

高等数学

上海市教育委员会组编
上海交通大学 同济大学
华东理工大学 上海大学 编

一元微

积分

及其

教学

软件

件

件

件

件

上海普通高校一九五二重点教材



科学出版社

丁11/228/10

上海普通高校“九五”重点教材

高等数学

——一元微积分及其教学软件

上海市教育委员会组编

上海交通大学 同济大学
华东理工大学 上海大学 编

科学出版社

1998

内 容 简 介

本书根据国家教委1995年颁布的“高等数学课程教学基本要求”编写而成。本书共七章,包括一元函数微积分和微分方程。

本书力图体现教学改革精神,使学生的知识、能力和素质都得到提高。全书在合理安排微积分基本知识的同时,加强应用,增加了多方面的应用性例题和习题;为加强与计算机的结合,各章均安排了演示与实验,书末附有上机计算的微积分应用课题,附录中给出 Mathematica 软件的使用说明,并配有演示与实验磁盘。将数学软件引入微积分教材,其目的是充分发挥计算机辅助教学的功能。

本书可作为高等工科院校工学、经济学等各专业“高等数学”课程的教材,也可供教师和学生作参考之用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:一元微积分及其教学软件/上海交通大学等编.-北京:科学出版社,1998

(上海普通高校“九五”重点教材)

ISBN 7-03-006847-5

I. 高… II. 上… III. 微积分-高等学校-教材 N.O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第19097号

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1998年8月第 一 版 开本:850×1168 1/32

1998年8月第一次印刷 印张:21 3/4

印数:1—6 000 字数:570 000

定价:33.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

微积分是近代数学中最伟大的成就，对它的重要性无论作怎样的估计都不会过分.

冯·诺伊曼^①

^① 冯·诺伊曼 (John von Neumann, 1903—1957, 匈牙利人), 20 世纪最杰出的数学家之一, 在纯粹数学、应用数学、计算数学等许多分支, 从集合论、数学基础到量子理论与算子理论等诸多方面, 他都作出了重要贡献. 他与经济学家合著的《博弈论与经济行为》奠定了对策论的理论基础, 他发明的“流程图”沟通了数学语言与计算机语言, 制造了第一台电子计算机, 被人称为“计算机之父”.

《高等数学——一元微积分及其教学软件》

编 写 组

顾 问	张伟江	马晓云	
组 长	孙薇荣	谢国瑞	郭镜明
成 员	(按姓名笔画排列)		
	王 铭	王承国	朱晓平
	杨敏之	陈达段	陈贤锋
	桂子鹏	殷锡鸣	黄 炜
	曹宵临	彭 勃	

序

众所周知,“高等数学”是高等工科院校学生的最基础的学习内容之一.从而,各院校都十分重视“高等数学”的教学和“高等数学”教材的选用.作为上海市高校面向 21 世纪教学内容和课程体系改革发展计划的一项内容,上海交大、同济大学、华东理工大学和上海大学四所学校合作编写了这本新型的《高等数学》教材.它显示了许多新的探索.

这本教材除精选了工科学生必需掌握的高等数学的全部内容之外,还特别融入了计算机和应用软件的使用,从而开拓了高等数学教学实验的新概念和新举措.数学历来冠有“抽象”的名号.特别是,对才进入高等院校的学生而言,学习高等数学更需要一段不短的适应过程.抽象的内容与计算机应用软件的结合将使学生能够非孤立地、更直观地学习好他们的大学第一课——高等数学.

在融入的过程中,这本教材提供了一些研究型练习课题(称之为 project).也就是说,这本教材不仅仅是要求学生通过听课、做习题、上机实验来理解和掌握知识,而且更进一步地要求学生参与教与学的过程,运用知识进行研究、创新;要求学生学习如何解决实际问题等等.应该说,这是原有教学过程的一个飞跃.

相应地,这本教材对教师们也提出了更高的要求:不但能讲授知识,而且会应用计算机软件,还要改进教学方法,能够进行创新研究.这当然有利于教师能力和教学水平的提高.

在这本书的编写过程中,编写者们融集了各方面的智慧,详细地研究了国外一些相关的教材,聘请了来自国外的专家讲学,又利用计算机网络获取了最新的内容和信息……

以上的过程使这本教材具有了很多新的特点,我们希望各院校在使用的过程中再注入更新的功能,在不断的实践、研究和发展中使工科高等数学的教材更完美.我们更希望,大家能从这本教材的编写中得到启示:高校中诸门课的教学既不是相互孤立的内容的传授,也不仅是教师的讲授和学生的接受的单一过程.它应该是各类相关内容的有机融合,也应该是教师和学生共同参与,学习、研究和创新的综合过程.我想无论是编写还是采用这本教材,最值得注意的就是这一点.作为序,我不能仅仅写其特点,而最重要的是让编写者的思想,给广大教育工作者以借鉴.

