

石油工业出版社

钻井力学基础

编著 赵国珍 龚伟安



TE2/003

069911



钻井力学基础

赵国珍 龚伟安 编著

5972/06



200434422

石油工业出版社

内 容 提 要

本书结合钻井工艺与装备的实际问题,系统地介绍了力学基础理论在钻井工程中的应用。内容包括牙轮钻头、钻柱、井口工具、井架受力分析与强度计算,井斜控制原理及实用计算,钻机及泥浆固控设备的工作原理。本书取材新颖,具有理论分析与实用性并重的特点。

本书可供从事钻井工程或矿场机械的科研、设计以及现场工程技术人员阅读,也可作为院校有关专业师生的参考书。



钻 井 力 学 基 础

赵国珍 龚伟安 编著

石油工业出版社出版
(北京安定门外安华里二区一号楼)
北京顺义燕华营印刷厂排版印刷
新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 16开本 23⁵/₄印张 596千字 印1—3,000

1988年2月北京第1版 1988年2月北京第1次印刷

书号: 15037·2878 定价: 4.40元

ISBN 7-5021-0033-4/TE·33

前 言

力学是研究解决钻井工艺技术问题和设计、正确使用钻井设备的重要理论基础。随着钻井技术的发展,尤其是电子计算机在钻井工程中的应用,这个问题便更加明显。本书的主要内容是从力学的角度,分析介绍钻井设备的工作原理,解释钻井技术的合理采用,并结合钻井工艺与设备的实际问题,介绍力学基础理论在钻井工程中的应用。如结合岩石破碎机理介绍空间应力状态和强度理论;结合钻柱受力分析和防斜原理介绍杆件纵横弯曲、组合变形计算和疲劳强度计算;结合井架介绍压杆稳定计算和有限元法概念;结合钻机起升设备强度分析介绍极限设计的概念;并结合牙轮钻头和钻机工作原理介绍运动学和动力学基本理论;结合泥浆固控设备和钻柱振动及钻具减震器介绍机械振动的基本理论等。

在内容选择上,本书以介绍钻井工具与钻具为主,对钻井设备则着重介绍钻机起升设备的有关力学问题。各章内容多取自近年来国内外公开发表的专业文献,包括作者已发表的论文。考虑到美国石油学会(API)标准已愈来愈为世界钻井工作者所采用,本书着重介绍API标准计算方法。在编写方法上,力求做到联系实际、深入浅出。但由于作者水平所限,同时编写这类书是一种新的尝试,本书肯定会存在不少问题和不妥之处,敬请读者批评指正。

全书经任康生高级工程师,陈如恒、张绍槐、郝俊芳三位教授审阅,提出了很多宝贵意见,特此深表谢意。

目 录

第一章 牙轮钻头的工作原理	(1)
第一节 岩石及其力学性质	(1)
第二节 牙轮钻头的运动与受力分析	(7)
第三节 牙轮钻头破碎岩石的机理	(21)
第二章 钻柱受力分析及强度计算	(40)
第一节 钻柱上作用力的一般概述	(40)
第二节 浮力对钻柱受力的影响	(41)
第三节 钻柱在井下的弯曲变形及临界状态	(45)
第四节 钻压与扭矩联合作用下钻柱的工作特性及空间螺旋线的形成	(50)
第五节 钻柱在井眼内的旋转形式与接头偏磨	(57)
第六节 能量法在研究钻柱弯曲与变形中的应用	(60)
第七节 钻柱组件的力学性能	(67)
第八节 钻柱的强度设计	(79)
第九节 卡钻、倒扣、套铣及双向载荷下钻杆的受力分析与计算	(83)
第十节 井下几种特殊钻具的应用原理	(95)
第十一节 钻柱振动理论与固有频率计算	(101)
第十二节 钻具减震器的力学原理及其选用	(113)
第十三节 井下钻具断裂事故的力学分析及其预防	(117)
第三章 井斜及其控制原理和实用计算	(143)
第一节 钻头受力与井斜控制的实质	(143)
第二节 组合钻具的防斜原理及实用计算	(151)
第三节 能量方法在计算弯曲井眼内钟摆钻具扶正器位置中的应用	(168)
第四节 多扶正器满眼钻具的近似计算理论(修正的霍奇公式)	(173)
第五节 近钻头扶正器在防斜中的作用	(177)
第六节 纵横弯曲梁理论在井下组合钻具变形与受力分析中的应用	(178)
第七节 利用钻头轴线转角最小准则计算井内单扶正器位置	(191)
第四章 钻机起升设备的工作原理及其计算	(201)
第一节 钻机及其工作负荷的基本特点	(202)
第二节 起钻运动学和动力学	(208)
第三节 下钻运动学与受力分析	(223)
第四节 起升设备的强度分析与计算	(233)
第五章 泥浆固相控制设备的工作原理	(252)
第一节 概述	(252)
第二节 泥浆振动筛的动力学分析(椭圆筛和圆筛)	(254)
第三节 无强迫联系双轴自同步技术及直线振动筛	(264)

