水文统计计算

金光炎

水利出版社

水文统计计算

金光炎

水利出版社

内 容 提 要

本书主要介绍水文应用中最基本和最简单的数理统计原理和方法。内容包括：概率和数理统计的基本知识，以及相关和频率计算的一般方法，并结合一些水文问题作了示例说明。书后附有常用的表格，以利初学者应用。

本书可供中专或高中文化水平的水文及水利工作者阅读，亦可供有关院校师生参考。

水文统计计算

金光炎

*

水利出版社出版

（北京德胜门外六铺炕）

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 4印张 85千字

1980年7月第一版 1980年7月北京第一次印刷

印数0001—9600册 定价0.45元

书号 15047·4029

序　言

水文工作者成年累月地从水文测站和试验站得到大量的水文数据。这些数据通过整理、分析和计算，可以获得某些概括特性，从而在一定程度上认识水文现象的客观规律。

各种水文问题，可用不同的方法和途径来加以解决。本书则以数理统计法为工具，对水文数据进行分析计算。书中的内容主要为概率和数理统计的基本知识，以及相关和频率的一般方法，并结合水文问题作出阐述。

本书的前身是1958年出版的《实用水文统计法》，现在作了较多的修订。和前书一样，对许多数理统计上的理论问题，只略作说明，而不进行详细论证。同时，对于在水文统计中存在的争论，也没有提及它们。因为，如果不这样做，不但会占去很多的篇幅，而且也会影响初学者的学习。

本书的对象是中专以及相当于这种程度的水文及水利工作者，也可供有关专业师生参考。

限于作者的水平，一定会有许多缺点，希望同志们不吝指正。

金光炎

1979年5月于蚌埠

目　录

第一章　概率的概念和定理

§1-1　概率论的研究对象

概率论是一门研究随机现象规律性的数学学科。早在三百多年前，概率论已被物理学家和数学家们所注意。当初，概率论只用于赌博、保险事业和测量误差估计中。随着科学技术的发展，特别是近几十年来，概率论在自然科学和生产实践中的地位日益提高。现在，几乎没有一门自然科学不在某种形式下应用概率论的方法了。

先举两个例子来说说随机现象。

1）同一距离用同一皮尺量测多次，所得的结果彼此略有差异。这些差异是由于量测过程中受许多次要因素的影响而产生的。例如拉皮尺时的松紧不一，风吹皮尺的影响，起点和终点位置的略有不同以及视觉上的偏差等。

2）给定相同的降雨强度和降雨时间，在同一块场地上进行多次人工降雨试验，每次所得结果，彼此总有些不同：最大流量数值不同，集流时间不同，径流总量也不同。这些差异是属于随机性的，它们受着许多因素的影响。例如由于下渗的不均匀，蒸发的不一样，喷雨装置的摆动，风的干扰和测量误差等。

上述例子说明：在基本条件保持不变的情况下，多次试验会获得不一致的结果。其原因是在基本条件之外，尚存在着许多次要的因素，而这些次要因素或多或少地影响到试验

的最后成果。我们说这种结果上的差异，是次要因素所引起的随机性（偶然性）差异。这种具有随机性差异的现象称为随机现象。

显然，宇宙中的任一实际事物不可能不带有某些随机成分。就是十分精确地来固定试验条件和仔细地观测试验数据，也不可能做到反复试验结果全部准确一致。因此，与水文现象有关的各种因素都带有一定的随机成分。习惯上，我们把这种含有随机成分的实测系列称为随机系列。

实践表明：由少数试验所得的随机系列，往往是杂乱无章的，但随着试验次数的增多，这时的随机系列就会呈现出一定的规律性。我们常称此种规律为统计规律。

与概率论相提并论的是数理统计学。数理统计的内容是用数学的理论和方法对随机系列进行分析和计算，主要以概率论为基础。同时，概率论往往把由数理统计所揭露的事实，提高到理论，从而丰富自己的内容。概率论和数理统计是密切联系着的，通常总是把它们称呼在一起。

概率论和数理统计学已单独成为一门数学分支，它们的理论是严谨的，它们的方法能解决许多实际问题。因此，目前已被广泛地运用于实践中。

§1-2　水文现象的必然性和随机性

水文现象和其它的自然现象一样，在它本身的发生、发展和演变过程中，包含着必然性的一面，也包含着随机性的一面。促使水文现象发生的根本原因，规定着它的规律性，这种规律性按照一定不移的秩序贯串在全部发展过程中，致使水文现象具有了必然性的一面。例如大气运行的结果，必

