

钢筋混凝土非线性分析

朱伯龙 董振祥

同济大学出版社

前 言

本书分为两篇：上篇是钢筋混凝土构件和杆系结构的非线性分析，下篇是钢筋混凝土平面应力问题的非线性分析。

众所周知，钢筋混凝土构件在受力以后，每个截面的应力，应变都在变化之中，而且是非线性的。如果我们能正确知道这种应力—应变之间的关系，假定又能确定截面上应变分布的规律，不难确定其应力、内力和变形。在超静定杆系结构以及平面应力问题中，用有限元作为工具，对线性问题已经很成熟了。但在钢筋混凝土结构中，如何考虑其裂缝出现和发展，粘结力破坏以及徐变等对结构的影响还有其特点。为此，本书讨论了上述非线性问题用电子计算机进行分析的方法。

电子计算机的快速运算可以帮助我们非线性问题化为短区间的线性问题，再通过反复迭代和数值计算以确定任一截面的应力和变形，从而有可能模仿实际试验的全过程（从加载开始直到破坏）。在钢筋混凝土构件和结构分析中，用电子计算机分析其全过程有以下三个作用：

① 可以帮助人们认识构件受力变化的全过程从而推动理论研究

在结构试验中，虽然能够测量某些截面的变形和构件的挠度，但所布置的仪表总是有限。电子计算机可以给出各类构件任意多的截面变化全过程；从而帮助我们深入了解结构的物理和力学特征并发现一些问题。

② 可以改进实验研究工作

结构试验要受到各种条件的限制而且数量有限。电子计算机在模拟构件受力全过程的计算时，可以输入各种参数，进行研究，特别是研究某些参数变化的影响，从而在新的试验中能加以注意。

③ 可以配合实验研究改进规范计算公式

钢筋混凝土规范计算方法是建立在大量实验的基础上，但有许多边界条件无法模拟，有许多特殊结构形式或加载方案难以实现。通过合理布点，输入随机参数，给规范研究提供大量电算结果资料，以便改进规范计算方法。

当然，电子计算机模拟构件全过程分析必须建立在参数符合实际情况的基础上，否则就没有意义。此外，计算程序的合理编制也很重要，它可以缩短上机计算的时间。

本书是在近年科学研究成果的基础上，结合研究生教学任务编写的，虽经数次教学试用，由于业务水平所限，书中必有误漏之处。敬希各方面的同行和读者批评指正。

朱伯龙 董振祥

1984.10.

于同济大学

内 容 提 要

本书总结了作者近年来的研究成果,结合国际上钢筋混凝土非线性研究的趋势,系统地论述了钢筋混凝土构件与杆系结构的非线性分析问题和平面应力有限单元法非线性分析问题。以电子计算机运算来模拟结构试验的全过程,并附有必要的计算机程序;对裂缝的出现,粘结力的破坏,裂缝的发展过程及其对结构的影响等问题作了较深入的讨论;对钢筋混凝土试验工作的改进、理论研究的深化以及规范修订都具有一定的参考价值。本书可作为研究生教材和有关设计、研究人员以及大学师生的参考书。

责任编辑 余安东

封面设计 李志云

钢筋混凝土非线性分析

朱伯龙 董振祥

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 13 字数: 332 千字

1985 年 1 月第 1 版 1985 年 1 月第 1 次印刷

印数 1—7000 科技新书目: 82—154

统一书号 15335·005 定价: 2.30 元

目 录

上篇 钢筋混凝土构件及框架的非线性分析

第一章 钢和混凝土单向受力的本构关系

1.1	钢筋的应力—应变曲线	(1)
1.1.1	加载速率对钢筋应力—应变曲线的影响	(1)
1.1.2	单向静力加载的应力—应变曲线	(2)
1.1.3	周期性静力加载应力—应变曲线	(2)
1.1.4	钢筋应力—应变曲线的理想化	(4)
1.2	混凝土的应力—应变曲线	(6)
1.2.1	概述	(6)
1.2.2	加载制度对混凝土应力—应变曲线的影响	(8)
1.2.3	加载速率对混凝土应力—应变曲线的影响	(9)
1.2.4	单调加载应力—应变曲线的下降段	(10)
1.2.5	混凝土应力—应变曲线的理想化	(11)
1.3	混凝土的徐变	(17)
1.3.1	混凝土成型后影响徐变的若干因素	(18)
1.3.2	应力不随时间变化的徐变表达式	(21)
1.3.3	应力随时间而变化的徐变表达式	(24)
1.4	钢筋与混凝土之间的粘结和滑移	(26)
1.4.1	单调加载情况下, 钢筋与混凝土之间粘结和滑移的试验研究	(26)
1.4.2	单调加载情况下, 钢筋与混凝土之间粘结和滑移的理论分析	(31)
1.4.3	反复加载情况下, 钢筋与混凝土之间粘结和滑移的试验研究	(34)
1.4.4	反复加载情况下, 钢筋与混凝土之间粘结和滑移的理论分析	(36)
1.4.5	裂缝间钢筋的平均应变	(38)

第二章 钢筋混凝土塑性铰

2.1	概述	(42)
2.2	钢筋混凝土受弯构件的受拉铰	(42)
2.2.1	钢筋混凝土受弯构件受拉铰的形成和发展	(43)
2.2.2	钢筋混凝土受弯构件受拉塑性铰区长度	(43)

2.3 钢筋混凝土压弯（包括偏压）构件中的受拉铰	(45)
2.3.1 钢筋混凝土压弯构件受拉塑性铰的形成和发展	(45)
2.3.2 钢筋混凝土压弯构件受拉塑性铰区长度	(48)

第三章 钢筋混凝土构件的弯矩—曲率关系

3.1 骨架曲线的弯矩—曲率 ($M-\varphi$) 关系	(50)
3.1.1 计算假定	(50)
3.1.2 主轴向受力矩形截面的条带划分	(54)
3.1.3 斜向受力矩形截面的条带划分	(56)
3.1.4 一般情况的截面划分	(57)
3.1.5 弯矩—曲率计算	(58)
3.1.6 预应力作用的考虑	(62)
3.1.7 徐变因素的考虑	(62)
3.1.8 粘结作用的考虑	(63)
3.2 滞回曲线的弯矩—曲率 ($M-\varphi$) 关系	(63)
3.2.1 混凝土的应力	(64)
3.2.2 钢筋的应力	(64)
3.2.3 自动循环	(66)