第四节	振动筛筛面上固相颗粒运移机理及参数选择	(269)
第五节	水力旋流器	(281)
第六节	离心分离机及除气器的工作原理	(288)
第六章	井口工具的受力与强度	(291)
第一节	吊环	(291)
第二节	吊卡	(298)
第三节	卡瓦及其悬挂管柱的受力分析	(305)
第四节	钻具大钳及旋绳	(315)
第五节	井口装置的受力分析与强度计算	(325)
第七章	井架受力分析与计算	(337)
第一节	井架的外载计算和受力分析	(338)
第二节	井架的内力计算和强度校核	(345)
第三节	井架整体稳定计算	(357)
第四节	井架安装中的一些力学问题	(365)

第一章 牙轮钻头的工作原理

从一九〇九年美国休斯公司 (Hughes Tool Co.) 设计生产了第一只牙轮钻头开始到现在已近八十年, 目前牙轮钻头仍是国内外油气田勘探开发中使用最广泛的钻进工具。多年来, 牙轮钻头主要环绕着结构设计、材质选择和制造工艺三方面不断改进, 质量不断提高。但由于井下条件的复杂性, 钻头至今仍基本上停留在经验设计阶段。本章在概要介绍岩石力学性质的基础上, 对三牙轮钻头的运动学和动力学进行分析, 并根据国内外实验研究的结果, 对牙轮钻头破碎岩石的机理进行综合介绍。

第一节 岩石及其力学性质

钻井工程的主要任务是合理地选择钻进工具和工艺措施, 经济有效地进行钻进。岩石是钻头的直接工作对象, 因此, 钻头的合理选择和设计, 在很大程度上取决于我们对岩石性质和破碎机理的认识。

一、岩石的构成特点

组成地壳的岩石, 按其成因特征可分为岩浆岩 (火成岩)、沉积岩和变质岩三大类。如果把变质岩也包括在岩浆岩和沉积岩之内, 则在地壳内, 岩浆岩约占95%, 沉积岩占5%。石油和天然气勘探遇到的主要是沉积岩。

岩石都是矿物的集合体。组成岩石的矿物称为造岩矿物。造岩矿物主要有石英、正长石、斜长石、辉石、赤铁矿、白云石、云母、方解石、石膏、岩盐、高岭土等十余种。

岩石的组织一般用结构和构造两个特征来表示。

岩石的结构是指岩石微观组织特征, 即组成岩石的微晶体或碎屑的粒度、形状和表面性质。从这方面来看, 沉积岩可分为结晶沉积岩和碎屑沉积岩两大类。

结晶沉积岩是矿物晶粒的集合体。它是由于盐类物质从水溶液中沉淀, 或者由于在地壳上发生的化学反应而形成的。常见的结晶沉积岩有石灰岩、白云岩、泥灰岩、石膏等。

碎屑沉积岩则是由岩石碎屑经沉积、压缩, 最后由流经沉积物的溶液中沉淀出来的胶结物胶结而成。常见的碎屑沉积岩有砾岩、砂岩、泥岩等。

岩石的构造特征主要是指层理、片理和孔隙度。层理是指在垂直方向上岩石构成成分的变化。片理是指岩石沿平行平面分裂为薄片的能力。孔隙度是指岩石中的孔隙体积与岩石总

表1—1 沉积岩石的密度

岩 石	密度, g/cm^3	岩 石	密度, g/cm^3
砂 岩	2.40~3.20	石 灰 岩	2.41~2.98
粉 砂 岩	2.40~3.04	白 云 岩	2.55~3.19
泥 质 板 岩	2.63~2.86	硬 石 膏	2.72~2.99
泥 灰 岩	2.37~2.92	盐 岩	2.10~2.20

体积之比。

从钻井角度来看,岩石的密度和容重是主要的物理特性。岩石的密度常用容重来衡量。容重是指在自然条件下,岩石单位体积的重量。常见沉积岩石的密度如表1—1所示。

二、岩石的力学性质

岩石的力学性质是指岩石在受力过程中表现出来的性质。它主要包括弹性、塑性、硬度和强度。

1. 弹性

物体的弹性是指外力撤离后,尺寸和形状能完全恢复的特性。弹性变形从本质上来说,是由于外力破坏了组成物体各质点间原来存在的吸引力和排斥力间的平衡状态,使质点间的距离发生了变化,从而建立起新的平衡。外力撤消后,各质点在相互作用力的作用下,又恢复到原来的平衡状态。

描述弹性的主要指标有:弹性模量 E 、泊松比 μ 和剪切弹性模量 G 。

一般造岩矿物和有些脆性岩石可以近似认为是弹性体。它们受力后,应力 σ 和应变 ε 在弹性变形阶段存在着直线关系,弹性模量为常数,即符合虎克定律。对于大部分岩石来说,由于结构与构造的多变性,一般都不符合虎克定律,其弹性模量常是随载荷的性质、大小和加载速度而变化的。一般岩石在压缩时的弹性模量最大,为拉伸时弹性模量的1.5~4.0倍,而弯曲时的弹性模量则为拉伸弹性模量的1.1~1.3倍。动载时的弹性模量常大于静载时的弹性模量。岩石的泊松比也是随其结构、构造而在很大范围内变化的($\mu=0.1\sim0.45$)。因此,应该指出:确定岩石的弹性指标,并不意味着岩石是弹性体,岩石的弹性指标是指在规定的标准条件下的测定值。常见岩石在单向压缩条件下的弹性模量和泊松比如表1—2所示。对多数岩石,泊松比可近似取 $\mu=0.25$ 。

