成人高等教育教程丛书

高等数学

上册

计慕然 徐兵

北京航空學院出版社

成人高等教育教程丛书

高等数学

上册

计慕然　徐　兵

北京航空學院出版社

内 容 简 介

本书是作者在几年来为成人高等教育的“高等数学”教学讲稿的基础上，遵照国家教委工科院校高等数学课程教学指导委员会于一九八六年制定的数学课程教学基本要求及一九八一年十二月教育部审定的函授教学大纲改写而成。

作者注意到成人高等教育的特殊性及其特点，书中注意几何直观与物理解说。对一些难于理解或易于引起误解的概念与性质或指明问题的要点或提出思考题，以便引起读者正确理解。对于一些常见或重要的计算方法，书中给出一定的例题，并适当加以解说其方法要点。

全书共十四章，分上、下册出版。上册包括函数、极限、连续、导数、中值定理、导数应用、不定积分、定积分及其应用等八章。下册包括空间解析几何、多元函数的微分、重积分、曲线积分与曲面积分、级数及常微分方程初步等六章。

本书可供成人高等教育各专业选作教材或教学参考书。

高 等 数 学

GAODENG SHUXUE

（上 册）

计慕然 徐 兵

责任编辑 郭维烈

北京航空学院出版社出版

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经售

北京农业工程大学印刷厂排印

850×1168 1/32 印张：16.375 字数：440千字

1988年8月第一版 1988年8月第一次印刷

ISBN 7-81012-054-9/O·005

印数：8000册 定价：2.75 元

“成人高等教育教程丛书”编委会

主　任　刁正邦

副主任　李介水　白文林　王全斌　徐　兵

编　委　王绪威　蔡　勇　卢树森

　　　　金茂忠　朱淑桃

前　言

举办成人高等教育在北航已有三十年的历史。为了面向未来，回顾三十个春秋，我们培养了一批毕业生，也积累了一定的办学经验。

依据我国的实际条件和客观需要，《中共中央关于教育体制改革的决定》中要求我国今后十五年培养出两个“数以千万计”的各类专门人才。根据初步测算，要完成这一项历史性的任务，单靠发展全日制高等教育这一形式是不可能的。何况有大批在职人员和没有机会进入普通高等学校的高中毕业生有待深造。目前，各个企业、事业单位以至机关、学校、科研机构也需要通过适当途径，在不脱离工作岗位的条件下，有效地提高自己单位专业人员的素质。客观需要我国发展高等教育要“二条腿走路”，在办好全日制高等教育的同时，努力办好成人高等教育。

我校是重点高等院校，为了发展教育事业，成立了继续教育学院。学校已形成以教学、科研为中心，研究生、全日制本科生、继续教育三种教学方式并存的局面。我们继续教育学院今后的努力方向是提高成人高等教育的素质与效益，并把提高教学质量放在工作首位，和研究生、全日制本科生的培养一样，争取把成人高等教育也达到国内第一流水平。积三十年经验，我们觉得教材建设是至关重要的一环。好的教材对于任何教育形式都是重要的，而对于成人高等教育其重要性尤其突出。可以说，一整套体现成人高等教育特点，便于成人学习的优秀教材的产生过程，也就是教育质量提高的过程。现今成人高等教材存在着品种不齐

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

全、质量不平衡、特点不鲜明的问题，为了适应成人高等教育的发展，我们组织编写“成人高等教育教程丛书”。成书的过程是：几年来我们有意识地聘请一批在全日制教学中的骨干教师兼任成人高等教育教学工作，以摸清成人高等教育的特点及其与全日制教育的异同。而后聘请其中部分教师在其讲稿的基础上，参照国家教育委员会所属课程教学指导委员会一九八六年制订的教学基本要求和教育部审定的有关函授教学大纲，编写这套教材。我们期望这套丛书能有益于我国成人高等教育事业的发展。

北京航空学院副院长
北航继续教育学院院长　刁正邦

一九八七年十二月

编 者 的 话

本书是作者在几届成人高等教育“高等数学”课程教学的基础上，不断探索与研究成人高等教育的特点及其与全日制教育的异同。结合作者多年来全日制“高等数学”课程教学经验，遵照国家教育委员会所属工科数学课程教学指导委员会于一九八六年制定的“教学基本要求”与教育部于一九八一年十二月审定的函授数学教学大纲改写而成。

作者注意到成人高等教育的特殊性及其特点，书中注意几何直观与物理解说。对于一些难于理解或易于引起误解的概念与性质或指明问题的要点或提出思考题，以期引导读者注意理解有关概念与性质的实质。对于一些常见或重要的计算方法，书中给出较多的例题，并适当加以解说方法的要点与应该注意的问题，力图使读者能熟练掌握基本方法。