然会引起降雨而产生径流，以及水文情势以年为周期的循环性和明显的季节性等。这都充分表明了水文现象产生的必然性和不可避免性。可是，水文现象的发展过程，决不只由其根本原因所规定，另外还要受到周围许许多多因素或大或小的影响。这些影响的无限复杂性和多样性，促使水文现象在演变过程中不断地发生各种程度的非根本性的偏差，使得水文现象演变的固定秩序不能以纯粹的形式出现，而是伴随着无数可有可无、可以这样也可以那样的情况而出现。例如一次暴雨后，必然会产生径流，但径流的形成，受着许多气象和自然地理因子的影响，致使我们无法用其固有的规律推知其实际出现的数量以及其在时间和空间上的确切分布。这说明了水文现象的随机性和不确定性的一面。当然，在任何自然现象中，起主导和决定性作用的是必然性规律，但因伴随有随机性的因素，我们必须很好地来处理和研究它们。

必然性和随机性在水文现象的演变过程中，不但始终同时存在着，而且还相互联系着。革命导师恩格斯曾经说过：那些“被断定为必然的东西，是由纯粹的偶然性构成的，而所谓偶然的东西，是一种有必然性隐藏在里面的形式”（见《路德维希·费尔巴哈和德国古典哲学的终结》）。

必然性和随机性是相互联系而相互又有区别的一对范畴，不能把它们看作是绝对对立的。如果认为水文现象只能受必然性规律所支配，那就会忽视其随机性的一面，而排除概率和数理统计这一有效分析工具。另一方面，如果只看到水文现象的随机性方面，忽视规律性的分析，必然会导致迷信概率和数理统计以及其相应的数字结果，得出不切实际的结论。所以在水文分析中，必须对各有关因素进行详细研究，把研究必然性规律的物理成因分析和研究随机性规律的

概率统计分析密切结合起来，相辅相成地解决实际问题。

§1-3　事件和事件的种类

“事件”是概率论中最基本的概念，它是指在一定的条件组合下，在试验结果中所有可能出现或可能不出现的事情。事件分三类：

（1）必然事件　如果在条件组每次实现之下，某一事件在试验中不可避免地要发生，我们称此事件为此试验的必然事件。例如，水在760毫米水银柱的大气压力之下，加热到100℃时，则化为蒸汽。也就是说，在这两个条件（条件组）每次实现之下，水必然化为蒸汽。

（2）不可能事件　如果在条件组每次实现之下，某一事件在试验中永远不会发生，则称此事件为此试验的不可能事件。例如，天然河流如上游无阻水、蓄水建筑物，则洪水来临时必然涨水，发生断流是不可能事件。

（3）随机事件　如果在条件组每次实现之下，若某一事件在试验中可以发生也可以不发生，则称此事件为随机事件。在实际问题中，往往在一定条件组每次实现之下，可能出现的事件不只有一种，而有好几种，这种情形均称为随机事件。例如，盒中有红白黄三色的粉笔，任取一支，可能是红的，可能是白的，也可能是黄的，取出任何一色的粉笔都是随机事件。又如，每年汛期河流中必然会出现一次最大流量，对这种现象的本身来说完全不是随机的。但在每个年份里，这个最大流量可能大于所指定的流量，也可能小于或等于这个流量。因此，我们说该河流中每年最大流量在数量上的出现是随机事件。

为了简便起见，用A、B、C等字母来作为事件的代号。同时，在讨论两个或多个事件时，要表达这些事件之间的关系，若用文字来说明，可能很繁冗，因此引入一些记号来表达它们之间的关系。

事件$A+B$表示事件A和事件B中至少发生其中的一个事件。同样，事件$A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n$表示在事件A_1、A_2、……、A_n中至少发生其中的一个事件。

事件AB表示事件A和事件B同时发生的事件。如果事件A和事件B永远不可能同时发生，则称事件A和事件B为互斥（互相排斥）或互不相容。同样，事件$A_1A_2\cdots\cdots A_n$表示事件A_1、事件A_2、……、事件A_n均同时发生的事件。如果事件A_1、A_2……、A_n中任意两个均为互斥，则称它们为彼此互斥。