表1—2 岩石的弹性模量和泊松比

岩 石	弹性模量 E $\text{kPa}\times 10^7$	μ	岩 石	弹性模量 E $\text{kPa}\times 10^7$	μ
粘土	0.03	0.38~0.45	花岗岩	2.5~5.9	0.26~0.29
致密泥岩	—	0.25~0.35	玄武岩	5.9~10.0	0.25
页岩	1.5~2.5	0.10~0.20	石英岩	7.4~10.0	—
砂岩	3.2~7.6	0.30~0.35	正长岩	6.7	0.25
石灰岩	1.3~8.4	0.28~0.33	闪绿岩	6.9~10.0	0.25
大理岩	3.8~9.0	—	辉绿岩	6.9~11.0	0.25
白云岩	2.1~16.2	—	盐 岩	—	0.44

2. 岩石的塑性和脆性

物体去掉外力后,不能完全恢复而留下的残余变形,称为塑性变形。有些岩石,如石英等,在受外力破碎前,只产生弹性变形,而无明显的塑性变形,这种岩石称为脆性岩石;有些岩石,如大理石等,在外力作用下,先产生弹性变形,继而发生塑性变形,最后产生脆性破坏,称为塑脆性岩石;还有少数岩石,加很小外力便产生塑性变形,并不发生脆性破坏,称为塑性岩石。

岩石的塑性一般用塑性系数 K 来表示。塑性系数是岩石在压模压入情况下,破碎前发生弹性和塑性变形所需能量的总和与弹性变形能之比值。图1—1为各种典型岩石用压模压入过程的简化变形曲线。

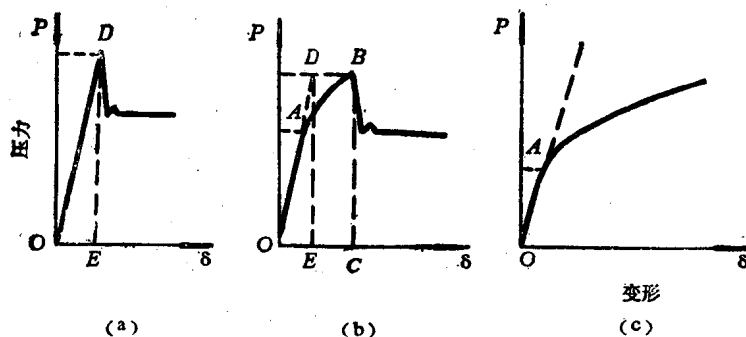


图1—1 平底圆柱压头压入时岩石变形曲线

(a) —脆性岩石(石英岩); (b) —塑脆性岩石(硬石膏); (c) —高塑性和高孔隙性岩石

图中(a)为脆性岩石的变形曲线, 面积ODE为破碎前消耗的弹性变形能, 因为此种岩石破碎无塑性变形, 故塑性系数为1; 图中(b)为塑脆性岩石的变形曲线, 其塑性系数为

$$K = \frac{\text{面积OABC}}{\text{面积ODE}}$$

图中(c)为塑性岩石的变形曲线, 因其不存在脆性破碎点, 故可认为 $K = \infty$ 。

岩石的塑性不仅与组成岩石矿物的性质、岩石的结构和胶结物的性质有关, 而且孔隙度和湿度也有很大影响, 一般孔隙度愈大, 湿度增加, 都会使岩石的塑性增加。

常见岩石的塑性系数如表1—3所示。

3. 岩石的硬度

岩石的硬度是指岩石抵抗其他物体压入的能力。莫氏硬度是一种简单通用的矿物硬度表示方法。它是选用滑石、石膏、方解石、萤石、磷灰石、正长石、石英、黄玉、刚玉和金刚石等十种标准矿物为代表, 并设滑石硬度为1, 金刚石硬度为10, 按矿物软硬顺序依次把硬度分为十级, 后者可以在前者表面上划出沟痕, 也就是说莫氏硬度是反映了一种矿物抵抗另一矿物侵入的能力。

在钻井工程中, 常用史立涅尔(Шрейнер, Л. А.)提出的岩石压入硬度, 表1—3给出了常见岩石的压入硬度, 为便于对照, 表中同时给出了岩石的弹性模量和塑性系数。压入硬

表1—3 常见岩石的硬度和塑性系数

岩 石	硬 度 kPa × 10 ⁵	塑性系数K	弹性模量E kPa × 10 ⁷
粘土	—	∞	0.1~0.3
泥质页岩	2~17	1.3~3.3	0.5~3.0
砂岩和粉砂岩	2~33	1.3~4.3	0.5~3.5
硬石膏	10~15	2.9~4.3	1.8~5.4
石灰岩	8~25	1.9~7.0	1.3~8.4
白云岩	10~32	1.5~6.0	2.1~16.2
燧石和硅化灰岩	36~70	1.0~2.3	>10