张伟江

1998年3月15日

编者的话

以教学内容和课程体系为核心的教学改革正在蓬勃开展，我们上海四所高校（上海交通大学，同济大学，华东理工大学，上海大学）的14位数学教师，在上海市教委领导、学校教务处和数学系（教研室）的组织下集合在一起，经过反复研讨，分工编写了这本《高等数学——一元微积分及其教学软件》教材。

在高等工科院校中，对工学类，经济类专业普遍开设的以微积分为主体内容的高等数学课程，在高等工程教育中有着基础的、重要的地位，对工科人才的能力，素质培养起到不可替代的作用，我们在编写这本教材时既参照了国家教委1995年颁布的“高等数学课程教学基本要求”，又尽力融入我们对改革这门课程（包括课程的目的任务、内容体系、教学方法和手段）的初步看法和设想。

这本教材有以下一些特点：

1. 继承牛顿开创的数学和物理相结合的途径，注意通过正文、例题、习题，特别是演示与实验、应用课题等环节，较好地表现微积分与现实世界（物理的、技术的、几何的、经济的）问题的紧密联系。

2. 十八九世纪期间微积分所确立的理论与应用体系，以及近代出版的微积分教科书的成功经验，为我们编写这本书提供了依据。对概念与理论，方法与技巧以及实践与应用这三方面的内容我们努力作出较为合理的安排，特别是收入了较多的应用性实例和习题，力求使工科学生的逻辑思维能力，演算能力与处理实际问题的能力协调发展，达到提高工科学生的综合数学素质的目的。

3. 考虑到计算机技术的迅速发展和普及，我们在教材中引入了有关的数学软件，发挥了计算机辅助教学的功能。在理论教学的同时，辅以演示、实验来帮助学生理解和掌握微积分知识，并

通过应用课题等教学环节来培养学生运用所学知识分析和解决实际问题的能力.

这本书各章的最末一节均为“演示与实验”,这是本书的重要组成部分.编写这部分内容的目的之一是提高学生在学习过程中的主动参与性,使他们学得更加生动,更加扎实.因此,在讲授这部分内容时,除发挥教师的主导作用外,还应该努力创造条件,让学生有尽可能多的动手机会.另外,这些内容的教学不宜划一地放到各章的最后,而应配合课文内容适时地进行.当然,也可根据客观条件适当选择,有所取舍.建议在开始每一章的教学前,先浏览一下相应的“演示与实验”一节的内容,并根据课文中的提示随时参看.如果对计算机及本书使用的通用数学软件 Mathematica 不甚熟悉,也无须顾虑,我们精心安排的示范实验列出了详细的步骤可供仿效,书末的附录 1 “Mathematica 初步”可供学习、参考.本书还配有高密度的磁盘,其中包含了全部的演示与实验(参看附录 2),并给出磁盘使用方法说明.(需购买磁盘者,请与上海交通大学应用数学系实验室联系,邮编 200030.)

本书的选材注意在教学基本要求的基础上拓宽范围,这是为了适应不同专业的教学需要,和不同程度学生的自学需要.教师在教学中可根据实际情况进行取舍.

本教材的初稿写出后由孙薇荣、谢国瑞、郭镜明教授统稿,再经上海市教委主任张伟江教授、美国威斯康辛大学马晓云教授审阅.

在此,我们衷心感谢上海交通大学参与“微积分与数学软件”试点班教学的老师和学生的全力配合,衷心感谢给予本书编写以种种帮助的老师和学生.特别感谢上海市教委高等教育办公室的李进、徐国良等同志对本书的编写与出版所给予的帮助与支持.

由于时间仓促,实践不够,书中的缺点、问题肯定不少,热忱欢迎专家、读者不吝指正.