第四章 钢筋混凝土构件的荷载—挠度曲线计算

4.1 计算原则	(68)
4.1.1 杆件分段及曲率分布假定	(68)
4.1.2 弯矩—曲率 ($M-\varphi$) 与荷载—挠度 ($P-\delta$) 的关系	(69)
4.1.3 分级加变形	(69)
4.1.4 分级加荷载	(70)
4.1.5 塑性铰形成后的处理	(70)
4.1.6 构件达到极限弯矩 M_u 后的卸载问题	(71)
4.2 受弯构件荷载—挠度 ($P-\delta$) 骨架曲线全过程分析	(71)
4.2.1 等刚度简化分析法	(71)
4.2.2 数值分析法	(73)
4.3 压弯构件荷载—挠度 ($P-\delta$) 骨架曲线全过程分析	(73)
4.3.1 变刚度简化算法（模型柱法）	(74)
4.3.2 数值分析法	(74)
4.4 斜向受力压弯构件的荷载—挠度 ($P-\delta$) 骨架曲线计算	(76)
4.5 压弯构件荷载—挠度 ($P-\delta$) 滞回曲线计算	(76)
4.5.1 按规定的弯矩—曲率滞回模型计算	(77)
4.5.2 按实际的弯矩—曲率滞回关系计算	(77)
4.6 偏压构件轴向力—位移 ($N-\delta$) 骨架曲线的全过程分析	(79)
4.6.1 弯矩—曲率 ($M-\varphi$) 曲线计算	(79)

4.6.2	偏压构件荷载—挠度 ($N-\delta$) 曲线计算	(79)
4.7	徐变失稳问题	(81)

第五章 钢筋混凝土框架荷载—挠度曲线计算

5.1	概述	(83)
5.2	基本框图	(83)
5.3	单元刚度矩阵	(84)
5.3.1	简化刚度法	(84)
5.3.2	实际刚度法	(87)

下篇 钢筋混凝土梁（平面应力问题）的非线性分析

第六章 平面应力问题有限元线性分析

6.1	计算简图及单元划分	(94)
6.2	三角形单元的刚度矩阵	(98)
6.2.1	位移模式	(99)
6.2.2	应变矩阵	(100)
6.2.3	应力矩阵	(101)
6.2.4	单元刚度矩阵	(102)
6.2.5	六结点三角形单元	(103)
6.3	矩形单元刚度矩阵	(106)
6.3.1	四结点矩形单元	(106)
6.3.2	复合单元	(109)
6.4	不协调单元的刚度矩阵	(111)
6.4.1	等参数单元	(111)
6.4.2	附加位移模式	(114)
6.5	线形单元刚度矩阵	(117)
6.5.1	应变矩阵	(117)
6.5.2	应力矩阵	(118)
6.5.3	单元刚度矩阵	(118)
6.6	联结单元刚度矩阵	(119)
6.6.1	应变矩阵	(119)
6.6.2	应力矩阵	(120)
6.6.3	单元刚度矩阵	(120)
6.7	结点平衡方程	(121)
6.7.1	荷载列阵	(121)
6.7.2	结点平衡方程	(123)
6.8	计算步骤	(124)
6.9	线性分析的应用	(125)

第七章 平面应力问题有限元非线性分析

7.1 非线性分析方法	(127)
7.1.1 增量法	(127)
7.1.2 迭代法	(129)
7.1.3 混合法	(132)
7.2 混凝土的破坏条件及应力—应变关系	(132)
7.2.1 混凝土单向受压下的破坏条件及应力—应变关系	(132)
7.2.2 混凝土单向受拉下的破坏条件及应力—应变关系	(133)
7.2.3 混凝土双向受力下的破坏条件	(133)
7.2.4 混凝土双向受力下的应力—应变关系及相应的三角形单元刚度	(136)
7.3 联结单元的非线性刚度	(152)
7.3.1 模拟粘结力联结单元的 k_h	(152)
7.3.2 模拟粘结力联结单元的 k_v	(153)
7.3.3 模拟咬合力联结单元的 k_h	(153)
7.3.4 模拟咬合力联结单元的 k_v	(155)
7.4 混凝土单元开裂或破坏后的处理	(155)
7.4.1 裂缝的模式	(155)
7.4.2 单元受拉开裂的处理	(157)
7.4.3 单元受压破坏后的处理	(159)
7.5 钢筋单元达屈服条件后的处理	(160)
7.5.1 线形单元	(160)
7.5.2 三角形单元	(160)
7.6 联结单元破坏后的处理	(162)
7.6.1 外部弹簧	(162)
7.6.2 内部弹簧	(162)
7.7 非线性分析计算步骤	(163)
7.7.1 概括的步骤	(163)
7.7.2 具体的步骤	(163)
7.8 计算框图	(165)
7.9 计算实例	(166)

附 录

附录 3.1 截面内力计算	(175)
附录 3.2 截面弯矩—曲率计算(主轴向受力)	(176)
附录 3.3 截面弯矩—曲率计算(斜向受力)	(178)
附录 4.1 压弯构件荷载—挠度计算	(180)
附录 7.1 平面应力问题线性计算	(185)
附录 7.2 处于拉—压应力状态的混凝土单元非线性计算	(196)

钢筋混凝土构件及框架的非线性分析

第一章 钢和混凝土单向受力的本构关系

钢筋混凝土是由钢筋和混凝土两种材料组成的。钢和混凝土的本构关系包括：钢的应力—应变关系、混凝土的应力—应变关系、混凝土的应变—时间关系和钢与混凝土之间的粘结应力—滑移关系。本章只讨论单向受力的本构关系，而双向受力的本构关系将在下篇讨论。

1.1 钢筋的应力—应变曲线

1.1.1 加载速率对钢筋应力—应变曲线的影响

钢筋的强度随加载速率（或应变速率）的提高而加大。图 1.1a 是 Wakabayashi [1.1] 所做的软钢试验，图中的纵座标为钢筋应力 σ 与钢筋屈服强度 f_y 的比值，横座标为钢筋应变 ϵ ，曲线上所注的数字为应变速率；图 1.1b 为清华所做的试验 [1.2]，图中 t_s 为达到屈服的时间，反映了加载的速率。显然，应变速率或加载速率对强度是有影响的，但加载的速率基本上不改变弹性模量和图形的形状。