度能更好地反映钻井过程中岩石抵抗破碎的能力，故得到广泛地应用。它是采用与岩石平面接触面积为—常数的柱形平底压模作为工具，并把在压模作用下，岩石发生一次破碎时，压模单位面积上需加的压力作为岩石的硬度。因此，压入硬度的单位为kPa。

造岩矿物的成分、颗粒度、胶结物的性质都影响岩石的硬度。此外，岩石的层理对硬度也有明显的影响，同一岩石，平行层理方向的硬度常为垂直层理方向硬度的1.1~1.8倍。

4. 岩石的强度

岩石抵抗机械破坏的能力称为强度。和金属材料一样，根据外载作用或变形性质不同，岩石的强度一般可分为抗拉、抗压、抗剪和抗弯强度，以及复杂应力状态下的强度等。但与金属相比，由于岩石的构成组织更不均匀、不连续和明显的各向异性，所以，同一岩石在不同变形方式和不同应力状态下，强度会有很大区别。

在简单的单轴应力状态下，岩石的抗压强度常大大超过抗拉强度。这是由于岩石受压时，颗粒间的距离缩小，颗粒间相互作用力增加，而受拉时，颗粒间距离加大，相互作用力减弱的原故。如设抗压强度为100，则根据实验，泥质页岩、砂岩、石膏和石灰岩的抗拉、抗弯和抗剪强度关系如表1—4所示。

表1—4 岩石的相对强度（以%表示）

岩 石	压 缩	剪 切	弯 曲	拉 伸
泥质页岩	100	—	28	12
砂 岩	100	10~12	6~20	2~5
石 膏	100	—	35	11
石 灰 岩	100	15	8~10	4~10

影响岩石强度的因素很多，如造岩矿物和胶结物的性质、岩石的容重和孔隙度、岩石的层理等。应该指出的是层理对岩石的影响表现为岩石有明显的各向异性，同时与层理对硬度

表1—5 岩石的抗压、抗拉和抗剪强度

岩 石	岩 石 强 度 极 限, kPa		
	抗 压	抗 拉	抗 剪
粗粒砂岩	139300	5040	—
中粒砂岩	148100	5100	—
细粒砂岩	181400	7800	—
页岩	13800~59900	1670~7850	—
泥岩	17700	3140	—
石膏	16700	1860	—
含膏石灰岩	41200	2350	—
安山岩	96700	5690	9410
白云岩	158900	6770	11570
石灰岩	135300	8920	14220
花岗岩	162800	11770	19420
正长岩	211000	14020	21670
辉长岩	255600	13240	23930
石英岩	299100	14120	30000
辉绿岩	336400	13140	34030

的影响相反，垂直层理方向的抗压强度常大于平行层理方向的抗压强度。这是因为岩石层理面间的联结力比较薄弱，在沿平行层理方向加压时，岩石将首先从层理面裂开。一般岩石在常温常压下的各种强度如表1—5所示。

三、岩石在钻井模拟条件下的机械性质

石油钻井过程中，特别在油气井较深时，岩石处于高压、高温和多向压缩条件下，机械性质将发生很大变化。因此，研究深井模拟条件下岩石的机械性质，对合理选择设计钻头，具有更重要的实际意义。

在地层条件下，岩石处于多向压缩应力状态，图1—2为井底岩石受力状态示意图。在井眼周围处地层中的岩石主要承受四种压力，即：

- (1) 上部岩石的覆盖压力 p_o ;
- (2) 周围岩石的横向围压 p_o ;
- (3) 岩石孔隙液体的孔隙压力 p_p ;
- (4) 井内泥浆柱压力 p_h 。

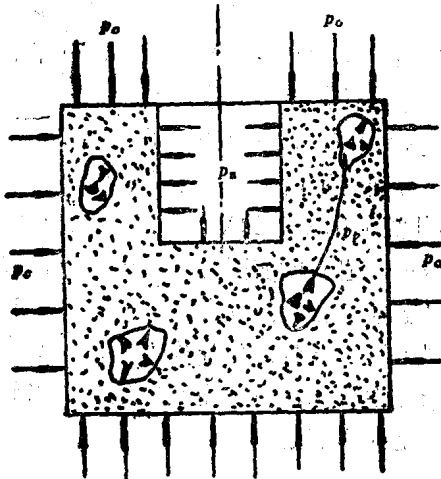


图1—2 井眼周围地层岩石受力模拟图

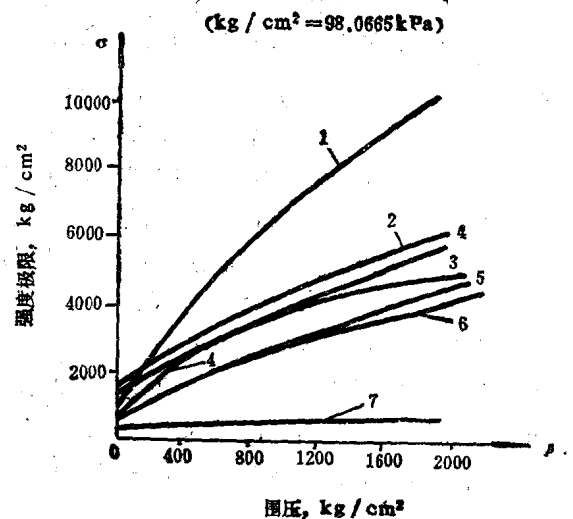


图1—3 围压对岩石强度的影响 (室温24°C)