举例说明。钱币有正反两面，在一次投掷中，出现正面设为事件A，出现反面设为事件B。设第一次投掷时出现正反面的事件记为A_1及B_1。同样，第二次投掷记为A_2及B_2，第三次投掷记为A_3及B_3。事件$A_1+A_2+A_3$表示在连续三次投掷中，至少有一次出现正面的事件。事件$B_1B_2B_3$表示在连续三次投掷中都出现反面的事件。显然，事件A_1+B_1、A_2+B_2和A_3+B_3都是必然事件。事件A_1B_1表示在第一次投掷中，既要它出现正面，而同时又要它出现反面，当然是不可能事件。因此，事件A_1和B_1互斥。

再引进一个概念。如果$A+B$为必然事件，而A和B为互斥，则称B为A的补事件，用$\overline{A}$来代表B。同样，A为B的补事件，以$\overline{B}$代表A。例如，投掷钱币出现正面和出现反面互为补事件。

§1-4 概 率 的 意 义

每一事件的发生都有某种程度的可能性，有的可能性大一些，有的可能性小一些。例如，一枚硬币有正反两面，投掷一次的结果，或者是出现正面，或者是出现反面，可以直观断定出现正面或反面的可能程度是相等的。由于一枚硬币投掷一次的全部可能出现情况有两种，而实际出现只能是这两种情况中的一种，因此我们说出现正面或反面的可能性都是二分之一。又如，一年之中，降中小雨的次数较多，降大雨的次数少，而降特大暴雨的次数更少。由此可推知，每次降雨为中小雨的可能性大，为大雨的可能性小，为特大暴雨的可能性更小。如果把这种可能性的大小用数量来表示时，我们称这一数量为出现所指事件的概率。

概率分两类：一为事先概率，一为经验概率。如果某种事件的出现和不出现的种种情况的可能性都非常清楚地知道，象上述掷硬币问题那样，则叫做事先概率。若对某一类事件，我们不能预知其出现和不出现一切情况的可能性，象上述降雨问题那样，要估计它的概率，就只能通过多次观测试验来求得，则称之为经验概率。

经验概率在水文分析中叫做频率。水文现象中，如某一大小的降雨量或洪峰流量的发生率，其事先概率无法知道，这样我们仅能借助于已有的实测资料用数理统计法来估算它们的频率。由概率论中的大数定理得知，当观测试验次数很多时（即实测资料很多时），频率就非常稳定，甚至接近于一个常数。意思是说观测试验次数愈多，其频率愈准确。因此，在水文统计分析时，要求有足够多的资料。

必须说明，经验概率是从实践而得。可是不能认为事先概率是脱离实践而未卜先知的。事先概率的获得，也来源于实践，如掷硬币问题，人们通过多次试验，发现其正反面出现的概率几乎相等。经过了无数次的实践，才认识到它们在理论上的概率应相等，即各为二分之一。

不论在科学研究中或在日常生活中，预先估计做某件事的成败概率，是具有意义的。知道成败概率，常可在一定程度上作为我们在行动上的指导。

§1-5 概率的直接计算

有许多这样的经验，它的各种结果具有对称性。由于这种对称性，可知各种结果在客观上具有同等的可能性，或者说各种结果的概率相同。例如投掷一枚质量均匀的硬币，我们没有理由说，出现正面的可能性会比出现反面的可能性大一些或小一些，所以它们的概率相等。