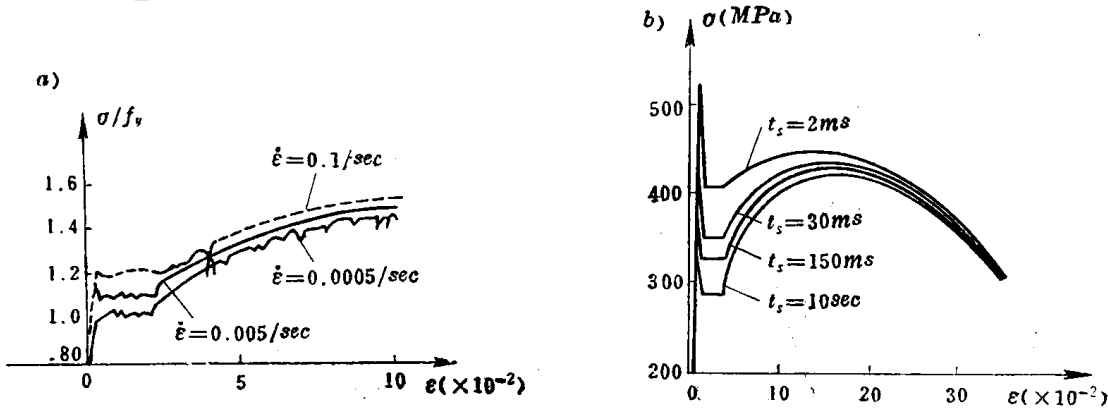


图 1.1* 不同应变速率的应力—应变关系

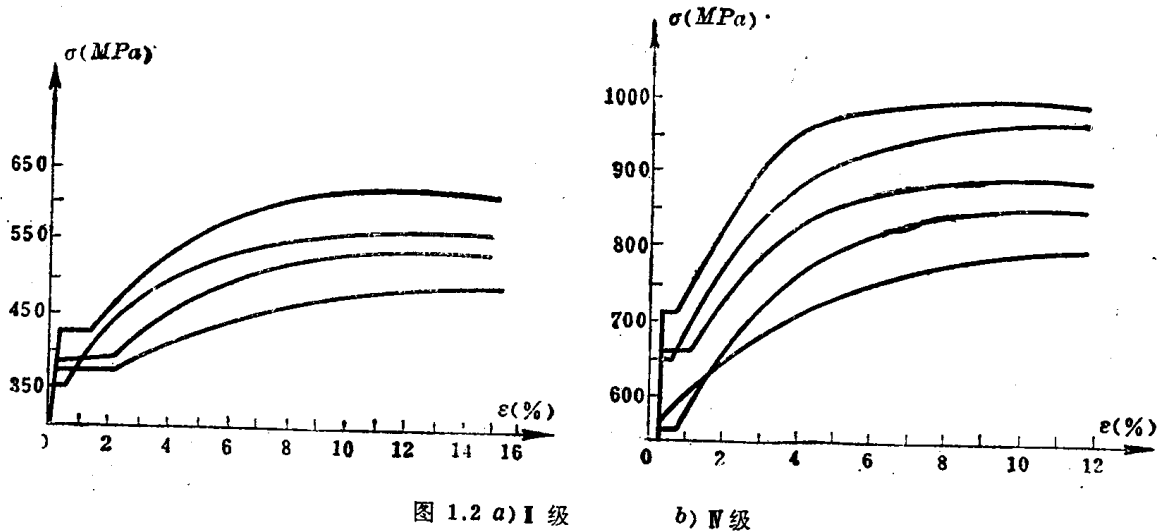
在打桩、爆炸等一类冲击荷载作用下，钢筋要受到高速增加的荷载；但在地震动作用下，钢筋的应变速率取决于构件的反应。以钢筋混凝土框架而言，钢筋应变速率大致在 0.01~0.02/sec，即钢筋的屈服点可提高 10~12%。

* 图 1.1b 中纵座标应力单位为国际单位制 MPa (与过去习用单位相比: $1\text{MPa} = 9.81\text{kg/cm}^2$, 如允许 2% 误差则 $1\text{MPa} \approx 10\text{kg/cm}^2$)

1.1.2 单向静力加载的应力—应变曲线

在单向静力加载的情况下，Ⅱ级和Ⅳ级钢的应力—应变曲线如图 1.2 所示^[1.3]。显然，同级钢筋的屈服强度、极限强度和屈服台阶也是在比较宽的范围内变动^[1.3]。

这里要说明一下，不单屈服强度是一个重要的设计指标，屈服台阶的长度在延性钢筋混凝土构件中也很重要。延性较大的钢筋混凝土构件在承受地震荷载时，钢筋的变形有可能越过屈服台阶而进入强化阶段，因而在钢筋混凝土构件全过程分析中，需要对钢筋试件作出全过程的应力—应变曲线以提供钢筋材性的基本参数。



采用高碳钢丝或钢绞线作为预应力钢筋时，没有明显的屈服台阶，如图 1.3 所示^[1.4]。

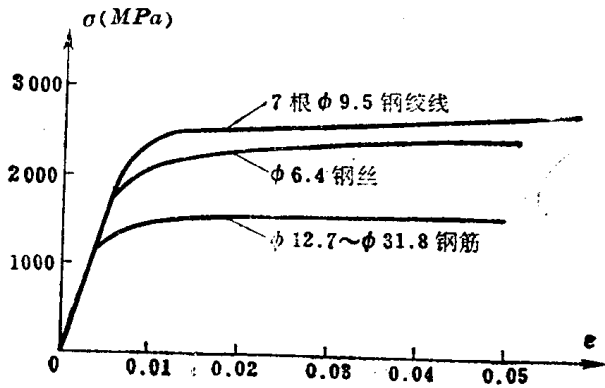


图 1.3 硬钢的应力—应变曲线

1.1.3 周期性静力加载应力—应变曲线

在地震荷载作用下，由于结构构件进入弹塑性振动，钢筋可能在反复拉、压的大变形下工作。当钢筋进入屈服台阶后，如果卸载后又反向再加载，将会出现 Baushinger 效应，即反向再加载时不再出现屈服台阶而成为曲线的应力—应变关系。

图 1.4^[1.5] 是钢筋反复加载的应力—应变滞回环。其中，图 1.4a 是大体对称的，图 1.4b

是偏向对称轴一边的。

在图 1.4a 中，实线为骨架曲线和卸载段，虚线为软化段（Baushinger 效应）。如果把图 1.4a 中的骨架曲线首尾相连，就可以得到如图 1.5 所示的骨架曲线。它和单向加载的应力—应变曲线相接近。

