lambda_{3,3} - \lambda_{3,1} - 9\lambda_{1,3} + 3\lambda_{1,1}) J_{P2} - \frac{1}{2} \lambda_{3,1} J_{P3} \end{aligned} \quad (60)$$

而

$$\sigma'_{P-D}(\theta) = \frac{2}{3} |f_{P-D}^{(3/2)'}(K_\beta, K_a)|^2 + \frac{1}{3} |f_{P-D}^{(1/2)'}(K_\beta, K_a)|^2 \quad (61)$$

这里 $f'_{P-D}(K_\beta, K_a)$ 右肩标“'”表示令其中 $\varphi_l = 0$

假设核力为 Serber 力, 可得

$$\begin{aligned} \sigma'_{P-D}(\theta) &= \frac{2}{3} \frac{1}{K^2} c^2 \left| \sum_l (2l+1) P_l(\cos \theta) \left[- \int F_l^2(Kq) e^{-4\alpha q} \frac{d(Kq)}{(Kq)^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (-1)^l \frac{3}{K r_0} \int F_l(Kq) F_l(2Kq) e^{-2\alpha q} \frac{d(Kq)}{2Kq} \right] \right|^2 \\ &\quad + \frac{1}{3} \frac{1}{K^2} c^2 \left| \sum_l (2l+1) P_l(\cos \theta) \left[- \frac{3.434}{2} \int F_l^2(Kq) e^{-4\alpha q} \frac{d(Kq)}{(Kq)^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (-1)^l \frac{3}{2K r_0} \int F_l(Kq) F_l(2Kq) e^{-2\alpha q} \frac{d(Kq)}{2Kq} \right] \right|^2 \end{aligned} \quad (62)$$

从(49)及(62)式, 就可得出库仑穿透因子 $P^2 = \sigma'_{P-D}(\theta) / \sigma_{N-D}(\theta)$ 的表示式。

五、计算值与实验值的比较

我们对 $P^2(\theta)$ 作了数值计算, P^2 的公式中只有一个参数 r_0 可调节, 对不同的入射能量, 我们取统一的 $r_0 = 1.2 \text{ fm}$, 并利用所得的 P^2 值, 以及由 $P-D$ 相移得到的 $\sigma'_{P-D}(\theta)$ 值推算出 $\sigma_{N-D}(\theta)$ 。计算结果列表于下。 $\sigma_{N-D}(\theta)$ 的计算值与实验拟合值^{[4], [7]}的比较, 如图 2 所示, 总的说来, 符合得较好。但对较低入射能量, 例如 $E = 3.27 \text{ MeV}$, 用玻恩近似得到的 $P^2(\theta)$ 仅对小角度散射比较好。

我们也曾用不同的 r_0 值计算 $P^2(\theta)$ 。如果对 $E = 3.27 \text{ MeV}$, 取 $r_0 = 1.5 \text{ fm}$; $E: 9.0 \sim 20.5 \text{ MeV}$, 取 $r_0 = 0.8 \text{ fm}$, 计算值与实验值的符合情况还可改善。