在每节后面，选配了一定的思考题和习题，以便于读者掌握所学知识，在每章后面选配有一份自我检查题，以备读者自我检测，达到巩固提高之目的。

本书共十四章，上册为一元函数微积分，包括第一章至第八章由计慕然执笔。下册为多元函数微积分、微分方程。包括第九章至第十四章由徐兵执笔。两人相互审定。

本书可供成人高等教育选作“高等数学”课程教材或教学参考书。

由于作者学识有限，疵误难免，恳请读者批评指正。

编者一九八七年十月

于北京航空学院

说　明

本书教学参考学时范围为190～210学时。

遵照工科数学课程教学指导委员会一九八六年制定的教学基本要求中的提法：基本要求的高低用不同的词汇加以区分，对概念、理论从高到低用“理解”、“了解”、“知道”三级区分。对运算、方法从高到低用“熟练掌握”、“掌握”、“会”或“能”三级区分、“熟悉”一词相当于“理解”并“熟练掌握”。

目　　录

(上册)

第三章　连续性

第四章　导数与微分

第五章　微分学基本定理

第六章 导数的应用

第七章 不定积分

第八章 定积分及其应用

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(下 册)

第一章　函　数

教学基本要求

1. 理解函数的概念，明了函数定义的两个基本要素及函数的基本表示法；

2. 了解函数的有界性、单调性、奇偶性和周期性；

3. 了解反函数、隐函数与复合函数的概念；

4. 熟练掌握基本初等函数的性质及其图形；

5. 熟练将初等函数拆成为一串基本初等函数。

函数的概念是数学中重要概念之一，它是现代数学各分支的主要研究对象。

§1.1 函数概念

一、常量与变量

在实际考虑的问题中，往往离不开数量。有些数量在整个过程中，其值始终保持不变，这些量称为常量或常数；有些量在整个过程中可以取不同的数值，这些量称为变量或变数。

例如，在考虑自由落体的问题中，物体的初始位移 S_0、初始速度 V_0 及重力加速度 g 是常量，而时间 t 和物体的位移 S 则是变量。

需要注意的是，一个量究竟是常量还是变量，往往要看具体的问题。

例如，在电流 I 通过负载 R 时，在负载 R 的两端产生电压

V，它们之间有

$$V = IR$$

根据问题的需要，有时 I 是常量，R 和 V 是变量；有时 R 是常量，I 和 V 是变量；当然需要时，将 I，R 和 V 都视为变量也是可以的。

二、函数定义

在实际问题中，经常会遇到两个变量之间存在某种关系。为此，引进函数的概念。

定义 有两个变量 x 和 y。若对变量 x 在允许范围内的每一个确定的值，变量 y 按照一个确定的规则有一个或多个值与之对应，则称 **y 为 x 的函数**，记为 $y=f(x)$。其中变量 x 称为**自变量**、变量 y 称为**因变量**。