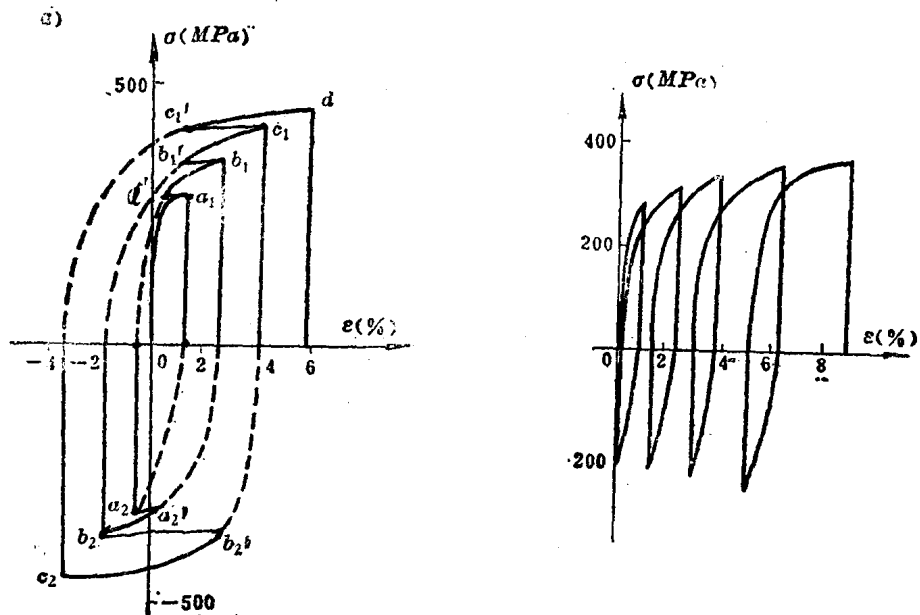


图 1.4 在周期荷载下软钢的 Baushinger 效应

图 1.6 所示为硬钢预应力钢筋在重复荷载作用下的应力—应变曲线^[1.6]，把所有卸载点联接起来就是骨架曲线，它和单调加载的应力—应变曲线相一致。

总之，不论软钢或硬钢、不论重复或反复加载，只要加载过程中不产生时效，它们的骨架曲线在计算中可以认为和单调加载的应力—应变曲线相一致。

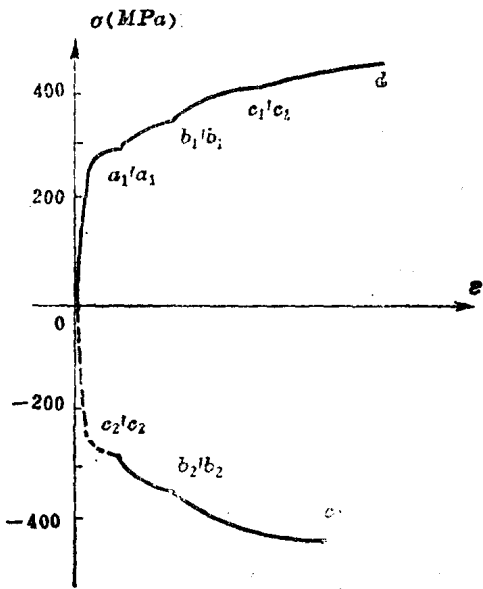


图 1.5 钢筋的骨架曲线

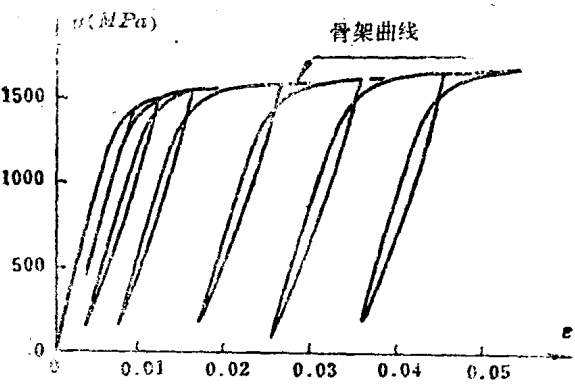


图 1.6 预应力钢筋在重复加载下的应力—应变曲线

1.1.4 钢筋应力—应变曲线的理想化

在理论分析中，有了实测的应力—应变曲线还不够，需要给出理想化的应力—应变关系（即所谓模型化）。

(1) 单向加载

软钢的应力—应变曲线可以分为三段：弹性段，屈服平台和强化段。

如图 1.7 所示，弹性段是以 E （钢筋弹性模量）为坡度的直线；屈服平台是坡度为零的水平线；强化段可用曲线或直线表示。

实际上，当钢筋混凝土构件形成塑性铰以后，由于塑性区段混凝土的极限变形很少超过 0.006；因此，钢筋受拉以后的变形即使越过屈服平台进入强化段，也只能达到不大的范围，从而强化段可以简化为直线（坡度为 $E' = tg\alpha'$ ）。例如，Y. Higashibata^[1.14] 就取 $E' = 0.01 E$ 等等。

应该指出， E' 不象 E ，同级钢筋也是很分散的。

硬钢的应力—应变曲线也可以分为三段：弹性段、软化段、后续段。其中软化段为一曲线，可以根据试验资料确定其方程式。下式就是一种^[1.6]：

$$\sigma = \frac{\sigma_b \varepsilon_b - \sigma_a \varepsilon_a}{\varepsilon_b - \varepsilon_a} + \frac{\varepsilon_a \varepsilon_b (\sigma_a - \sigma_b)}{\varepsilon (\varepsilon_b - \varepsilon_a)} \tag{1.1}$$

式中： σ_a 、 σ_b 、 ε_a 、 ε_b ——分别为图 1.7b 所示 a 和 b 点的应力及应变。

(2) 反复加载

软钢在反复加载的情况下，卸载段往往采取 E 为坡度的直线。Kato^[1.7] 给出了软化段的方程式（参见图 1.8）。

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_s} - a\right) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_B} + a - 1\right) - a(1 - a) = 0 \tag{1.2}$$

式中：

$$a = \frac{E}{E - E_B} \tag{1.3}$$

$$E_B = -\frac{E}{6} \log_{10} 10\varepsilon_s \tag{1.4}$$

$$\varepsilon_s = \sum \Delta \varepsilon_i (= \Delta \varepsilon_{s1} + \Delta \varepsilon_{s2}) \tag{1.5}$$