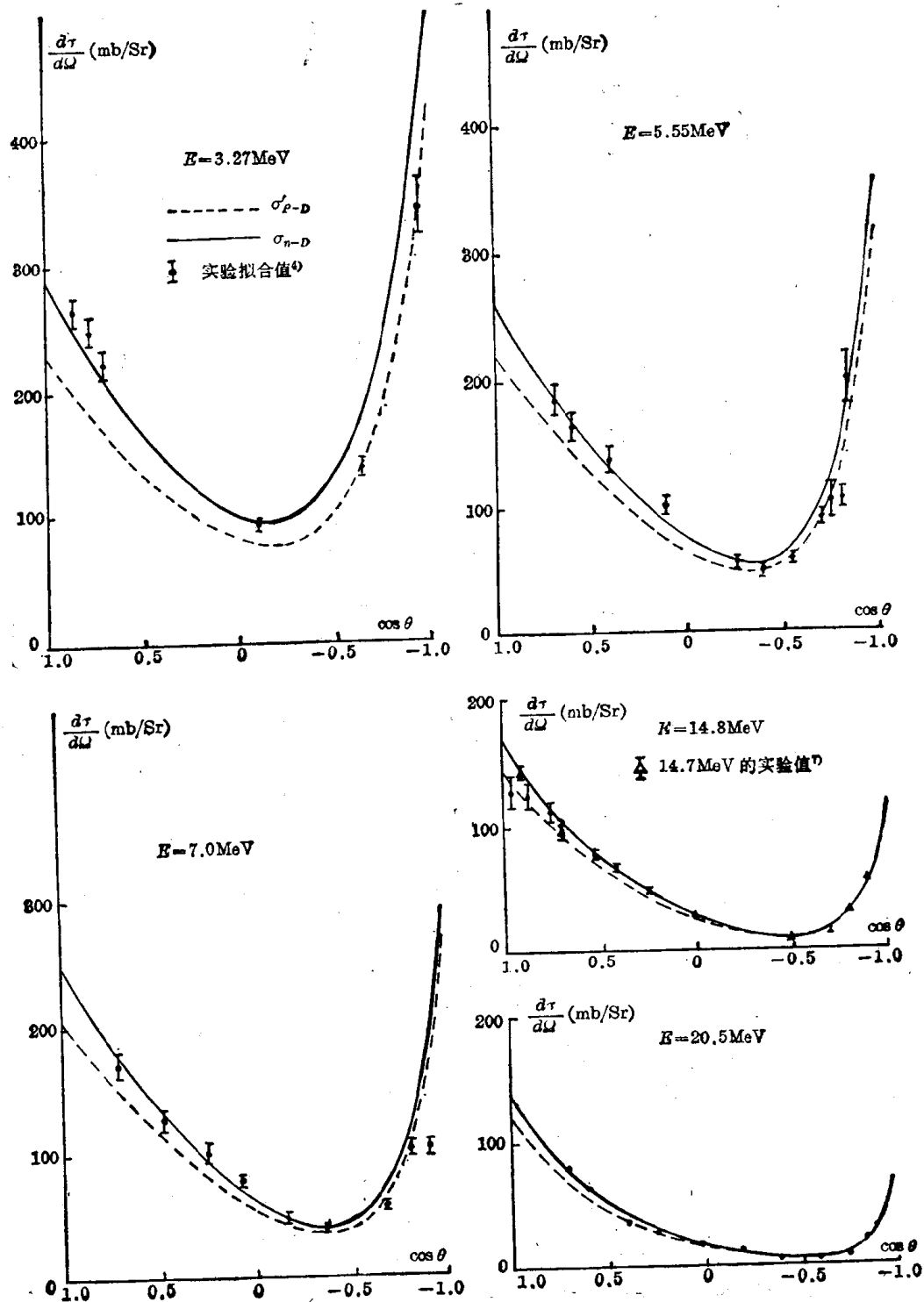


图 2

$E=3.27 \text{ MeV}$ $r_0=1.2 \text{ fm}$

$\cos \theta$	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1.0
P^2	0.791	0.797	0.803	0.808	0.813	0.817	0.820	0.823	0.826	0.827	0.829
$\sigma'_{P-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	230.6	188.8	152.9	122.3	97.9	81.4	75.8	87.0	127.0	221.3	422.6
$\sigma_{N-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	291.5	236.9	190.4	151.4	120.5	99.6	92.4	105.7	153.8	267.6	509.8

$E=5.55 \text{ MeV}$ $r_0=1.2 \text{ fm}$

$\cos \theta$	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1.0
P^2	0.821	0.834	0.844	0.854	0.864	0.873	0.880	0.885	0.890	0.893	0.894
$\sigma'_{P-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	225.3	179.0	141.9	110.5	84.4	63.8	50.3	46.9	63.5	128.9	320.5
$\sigma_{N-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	274.4	214.7	168.0	129.4	97.6	73.2	51.1	52.9	71.3	144.3	358.5

$E=7.0 \text{ MeV}$ $r_0=1.2 \text{ fm}$

$\cos \theta$	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1.0
P^2	0.824	0.838	0.850	0.862	0.875	0.885	0.900	0.903	0.909	0.913	0.915
$\sigma'_{P-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	210.3	165.0	129.5	99.6	74.6	54.5	40.2	33.5	42.1	92.8	265.9
$\sigma_{N-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	255.2	195.9	152.4	115.5	85.3	61.6	44.7	37.1	46.3	101.6	290.6