1—石英砂岩; 2—白云岩; 3—硬石膏; 4—大理岩;
5—砂岩和石灰岩 (曲线重合); 6—页岩; 7—岩盐

关于岩石在多向应力状态下的机械性质，从1911年V.卡尔曼 (V.Karman) 进行了第一个三轴应力实验以来，已经进行了大量的实验研究，77~78年美国盐湖城钻井实验研究室，又建立了全尺寸深井模拟实验装置，开展了更接近实际井底条件的实验^[10]。综合现有实验研究成果得出以下几点结论。

(1) 岩石的硬度和强度随井深增加而增加。随井深的增加，各向压缩加大，组成岩石颗粒间的距离减小，从而使颗粒间的相互作用力增加，对外载的抗力也增加。图1—3表示在常温条件下，随围压的增加，岩石强度增加的情况。图1—4表示在常温下，各向压缩对岩石硬度的影响。

(2) 随井深增加，各向压缩增加，岩石塑性也增加，各种岩石将先后发生从脆性到塑性的转变。这个从脆性到塑性的转变压力，称为临界压力。三轴应力实验证明，对白云岩临界压力为：103420~151680 kPa (15000 psi~22000 psi)；对砂岩临界压力为 41370~68950

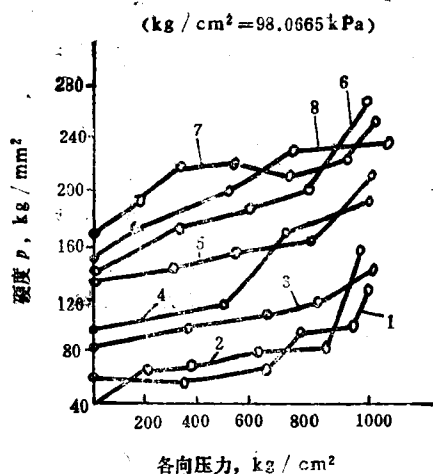


图1—4 各向均压对岩石硬度的影响

1、2—泥灰岩；3—大理岩；4—石灰质粘土；
5、6—泥质灰岩；7—白云化灰岩；8—石灰岩

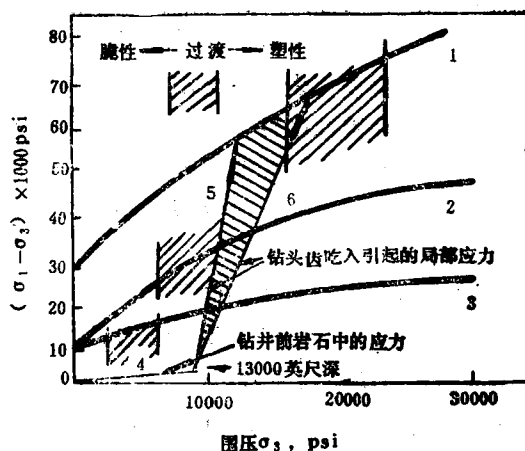


图1—5 岩石的脆—塑性转变压力

1—白云岩；2—砂岩；3—页岩

kPa(6000~10000psi)；对页岩临界压力为17240~41370kPa(2500~6000psi)。1978年盐湖城钻井研究室在全尺寸深井模拟实验装置上，对上述三种岩石进行了试验，实验模拟井深3962m(13000ft)，试验取 $p_o=89630\text{kPa}(13000\text{psi})$ ， $p_c=0.7$ ， $p_o=62740\text{kPa}(9100\text{psi})$ ，并取 $p_p=0$ ，实验结果如图1—5所示。图中曲线1、2、3分别表示白云岩、砂岩、页岩在不同围压条件下的极限强度，曲线4表示在模拟条件下，随井深（围压）的变化，岩石的应力变化。由图可知，一直到3962.4m(13000ft)，在未加钻压前，岩石的实际应力是远小于破坏应力的，但当钻头接触井底，并加钻压后，与钻头牙齿接触部分岩石的局部应力，沿直线5或6急剧增加，一直达到强度极限而使岩石破碎。同时由图可以明显看出，牙齿吃入时，对页岩和砂岩将产生塑性破坏；而对白云岩，因仍基本上处于脆性状态，应产生脆性破碎。由砂岩和白云岩的实际井底破碎图（见图1—6和图1—7），完全证实了这一点。