例如 $y=x^2+1$

对于任意的 x，变量 y 按规则——自变量 x 的平方再加 1 与 x 对应，因此 $y=x^2+1$ 即建立了 y 与 x 之间的函数关系。

思考题 1 $y=c$（常数）是否建立了 y 与 x 的函数关系？

在函数的定义中，必须注意函数的定义域和函数的对应规则。

1. 函数的定义域

所谓函数的定义域，将是自变量 x 所允许的变化范围。我们通常遇到的定义域有离散点集和区间。

离散点集是指由有限个点或无限多个点所组成的集合。如全体自然数集合；全体整数集合；非负奇数集合；全体有理数集合，等等。

区间是指介于两个实数之间的全体实数所组成的集合。

若 a、b 为两个实数，且 $a<b$，则

满足 $a<x<b$ 的全体实数 x 的集合称为**开区间**，记为 (a, b)。

满足 $a\leqslant x\leqslant b$的全体实数x的集合称为**闭区间**，记为$[a,b]$。

满足 $a<x\leqslant b$ 的全体实数x 的集合称为**左开右闭区间**，记为 $(a, b]$

满足 $a\leqslant x<b$ 的全体实数 x 的 集 合称为**左闭右开区间**，记为 $[a、b)$。

左开右闭区间和左闭右开区间统称为**半开半闭区间**。

以上四种区间皆是有限区间，即变量只是在一个有限的范围内变化。以后还会经常遇到无限区间。我们规定

$(a, +\infty)$ 表示大于 a 的全体实数所组成的集合。

$[a, +\infty)$ 表示大于或等于 a 的全体实数所组成的集合。

$(-\infty, b)$ 表示小于 b 的全体实数所组成的集合。

$(-\infty, b]$ 表示小于或等于 b 的全体实数所组成的集合。

$(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数所组成的集合。

如何确定函数的定义域呢？

如果因变量 y是通过自变量x 经过一系列运算所得到，那末**函数的定义域将是使运算关系式有意义的点x 的全体**。要使运算关系式有意义，就要考虑到分母不能为零；负数不能开偶次方；零和负数没有对数；绝对值大于1的数不能取反正弦和反余弦；$k\pi+\frac{\pi}{2}$ （k 为整数）不能取 正 切；$k\pi$ （k 为 整 数）不能取余切；等等。

例1 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{1+x^2}$　　　(2) $y=\frac{1}{x}\lg(x+1)$

(3) $y=\arcsin\frac{x-1}{2}+\sqrt{x-2}$　　(4) $y=\frac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{4-x^2}}$

解

(1) $y=\sqrt{1-x^2}$

$1-x^2\geqslant 0$

$-1\leqslant x\leqslant 1$

因此，$y=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 $-1\leqslant x\leqslant 1$

(2) $y=\dfrac{1}{x}\lg(x+1)$

$$\begin{cases} x\neq 0 \\ x+1>0 \end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases} x\neq 0 \\ x>-1 \end{cases}$$

因此，$y=\dfrac{1}{x}\lg(x+1)$ 的定义域为 $-1<x<0$ 和 $x>0$

(3) $y=\arcsin\dfrac{x-1}{2}+\sqrt{x-2}$

$$\begin{cases} \left|\dfrac{x-1}{2}\right|\leqslant 1 \\ x-2\geqslant 0 \end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases} -1\leqslant x\leqslant 3 \\ x\geqslant 2 \end{cases}$$

因此，$y=\arcsin\dfrac{x-1}{2}+\sqrt{x-2}$ 的定义域为 $2\leqslant x\leqslant 3$

(4) $y=\dfrac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{4-x^2}}$

$$\begin{cases} x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2} \\ 4-x^2>0 \end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases} x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2} \quad (k为整数) \\ -2<x<2 \end{cases}$$

因此，$y=\dfrac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域为 $-2<x<-\dfrac{\pi}{2}$，$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ 和 $\dfrac{\pi}{2}<x<2$

如果所考虑的问题是某个实际问题，那末除了要保证运算关系式有意义之外，还要保证实际问题有意义。

例如，在一边长为a的正方形纸片四个角上各去掉一个边长为x的小正方形（如图1-1所示），从而可做成一个无盖的小盒。记小盒的容积为y，则有

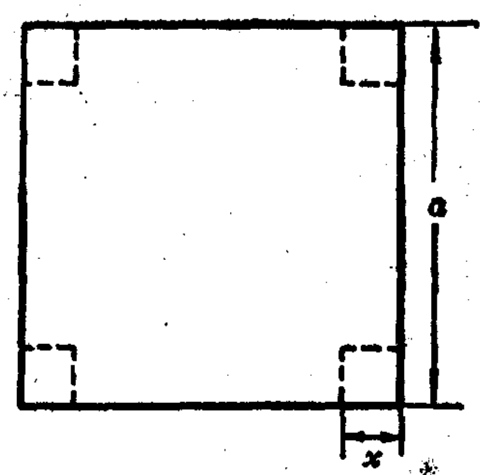

图 1-1

$$y=x(a-2x)^2$$

容易看出，此函数对任意的x，关系式都是有意义的，但由于x是截去的小正方形的边长，它必须满足$0<x<\frac{a}{2}$，因此该函数的定义域是

$$0<x<\frac{a}{2}$$

2. 函数的符号

在函数记号$y=f(x)$中，$f(x)$是一个整体的记号，它并不是f与x的乘积，而只是表明两变量x与y之间存在某种函数关系。而f表示了一种因变量y与自变量x的对应规则，也就是给定x后，将通过对应规则f得到相应的y值。例如，$f(x)=\frac{1}{2}x^2$中的f表示取自变量平方的一半；$f(x)=x-x^2$中的f则表示取自变量与自变量平方之差。

用f表示对应规则，即函数用$y=f(x)$来表示，这仅仅是习惯写法，我们完全可以用$y=g(x)$、$y=\varphi(x)$或者$y=\psi(x)$等等来表示y与x的函数关系。必须注意，在同一个问题中，为了

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com