式 (1.2) 考虑了历史上到达过的应变。

朱伯龙等^[1.5] 根据试验结果，给出了除卸载线以外的软化段（包括延伸的骨架曲线）计算表达式：

$$\sigma = \pm \sigma_u \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{\varepsilon - \varepsilon_r \pm c} \tag{1.6}$$

式中： σ_u ——钢材的极限应力， $\sigma_u = k_2 \cdot f_y$ ；

k_2 ——系数；

ε_r ——历史上出现过的最大残余变形；

c ——参数；

对应于图 1.4a；

如 $\varepsilon_r < 0.02$

$$c = 0.0014 + 0.0393 \frac{|\varepsilon - \varepsilon_r| (|\varepsilon_r| + 0.001)}{(|\varepsilon - \varepsilon_r| + 0.06) (|\varepsilon_r| + 0.0035)} \leq 0.007; \quad (1.7)$$

如 $\varepsilon_r \geq 0.002$ ；

对应于图 1.4a；

$c = 0.007$ ；

对应于图 1.4b；

$c = 0.005$ ；

符号：当 $\varepsilon_r - \varepsilon$ 为正时用负号，反之则用正号。

Sozen^[1.7] 以 Ramberg-Osgood 方程为基础给出下列计算表达式（参见图 1.9）。

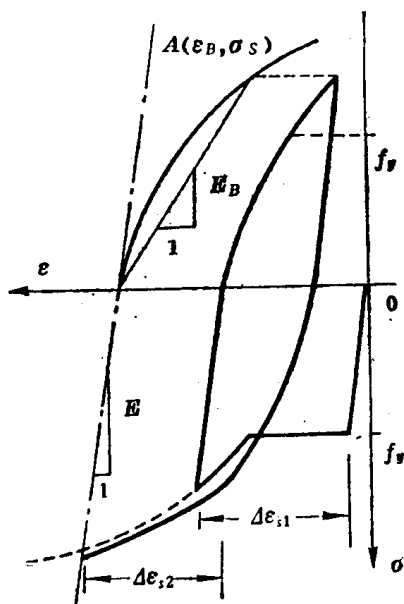


图 1.8 软钢的应力—应变模型

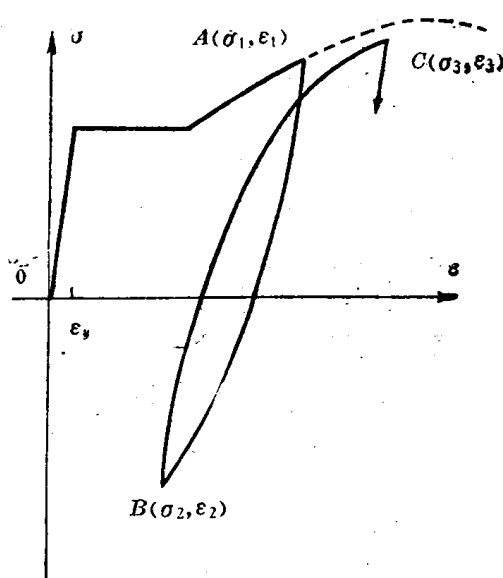


图 1.9 软钢的应力—应变模型

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_{os}} = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_{os}} + \left(\frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_{os}} \right)^\alpha \quad (1.8)$$

上式中， σ_i 及 ε_i 为半周的初始值（如 AB 的 σ_1 与 ε_1 ，BC 的 σ_2 和 ε_2 等）， σ_{os} 、 ε_{os} 及 α 为三个参数，Sozen^[1.7] 按不同情况分别给出数据。

在文献 [1.7] 中还引用了不少关于钢滞回环计算的参考文献，读者可自行参阅。

Blakeley^[1.6] 对预应力钢筋采用如图 1.10 的计算模型。

oa 段——弹性段。

ab 段——软化段，见式 (1.1)。

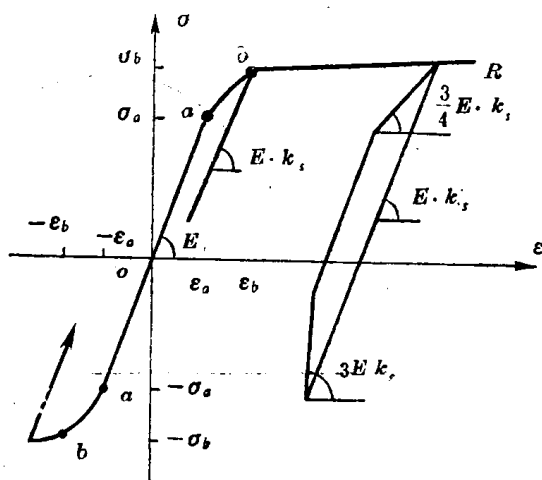


图 1.10

bR 段 ($\varepsilon > \varepsilon_b$):

$$\sigma = \sigma_b + \frac{\varepsilon - \varepsilon_b}{\varepsilon_u - \varepsilon_b} \quad (1.9)$$

式中 ε_u 、 σ_u ——钢的极限应变及应力。

图 1.10 中的 k_s 为参数, 用以修正卸载及再加载的刚度, 取决于钢的应变:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \leq 0.012, k_s &= 1; \\ \varepsilon > 0.012, k_s &= 1 - 7.7(\varepsilon - 0.012). \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

1.2 混凝土的应力—应变关系

1.2.1 概述

混凝土是由粗骨料、细骨料和水泥浆构成的。细骨料和水泥浆又组成砂浆将粗骨料粘结起来。混凝土在结硬后, 水泥浆中已水化的部分、未水化的水泥颗粒以及空气和水等所占的比重随龄期而变化: 未水化部分逐渐减少而水化部分逐渐增多。

水化的水泥浆由针状或页片状纤维组成。单个纤维不是实心的, 而呈微细的管状, 所以水泥浆空隙率很高, 约达 30%。水化的水泥浆一般称为水泥凝胶体。

在显微镜下可以看到在粗骨料与砂浆交界面处存在着粘结破坏的微裂缝, 下文简称粘结裂缝。由于水份蒸发及收缩等原因, 在粗骨料表面处还会形成空隙。

人们很早就发现材料的级配、水泥与骨料的品种和强度、密实度以及龄期等影响着混凝土的强度和变形; 而在应力—应变关系中, 还要强烈地受到上述微裂缝和空隙存在的影响, 从而使混凝土的应力—应变关系具有非线性的性质。因为在外力作用下, 混凝土内部原有微裂缝将继续扩展而空隙也将产生形状的变化。现按轴向受压和轴向受拉分别讨论微裂缝的影响。