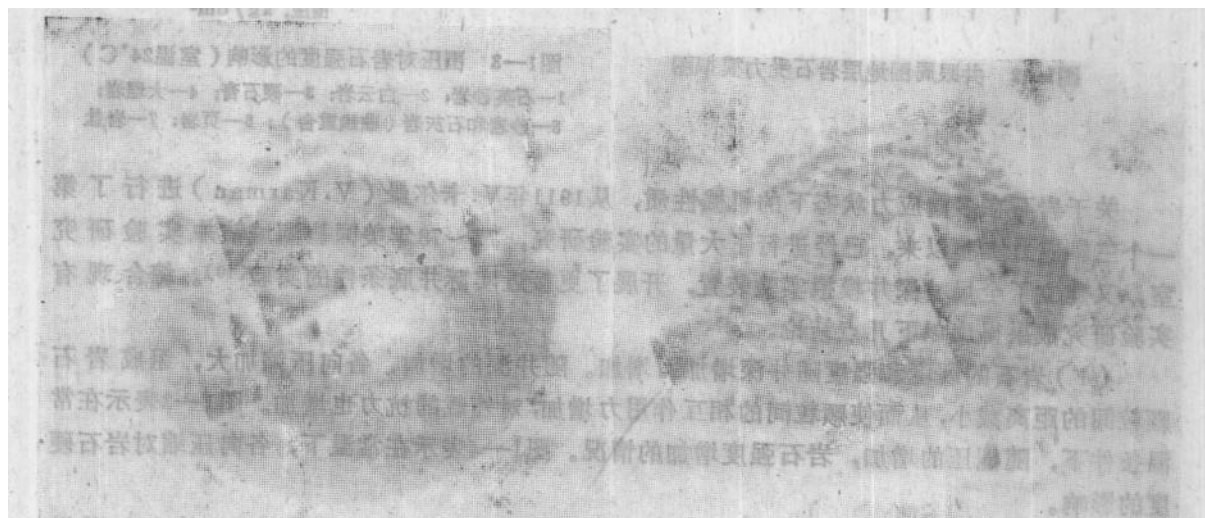


图1—6 在模拟条件下砂岩井底破碎图

图1—7 在模拟条件下白云岩井底破碎图

(3) 如岩石存在一定的孔隙压力 p_p ，则会降低岩石的“各向压缩效应”，使其强度和

塑性都将有所下降。实验证明,此时岩石的强度将不是随围压变化,而是随围压与孔隙压的差值($p_c - p_p$)而变化。设由围压产生的应力为 σ_c ,孔隙压产生的应力为 σ_p ,则 $\sigma_e = \sigma_c - \sigma_p$,称为有效应力(*Effective Stress*)。岩石的强度将随 σ_e 而变化,实验结果如表1—6所示。由表可知,只要有效应力 σ_e 不变,对不同围压,岩石的极限强度,基本上是一样的。

表1—6 有效应力对岩石强度的影响

围 压 $p_c = \sigma_c$, kPa	孔 隙 压 力 $p_p = \sigma_p$, kPa	有 效 应 力 $(\sigma_c - \sigma_p)$, kPa	岩石极限强度 kPa
0	0	0	58644
33833	33833	0	57271
13533	6767	6767	103950
20300	0	20300	167694
33833	13533	20300	165830
43934	23634	20300	163477
67666	47366	20300	163869
93833	0	33833	206920
47366	13533	33833	207705
47666	33833	33833	208587
54133	0	54133	24883
47666	13533	54133	245559

(4) 随井深增加,地层温度将逐步上升,一般地温梯度可设为: $0.03^\circ\text{C}/\text{m}$,岩石在各方压缩的情况下,随温度上升,抗压强度将有所降低,同时塑性增加。但温度对各种岩石强度的影响是不一样的。如对方解石,温度变化对强度的影响很大;而对白云岩,则基本上没有影响。

(5) 牙轮钻头的牙齿是在牙轮旋转过程中以一定的冲击速度相继吃入地层的。岩石的机械性质与加载速度也有关系,一般随着冲击速度的提高,岩石的塑性系数下降,而硬度及屈服强度上升,尤其当冲击速度大于 35m/s 时,硬度和强度会急剧上升,这是由于变形和应力扩展都需要一定时间的原故。但对牙轮钻头破碎岩石来说,一般牙齿冲击岩石的速度不大于 5m/s ,故在用牙轮钻头钻井的条件下,可以认为,岩石的机械性质与静压入的情况并没有明显的区别。

第二节 牙轮钻头的运动与受力分析

牙轮钻头工作时,由于井下条件的复杂性,运动和受力情况都是很复杂的。虽然过去国内外曾先后从事过不少实验研究,但到目前为止,还未能从理论上建立起定量的运动与受力关系。因此,目前牙轮钻头的设计仍基本上处于经验设计阶段。