编 者

1998 年 3 月

目 录

序

编者的话

微积分与数学软件简介——代绪论..... 1

第一章 函数 12

1.1 函数及其图形 12

1.1.1 函数概念 12

1.1.2 函数的图形 17

1.1.3 函数的表示法 20

1.1.4 分段函数 21

1.1.5 函数的几种特性 25

习题 1.1 30

1.2 函数运算和图形变换 32

1.2.1 函数四则运算 32

1.2.2 函数的复合运算 34

1.2.3 反函数 37

1.2.4 初等函数 42

1.2.5 双曲函数和反双曲函数 50

1.2.6 函数图形变换 53

习题 1.2 58

1.3 演示与实验（计算机函数作图） 60

习题 1.3 70

总习题一 71

第二章 极限 73

2.1 函数的极限 73

2.1.1 函数极限的定义 73

2.1.2 单侧极限 86

2.1.3 自变量趋向无穷时的函数极限 89

2.1.4 无穷小量与无穷大量 93

习题 2.1	96
2.2 极限的性质	98
2.2.1 无穷小量的性质	98
2.2.2 极限运算性质	100
2.2.3 夹逼定理和两个重要极限	110
2.2.4 无穷小的比较及应用	116
习题 2.2	120
2.3 函数的连续性	123
2.3.1 函数连续性的定义	124
2.3.2 函数的间断点	127
2.3.3 连续函数的运算	129
2.3.4 初等函数的连续性	133
2.3.5 闭区间上的连续函数的性质	134
习题 2.3	139
2.4 演示与实验 (极限概念, 极限计算)	141
习题 2.4	146
总习题二	147
第三章 导数	150
3.1 导数概念	150
3.1.1 导数的定义	150
3.1.2 导函数、函数求导举例	156
3.1.3 可导与连续的关系, 可导的充分必要条件, 不可导举例	162
习题 3.1	167
3.2 函数的和、差、积、商的求导法则	170
习题 3.2	176
3.3 反函数的导数, 复合函数求导的链式法则	178
3.3.1 反函数的导数	178
3.3.2 链式法则	182
3.3.3 双曲函数与反双曲函数的导数	187
习题 3.3	188
3.4 隐式求导法, 参数方程表示函数的导数, 极坐标表示曲线的 切线	191

3.4.1 隐式求导法	191
3.4.2 参数方程表示函数的导数	197
3.4.3 极坐标表示曲线的切线	202
习题 3.4	205
3.5 高阶导数	208
习题 3.5	213
3.6 变化率问题举例	216
3.6.1 自然科学和社会科学中的变化率问题	216
3.6.2 相关变化率	224
习题 3.6	229
3.7 微分 线性近似	232
3.7.1 微分	232
3.7.2 线性近似	237
习题 3.7	239
3.8 牛顿法	241
习题 3.8	248
3.9 演示与实验 (导数概念、牛顿法、导数计算)	250
习题 3.9	255
总习题三	256
第四章 中值定理和导数的应用	262
4.1 微分中值定理	262
4.1.1 费马定理	262
4.1.2 罗尔中值定理	264
4.1.3 拉格朗日中值定理	266
4.1.4 柯西中值定理	269
习题 4.1	271
4.2 泰勒公式	272
4.2.1 泰勒公式	272
4.2.2 几个常用函数的麦克劳林公式	276
习题 4.2	279
4.3 洛必达法则	280
4.3.1 关于 $\frac{0}{0}$ 型不定式的洛必达法则	280

4.3.2 关于 $\frac{\infty}{\infty}$ 型不定式的洛必达法则	282
4.3.3 若干例子	283
4.3.4 其他类型的不定式	286
习题 4.3	288
4.4 函数的单调性及其判别法	289
习题 4.4	293
4.5 函数的极值和最值	294
习题 4.5	299
4.6 函数的凸性和曲线的拐点, 渐近线	300
4.6.1 函数的凸性和曲线的拐点	300
4.6.2 渐近线	304
习题 4.6	307
4.7 函数图形的描绘	309
习题 4.7	315
4.8 最大最小值的应用问题	315
4.8.1 经济学中的最大最小值问题	316
4.8.2 其他应用问题	320
习题 4.8	323
4.9 平面曲线的曲率	327
4.9.1 弧微分	327
4.9.2 曲率及其计算公式	328
4.9.3 曲率半径, 曲率圆	332
习题 4.9	335
4.10 演示与实验 (泰勒公式——函数的多项式逼近, 利用导数 知识控制计算机作图)	336
习题 4.10	342
总习题四	343
第五章 积分	348
5.1 定积分概念	348
5.1.1 引例	348
5.1.2 定积分的定义	353
5.1.3 定积分的基本性质	359

习题 5.1	365
5.2 微积分基本定理	367
5.2.1 微积分第一基本定理	368
5.2.2 原函数和不定积分	372
5.2.3 微积分第二基本定理	376
习题 5.2	381
5.3 基本积分法	383
5.3.1 第一类换元法	384
5.3.2 第二类换元法	391
5.3.3 分部积分法	397
5.3.4 几种特殊类型函数的积分	403
5.3.5 数值积分法	412
习题 5.3	422
5.4 广义积分	428
5.4.1 无穷区间上的广义积分	428
5.4.2 无界函数的广义积分	432
5.4.3 广义积分的比较审敛法	435
习题 5.4	436
5.5 演示与实验 (定积分概念、原函数概念、积分计算与数值 积分)	437
习题 5.5	445
总习题五	446
第六章 定积分的应用	450
6.1 平面图形的面积	450
习题 6.1	457
6.2 体积	459
6.2.1 平行截面面积为已知的立体的体积	459
6.2.2 旋转体的体积	461
习题 6.2	468
6.3 平面曲线的弧长	471
习题 6.3	478
6.4 旋转曲面的表面积	479
习题 6.4	482