(a) 轴向受压

轴向受压时的应力—应变曲线如图 1.11 所示。

当应力小于极限应力的 0.3 倍时, 微裂缝不会开展。从能量观点来看, 此时积累的内能

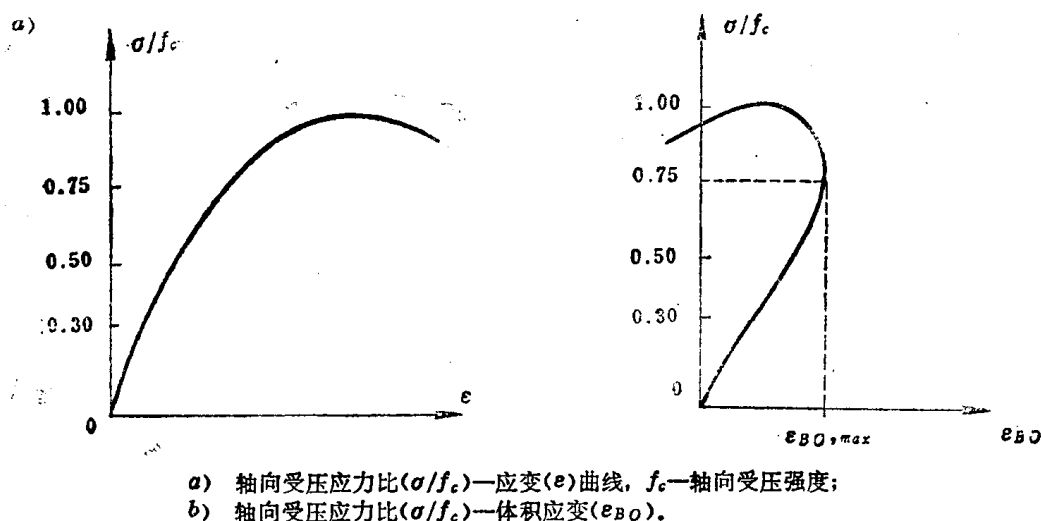


图 1.11 混凝土在轴向受压时的应力—应变曲线

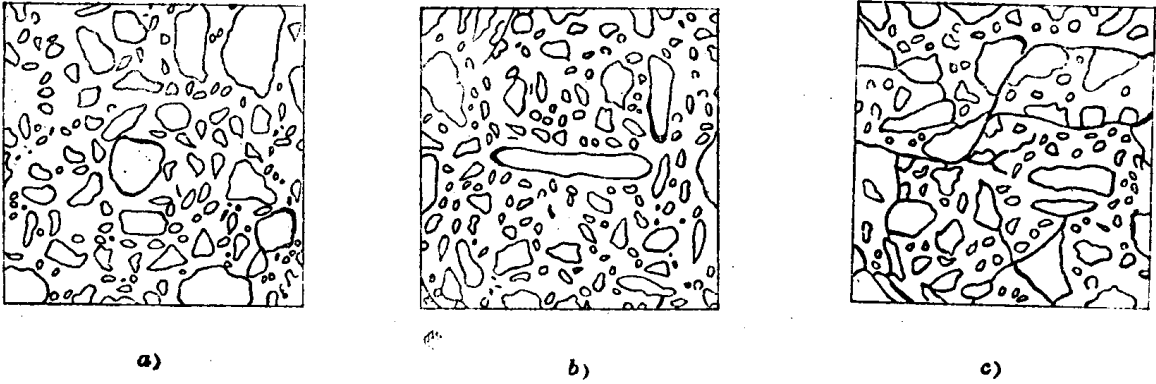
小于开展新的微裂缝所需的能量，极限应力的 0.3 倍可以定为弹性极限。

应力在极限应力的 0.3~0.5 倍时，由于裂缝尖端产生应力集中现象，粘结微裂缝开始扩展，此时积累的内能与开展裂缝所需的能量大致平衡。粘结裂缝在受力方向增长很快，但这种裂缝的扩展是稳定的，因为在应力维持不变的情况下，裂缝长度很快达最终值而停止开展。由于裂缝开展需要有一定时间因而应变速率对应力—应变关系有影响。

应力在极限应力的 0.5~0.7 倍时，粗骨料表面的一些裂缝与砂浆裂缝开始沟通。同时，其他粘结裂缝也开始缓慢增长。试件逐渐被平行于受力方向的裂缝所分割。

应力大于极限应力值的 0.75 倍时，最长的裂缝达到临界长度，此时积累的内能大于开展裂缝所需能量，裂缝继续开展，而且扩展率也将增加，此时荷载若保持不变，也会使体系成为不稳定状态而发生完全破坏。极限应力值的 0.7 倍称为“临界应力”，此时体积应变达最大值。

应力在接近极限应力时，砂浆中微裂缝彼此贯通，并与骨料表面粘结微裂缝相连接（图 1.12），试件产生破坏。由于微裂缝相互贯通需要一定时间才能完成，所以极限应力值的大小和应力—应变曲线下降段形状均与应变速率有很大关系。



a) 加荷前; b) 达极限荷载瞬间; c) 达极限荷载后。
图 1.12 轴向受压试件中部横截面裂缝图（粗线代表裂缝）

(b) 轴向受拉

轴向受拉时的一般力学性能在很多方面与轴向受压相似，原因都是微裂缝在起作用，不同的是微裂缝在受拉应力状态下所起的作用比受压应力状态更为重要。

图 1.13 为典型的混凝土轴向受拉应力—应变曲线。应力小于受拉极限强度的 0.6 倍时，

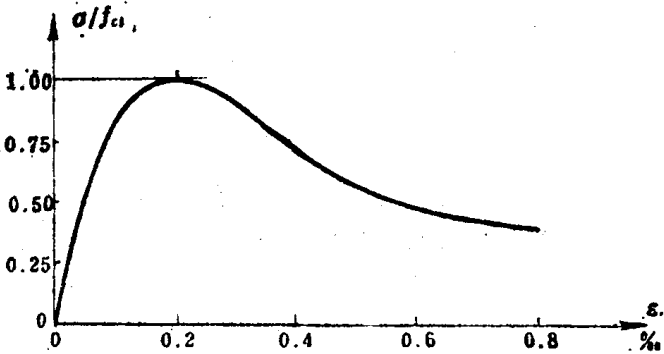


图 1.13 轴向受拉混凝土应力比—应变关系（ f_{ct} —轴向受拉极限强度）

不会产生新的微裂缝。受拉极限强度的 0.6 倍称为弹性极限。超过此应力后，会产生新的粘结微裂缝，从推迟微裂缝开展的作用来看，轴拉应力状态远比受压应力状态为差。裂缝稳定扩展的间隔相对地也短，因为当应力达到受拉极限强度的 0.75 倍时，就开始出现裂缝不稳定扩展现象。