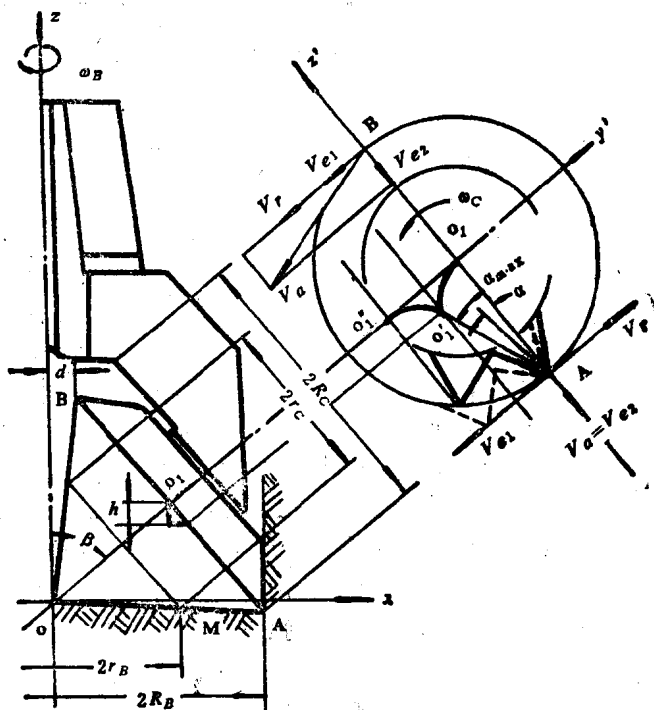
一、牙轮钻头的运动分析

根据刚体力学的基本原理,刚体在空间的任意运动,总可以分解为几个简单运动的合成。为简化分析,假设钻头各部件为刚体,并设钻头旋转轴与井眼中心线相重合,同时略去钻柱振动、钻头进尺和井底形状不规则的影响,则钻头在井底的运动,可以近似认为是由以下三种运动合成的:

(1) 钻头绕井眼中心线的整体转动,即公转运动;

(3) 随牙轮单双齿交替着地而形成的钻头周期性纵向运动。

55



标系，一个是固定于井底的定坐标系 $oxyz$ ，一个是固定在牙轮轴线上，随牙轮旋转的动坐标系 $ox'y'z'$ 。M点绕牙轮轴自转是相对于动坐标系的运动，称为相对运动。而钻头的整体旋转和纵向运动是动坐标系相对于定坐标系的运动，称为牵连运动，二者的合成即M点相对于定坐标系的运动，称为绝对运动。

设 V_r 表示在牙轮任意半径 r 处M点的相对速度,即随牙轮自转的线速度, V_e 表示M点的牵连速度,即动坐标上与M重合点随钻头整体运动的线速度,它是由钻头旋转的牵连速度 V_{e1} 和钻头纵向运动牵连速度 V_{e2} 两部分合成的。设 V_a 表示M点的绝对速度,则根据速度合成定理

在图1—8所示的简单情况下，钻头无移轴，也无超顶，可以近似认为三个牙轮的顶点交于井眼中心，如钻头的纵向运动另作单独考虑，则钻头的运动可简化为刚体绕定点转动问题。牙轮在井底作纯滚动，OA即为牙轮的瞬时旋转轴。此时如设 r_b 、 r_c 分别表示牙轮上任一点M处的钻头和牙轮的半径，并设 R_b 、 R_c 分别表示钻头和牙轮的半径， ω_b 、 ω_c 则分别表示钻头和牙轮的角速度，于是，M点的相对速度为

8

M点随钻头公转的牵连速度为

$$V_{e1} = r_b \omega_b \quad (1-3)$$

由(1-2)、(1-3)可知, M点的相对速度和牵连速度是随 r_e 和 r_b 的变化而直线变化的, 在牙轮的大端(如A点), V_r 、 V_{e1} 都达到最大值。此时

$$V_{e1} = R_b \omega_b = \frac{\pi R_b n_b}{30} \quad (1-4)$$

式中 n_b ——钻头的转数(r/min)。

钻头纵向运动的牵连速度 V_{e2} , 是由于牙轮转动时, 单双齿交替着地而形成的, 如图1-8所示。实线表示单齿着地, 此时钻头处于最高位置, 由此开始, 随牙轮转动 钻头的位置将逐渐下降, 到双齿着地(虚线位置), 牙轮的轴心由 o_1 下降到 o'_1 , 钻头处于最低位置。此后, 牙轮继续旋转, 其轴心又上升到 o''_1 , 如此交替进行, 钻头产生了纵向往复运动。设 α 表示由单齿着地最高位置开始, 经过时间 t 时的牙轮旋转角, 则 $\alpha = \omega_b t$, 到双齿着地时到达最大值 α_{max} , 此后牙轮继续旋转, 则此角又由 $-\alpha_{max}$ 到 $\alpha = 0$ 。如设牙轮的齿数为 Z , 则 $\alpha_{max} = \frac{\pi}{Z}$ 。

设 h 表示钻头的纵向位移(取向下方向为正值), β 表示牙轮轴线与钻头轴线的夹角, 则由图1-8可得

$$\begin{aligned} h &= O_1 K \sin \beta = (R_e - R_e \cos \alpha) \sin \beta \\ &= 2R_e \sin^2 \left(\frac{\omega_b t}{2} \right) \sin \beta \end{aligned} \quad (1-5)$$