6.5 函数平均值·····	483
习题 6.5 ·····	486
6.6 物理应用·····	487
6.6.1 功·····	487
6.6.2 液体的静压力·····	492
6.6.3 静力矩和重心·····	495
习题 6.6 ·····	503
6.7 其他应用举例·····	507
6.7.1 消费者盈余·····	507
6.7.2 连续复利现金流的现值·····	508
6.7.3 人体血液流量的计算·····	509
6.7.4 人体心脏输出的血液量的测量·····	510
习题 6.7 ·····	511
6.8 演示与实验(落针问题、旋转体体积)·····	512
习题 6.8 ·····	515
总习题六·····	516
第七章 微分方程 ·····	525
7.1 微分方程的基本概念·····	525
习题 7.1 ·····	528
7.2 一阶微分方程·····	529
7.2.1 变量可分离的微分方程·····	529
7.2.2 齐次微分方程·····	534
7.2.3 一阶线性方程·····	535
7.2.4 伯努利方程·····	538
7.2.5 欧拉法·····	540
习题 7.2 ·····	544
7.3 高阶微分方程的降阶法·····	546
习题 7.3 ·····	554
7.4 线性微分方程解的结构·····	554
7.4.1 二阶齐次线性微分方程解的结构·····	555
7.4.2 二阶非齐次线性微分方程解的结构·····	557
7.4.3 常数变易法·····	558
习题 7.4 ·····	560

7.5 二阶常系数线性微分方程·····	561
7.5.1 二阶常系数齐次线性微分方程·····	561
7.5.2 二阶常系数非齐次线性微分方程·····	565
7.5.3 欧拉方程·····	570
习题 7.5 ·····	573
7.6 二阶线性微分方程应用问题举例·····	574
7.6.1 弹簧振动问题·····	574
7.6.2 R - L - C 串联电路问题·····	579
习题 7.6 ·····	581
7.7 演示与实际 (解微分方程, 一阶微分方程数值解——欧拉法)	
·····	582
习题 7.7 ·····	587
总习题七·····	588
微积分应用课题·····	591
附录 1 数学软件 Mathematica 简介 ·····	596
附录 2 本书所配磁盘的使用方法 ·····	613
附录 3 微积分应用课题解答选录 ·····	620
习题答案·····	628

微积分与数学软件简介

——代绪论

微积分与中学学习过的数学内容有重大的区别。微积分研究的是变动的量，而不是静止的量；关注的是变化和运动；处理的是一些量趋近另一些量的问题。在深入学习微积分的内容之前，对这门学科的概貌有一个总体了解是有好处的。在这里，我们将说明人们是怎样在解决各种不同问题的过程中，形成极限概念的，从而使读者对微积分的主要思想获得一个初步的印象。

面积问题

微积分的起源可追溯到 2500 年前的古希腊。那时的希腊人在计算一些图形的面积时，使用了所谓的“穷竭法”。当时已经知道怎样计算多边形的面积，他们先把多边形分成若干个三角形(图 0-1)，然后把这些三角形的面积累加起来。然而计算曲边形的面积却要困难得多。古希腊人的“穷竭法”就是先计算图形的内接多边形和外切多边形的面积，然后让多边形的边数不断增加。图 0-2 表示了他们利用内接正多边形来计算圆面积的过程。

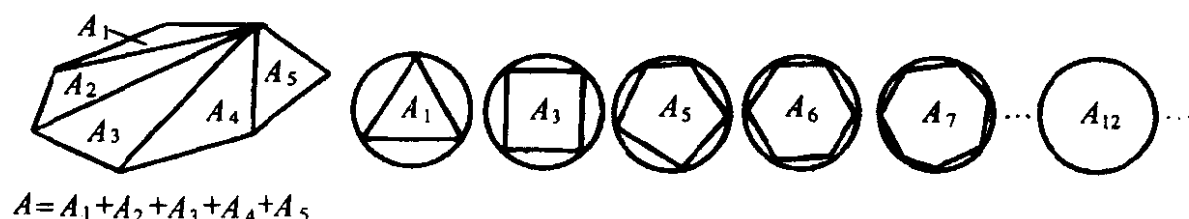


图 0-1

图 0-2

设 A_n 为圆的内接正 n 边形的面积，当 n 不断增加时，显然 A_n 变得越来越接近于圆的面积。我们就说圆的面积是它的内接正多边形面积的极限，并记作

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n. \quad (0-1)$$