裂缝扩展方向与应力作用方向垂直。每条新裂缝的出现和开展，都将减小承受荷载的有效面积，同时也增加了裂缝尖端处的应力值。所以，在应力大于受拉极限应力的 0.75 倍时，裂缝的开展将加速进行，而推迟裂缝出现的作用却下降了，因此，破坏时形成贯通裂缝，而不象受压破坏会形成许多裂缝。

以上一般地讨论了混凝土内部微裂缝在受力后的扩展对混凝土应力—应变曲线影响。下面将讨论在单向应力状态下，混凝土受加载制度、加载速率（或应变速率）的影响以及混凝土应力—应变曲线理想化的问题。

1.2.2 加载制度对混凝土应力—应变曲线的影响

采用不同加载制度可以获得不同的混凝土应力—应变曲线。图 1.14 表示轴心受压情况下单调加载（图 1.14a），等应力重复加载（图 1.14b），等应变重复加载（图 1.14c）以及渐增应变重复加载（图 1.14d）的应力—应变图形。在实际工作中当然不止这四种，如果加上随机加载更是千变万化。但以上四种加载方式是基本的，可以根据研究对象加以选择。

在以上四种加载制度中，第一种是单调加载，它对应于结构构件一次受力的状态，是一次加载全过程分析的依据。第二、三、四种是重复加载，即混凝土的应力从零开始加到某一数值后卸至零，再由零重加到某一数值。重复加载的应力—应变曲线对应于构件承受重复荷载的状态。

在国外，有不少人把重复加载的应力—应变曲线用于反复加载中。需要指出：在钢筋混凝土结构中，承受反复荷载的截面工作不同于重复荷载。因为重新受压的已开裂截面和新受压的未开裂过的截面具有不同的工作性质。因此，国外在把重复加载应力—应变曲线应用到反复加载时，就要作出一个假定：“已开裂截面重新受压时象未开裂过的截面一样工作。”^[1.9]显然，这个假定是不符合实际的，特别是在钢筋屈服以后的大变形状态下不符合实际。

反复荷载作用下，裂面重新受压时，存在着骨料咬合的裂面效应。因为在裂缝闭合的过程中，即使没有闭合也由于骨料咬合而开始传递压力，当裂面完全闭合时，压应力可能已高达 10 MPa 以上^[1.9]（图 1.15）。在朱伯龙等的工作^[1.3]中，给出了裂面咬合作用的 $N-\Delta$ 图（图 1.16），当裂面闭合时，第六次加载几乎可以传递强度的 70%。