对于结果为对称且具有同等可能的一切试验，可以应用下面的方法来计算。

设某一试验共有 n 种不同的可能结果，其中各个结果均具有对称性，即等可能性。如以 m 表示有利于出现事件 A 的可能结果数，则出现事件 A 的概率为：

$$P(A)=\frac{m}{n} \tag{1-1}$$

这个公式叫做概率直接计算公式，是概率计算中最基本的公式。概率论中常称它为古典概率公式。为了帮助理解，下面举出两个简单例子。

【例 1】 盒中装有形状和大小完全一样的10个圆球，其

中 4 个为红球， 6 个为白球，问任意取出一个红球的概率是多少？

【解】 因为全部可能结果数 $n=10$，而取红球的有利场合 $m=4$，故取出一个红球的概率为：

$$P(\text{一个红球})=\frac{4}{10}=0.4$$

【例 2】 在52张扑克牌中，任意抽取一张，问抽得K的概率是多少？

【解】 此例中 $n=52$，因K有 4 张，即$m=4$，故抽得一张K的概率为：

$$P(K)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$$

在式（1-1）中，如令$m=n$，即有利场合的可能结果数就是试验中的全部可能情况，则：

$$P(A)=\frac{n}{n}=1$$

概率等于 1 的意义是表示不论在哪一次试验中，我们欲求的事件总是出现的，此即必然事件。在例 1 中，如果取出一个红球也行，取出一个白球也行，这就是必然事件。

在式（1-1）中，如令$m=0$，也就是全为不利场合，则此时

$$P(A)=0$$

概率得零表示在每次试验中都不会出现欲求的事件，此即不可能事件。在例 1 中，如果要求取出一个黑球，当然取出来的不可能是黑球，这就是不可能事件了。

一般每次试验的结果可能出现这种情况，也可能出现那种情况，如在例 1 中，每次取出，可得红球（其出现概率为0.4），也可得白球（其出现概率为0.6），这类事件通称为

随机事件。随机事件的概率总是介于 0 与 1 之间，不可能是负数，也不可能大于 1，这是概率的一个重要特性。

试验结果的对称性，通常只能在组织得很巧妙的试验中见到，所以上述的计算方法，只能用于一些很简单的问题中，关于稍为复杂的问题，还要用别的方法。

§1-6 事件的频率

频率的概念，前面已作了一些介绍，这里作进一步阐述。

我们知道概率直接计算公式（1-1），只能适用于这样一类试验，就是在试验中每种可能结果的发生都必须具备对称性的条件。但在许多实际问题中，远不是所有试验都严格符合这个条件，当然不能再用式（1-1）了。举例来说，一个制作均匀的六面体，投掷一次，任何一面向上的概率都等于1/6。如果这个六面体制作得不甚均匀，那么某一面向上的概率可能比1/6大，也可能比1/6小，但它必然有一个客观存在的概率。这个概率可以通过大量试验而估算出，也就是说，可以用频率来估算概率。

频率的计算，同概率的直接计算相似。设做了一系列的试验，每次试验结果，事件 A 可以出现或不出现。我们把事件 A 出现的次数和试验的总次数相比叫做事件 A 在这一系列试验上出现的频率。以 n 代表试验的总次数，m 为事件 A 出现的次数，则事件 A 出现的频率为：

$$P^*(A)=\frac{m}{n} \qquad (1-2)$$

式中 P 的右上角注以星号，表示与式（1-1）中的符号 P 有

所区别。

实验证明，对于次数不多的试验，事件的频率有着明显的随机性。例如把一个硬币投掷10次，出现正面的次数不可能正好等于5次，可能是4次或更少，也可能是6次或更多。在另10次投掷中，又可能与第一次投掷的结果不一样。在试验次数加多之后，事件的频率就逐渐趋于稳定，而在某一较小的范围之内摆动。试验次数愈多，频率就愈接近于一个常量。掷硬币试验中，理论上讲，出现正面的频率应为0.5，以前曾有人作过投掷24000次的试验，结果有12012次出现正面，其频率为0.5005，这和理论值十分接近。

概率论中的大数定理，严格地证明了在试验次数很多很多时，频率接近于概率的事实。同时，实验也验证了这个理论的正确性，这给实际工作带来了巨大的方便。在水文现象中，多数事件（如某站日降雨量大于100毫米，洪峰流量超过10000米^3/秒等）的事先概率未知，这都可以通过逐年积累资料，用频率来推知概率。

在理论上和实际上给出频率和概率间有机联系这一点，具有很大的实际意义。当我们无法求得复杂事件的概率时，可以作多次试验，把事件出现的频率作为事件出现的概率的近似值。我们应当记住频率与概率之间有联系的概念，并且也要记住它们之间的区别。

总之，概率是表示随机事件在客观上可能出现的程度，是一个常量。频率是个经验值，随着试验次数的增多而趋近于概率值。所以复杂事件的概率是可以被认识的和可以设法估得的，不可知论和抱消极态度者都是不对的。水文事件同上述投硬币、抽扑克牌等简单事件不一样，因为水文资料不可能人为地在短时间内象简单事件那样重复作试验而获得，