$E=14.8 \text{ MeV}$ $r_0=1.2 \text{ fm}$

$\cos \theta$	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1.0
P^2	0.846	0.854	0.860	0.870	0.883	0.898	0.914	0.929	0.943	0.954	0.959
$\sigma'_{P-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	147.7	107.4	77.5	55.5	39.2	26.5	16.8	10.2	8.7	24.2	116.4
$\sigma_{N-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	174.6	125.8	90.1	63.8	44.4	29.5	18.3	10.9	9.2	25.4	121.4

$E=20.5 \text{ MeV}$ $r_0=1.2 \text{ fm}$

$\cos \theta$	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1.0
P^2	0.871	0.870	0.873	0.880	0.889	0.900	0.913	0.929	0.948	0.963	0.970
$\sigma'_{P-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	122.8	81.3	54.1	36.6	24.9	16.5	10.1	5.7	3.9	11.8	71.7
$\sigma_{N-D}(\theta) \text{ (mb/sr)}$	141.0	93.4	62.0	41.6	28.0	18.3	11.1	6.1	4.3	12.3	73.9

(参考文献见第 25 页)

重核裂变的统计模型理论研究

中国科学院原子核研究所 邱锡钧 李益林 张金根

本工作是在原子核裂变统计模型理论的基础上,计算了由热中子引起的 U 和 Pu 同位素的裂变和 Cf^{252} 自发裂变的碎块质量分布、动能分布、瞬发中子分布和平均瞬发中子数等裂变物理量。对于入射中子能量高于 6MeV 的诱发裂变,考虑了一次、二次和三次裂变的贡献。裂变的断点组态考虑为两个具有四极变形的椭球,连接两椭球之间有一个中子颈,利用势能极小条件,通过势能对变形参数变分,确定断点处四极变形的大小,同时探讨了颈长参数 d 随不同质量分割而变化的规律。理论计算的初步结果与实验大体符合,但尚存在某些偏离,特别是对 Cf^{252} 自发裂变的偏离尤为突出。

一、前 言

原子核的裂变引起了很多科学工作者的注意,特别对于裂变的不对称性问题,已经作了不少的讨论^[1]。许多不同的裂变模型被提出来了,并在进行深入的研究。在五十年代,冯(Fong)发展了一种裂变的统计理论。这种理论认为,裂变是一个慢过程^[2],即从鞍点到断点这个过程的每一瞬间都建立了瞬时的统计平衡^[3]。据此,任何事件发生的相对几率正比于相应的量子态密度;各种裂变方式的相对几率也就正比于断点组态的量子态密度。

近几年来,又有许多作者^[4]既用能够比较好地包含壳效应和对关联的 BCS 方法得出的描述激发核的量子态密度公式^[5],又采用斯图廷斯基(Strutinsky)提出的壳修正方案,对核的基态质量进行修正^[6],有的还考虑集体变形自由度与内部自由度耦合等效应,使得裂变的统计理论得到了一定的进展。

最近,山本(Yamamoto)等人^[7],对于某些重核裂变的各种物理量的分布,用统计理论方法进行了计算,并且除了热中子裂变外,还计算了直到 15 MeV 的快中子引起的裂变。计算结果大体接近实验观测值,但还存在某些明显的偏离。

本工作是在原子核裂变统计理论的基础上,计算了由热中子引起的 U 和 Pu 同位素裂变及 Cf^{252} 自发裂变的碎块质量分布、动能分布和瞬发中子等裂变物理量的分布和平均值。在入射中子能量高于 6 MeV 时,除了考虑一次裂变外,还考虑了二次、三次裂变机制,计算了 (n, f) , $(n, n'f)$ 和 $(n, 2nf)$ 的分支比。在计及多次裂变贡献后,将计算由热裂变推广到快裂变。裂变的断点组态考虑为两个具有四极变形的椭球,一个所谓的“中子颈”连接于该两椭球之间;利用势能极小条件,通过势能对变形参数变分,确定断点四极变形的大小。设想“中子颈”的颈长参数 d 从 0 变到某一确定值,这时体系的势能将相应地有所减小,并假设这一势能减小量将通过某种途径转而提供给碎块核,以使其“排出”中子,从而组成连结两椭球的“中子颈”,由此得出颈长 d 随着不同的质量分割而变化的半经验关系式。为使整个计算简