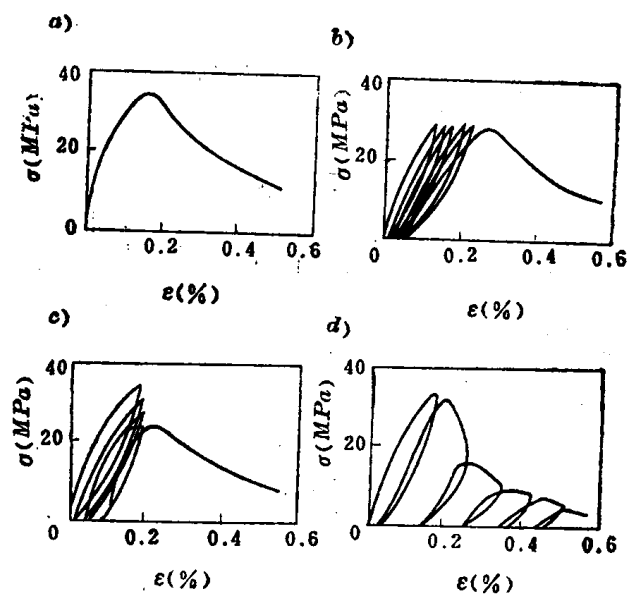


图 1.14 混凝土在不同加载制度下轴心受压的应力—应变曲线

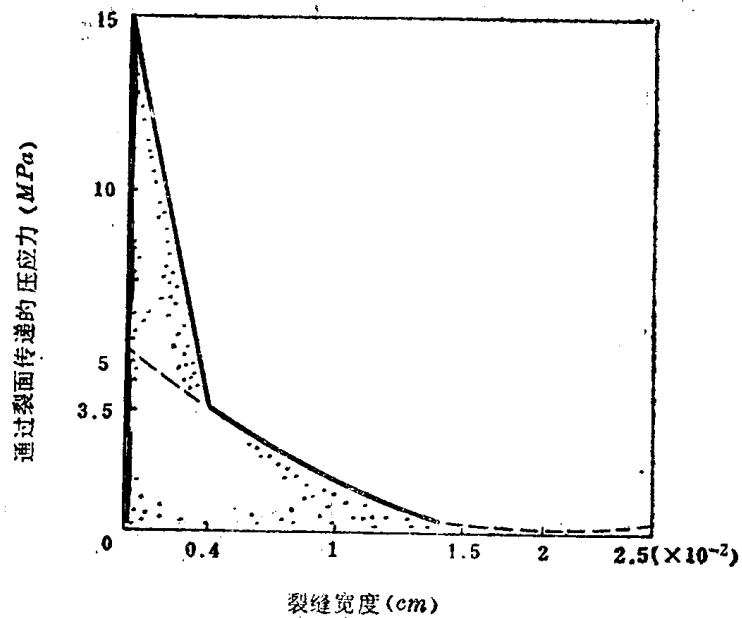


图 1.15 通过裂面传递的应力与裂缝宽度关系

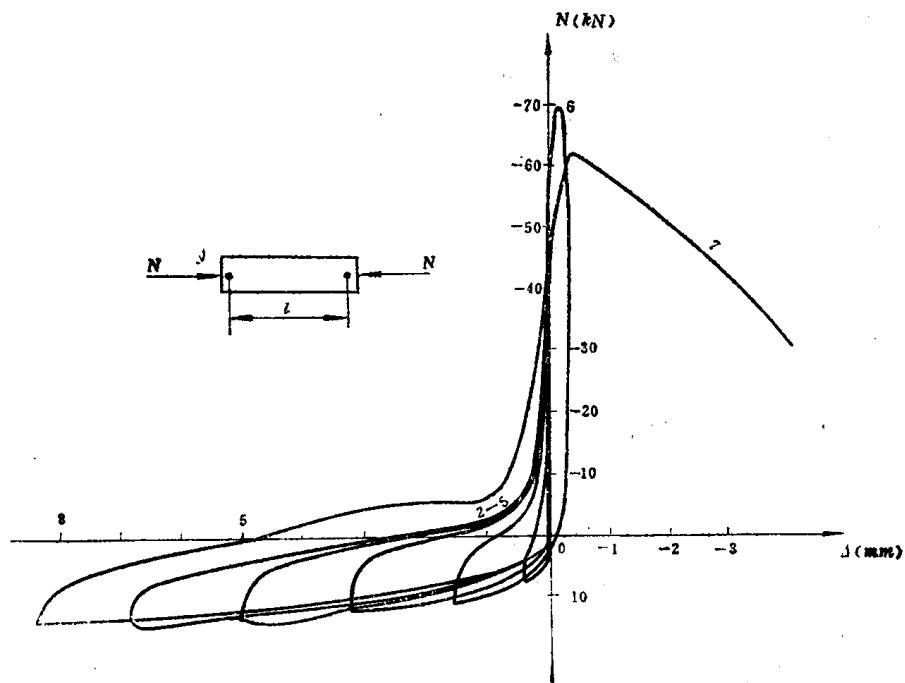


图 1.16* 混凝土裂面传压效应

1.2.3 加载速率对混凝土应力—应变曲线的影响

混凝土尽管是非金属材料，但也和钢筋一样，随加载速率增加而提高其强度和弹性模

* 图 1.16 中纵座标内力 N 的单位为国际单位制 kN (单位 N 为牛顿，单位 kN 为千牛顿；与习用单位关系： $1 N = 0.0981 kg \approx 0.1 kg$ ； $1 kN \approx 100 kg$)

量，特别是在应变速率很高的情况下，正如 1.2.1 节提到过的那样由于混凝土内部微裂缝来不及发展，初始弹性模量随应变速率加快而提高。

图 1.17^[1.10] 及图 1.18^[1.11] 表示了应变速率对混凝土应力—应变曲线的影响。在很高的应变速率下 (1/sec)，混凝土的强度可提高 45%^[1.11]。

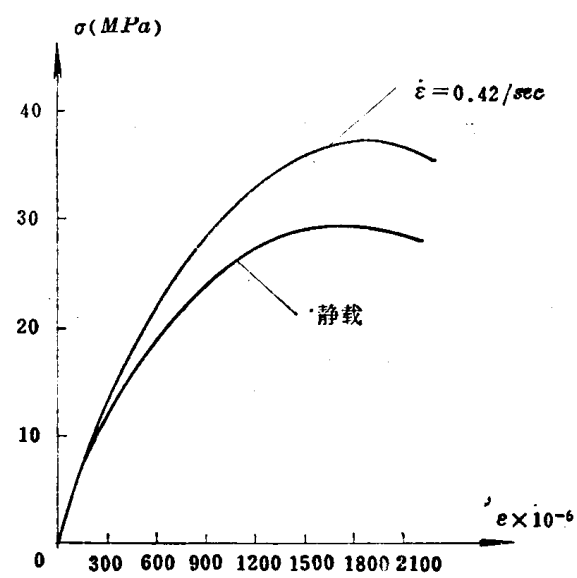


图 1.17 应变速率对混凝土应力—应变曲线的影响

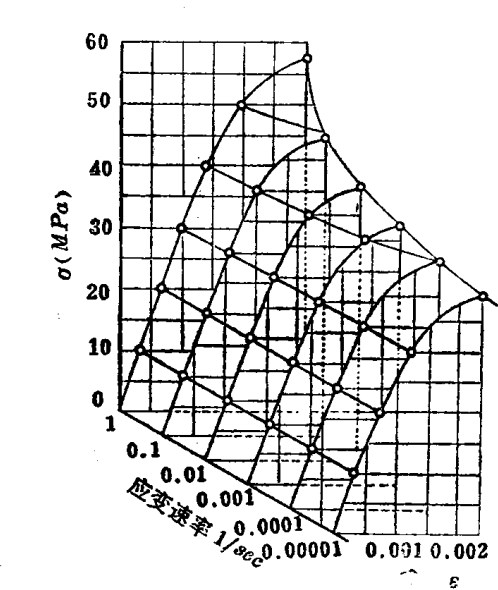


图 1.18 混凝土应力、应变速率与应变的曲线关系

Wakabayashi^[1.1] 的试验说明，应变速率可以改变混凝土强度，但对 ϵ_0 (对应于混凝土最大应力的应变) 影响不大；此外，如果用无量纲坐标表示 ($\sigma/f_c - \epsilon/\epsilon_0$, f_c 为混凝土抗压强度)，应变速率对图形形状的影响也不大 ($\dot{\epsilon} = 0.05 \sim 0.00002/\text{sec}$)。

在钢筋混凝土结构构件中，截面纤维的应变速率不仅和荷载性质 (冲击、地震力)、结构以及构件的运动速度有关，还和截面各纤维离中和轴的距离有关，离中和轴的距离越远，应变速率越大；它在一个相当宽的幅度内变化。在框架结构中，以构件截面最外边缘的混凝土为例，强度可提高 15% 左右。

1.2.4 单调加载应力—应变曲线的下降段

从图 1.19^[1.12] 可以看到，应力—应变曲线的上升段 (从原点到曲线顶点的一段) 随应变速率变化的波动远比到达顶点后的下降段小得多。正如 1.2.1 节所述，在做常规的静力的应力—应变曲线时，不同的应变速率影响微裂缝能否及时贯通，因此，不大的应变速率变化也要对下降段显示出较大的影响。

其次，试验机机架的刚度对下降段也有影响。如果机架刚度很小，在加载时机架由于反力而伸长很多，一进入下降段，混凝土试件由于来不及吸收机架释放的应变能而爆碎。机架刚度增加到一定程度，下降段才能出现。因此，国内外也有不少人用弹簧或油泵在试件进入下降段以后，帮助试件吸收机架释放的应变能。

由于应变速率、机架刚度、辅助吸能装置都可以人为地确定，就会出现同一批试件由于测试方式方法不同而带来各式各样的下降段，因此，有人探讨以等应变速率作为确定下降段的一种标准。