因M是牙轮上的一点, 位移 h 即M点 z 坐标的变化, 但应注意 h 与 z 所取方向相反。由(1-5)式可求出钻头纵向运动的牵连速度为

$$V_{e2} = \frac{dh}{dt} = - \left(\frac{dz}{dt} \right) = R_e \omega_b \sin \omega_b t \sin \beta \quad (1-6)$$

钻头纵向运动的牵连加速度 a_{e2} 为

$$a_{e2} = \frac{dV_{e2}}{dt} = R_e \omega_b^2 \cos \omega_b t \sin \beta \quad (1-7)$$

因转角 α 的变化区间为 $-\frac{\pi}{Z} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{Z}$, 故由(1-5)~(1-7)式可知, 钻头的纵向运动是不完整的简谐运动, 如图1-9所示, 图中 h 、 V_{e2} 、 a_{e2} 的方向都取向上为正。由图可知: 牙轮由单齿着地开始运动时, $t=0$, $\omega_b t=0$, $h=0$, a_{e2} 处于最大值, 当转至双齿着地时, $\omega_b t = \alpha_{max} = \frac{\pi}{Z}$, h 、 V_{e2} 都到达最大值, a_{e2} 则为最小值。此后, 继续旋转, 则牙轮的旋转中心将由前齿转到后齿, α 角由 $-\frac{\pi}{Z}$ 变到0, 与此同时, V_{e2} 由负值最大变化到0, 又恢复到单齿着地状态。

由(1-6)式 V_{e2} 的最大值为

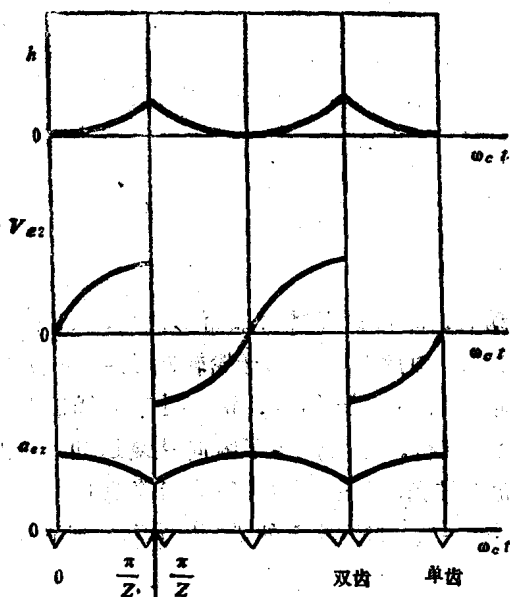


图1—9 钻头纵向运动特性

$$V_{e2} = R\omega_e \sin\beta \sin \frac{\pi}{Z} \quad (1-8)$$

同时，由上面的分析可知：牙轮的直径愈大、齿数愈少，则 V_{e2} 愈大，也就是当双齿着地时，牙齿冲击地层的速度愈大。由 (1—8) 式还可以看出， V_{e2} 是与牙轮的转速紧密相关的，对一定结构尺寸的钻头， V_{e2} 主要决定于 ω_e 之变化。

已知M点的相对速度和牵连速度，便可以由 (1—1) 式求得绝对速度。设已知钻头的结构尺寸如图 1—8 所示，并知钻头的转速为 n_B (r/min)，现求牙轮大端A、B两点在双齿着地瞬时的绝对速度。

对B点：设 d 表示B点到井眼中心线的距离，则由 (1—2)、(1—4)、(1—8) 式可得

$$V_r = \omega_e R_e, \quad V_{e1} = \frac{\pi d n_B}{30} \quad (\text{二者都垂直于} z \text{轴，方向相同})$$

$$V_{e2} = R\omega_e \sin\beta \sin \frac{\pi}{Z} \quad (\text{方向向下})$$

由B点速度矢量图 (图 1—8) 可知B点绝对速度为

$$V_B = \sqrt{\left(\omega_e R_e + \frac{\pi d n_B}{30}\right)^2 + \left(R\omega_e \sin\beta \sin \frac{\pi}{Z}\right)^2}$$

对A点

$$V_r = R\omega_e, \quad V_{e1} = \frac{\pi R n_B}{30} \quad (\text{因牙轮在井底处于纯滚动状态，故} V_r、V_{e1} \text{二者大小}$$

相同，方向相反)

$$V_{e2} = R\omega_e \sin\beta \sin \frac{\pi}{Z}$$

因此A点的绝对速度 $V_A = V_{e2}$ 。

以上对无移轴、无超顶的钻头，假定牙轮在井底处于纯滚动的条件下的运动进行了初步的分析，实际上，牙轮钻头在井底工作时，受力情况是很复杂的，尤其有移轴、超顶的情况下，牙轮在井底并非纯滚动，而是存在着一定的切向和径向滑移。很明显，这种滑移，对钻头破碎岩石的机理将有重要的影响。

在钻头有超顶、移轴的情况下，如图 1—10 所示，设钻头牙轮的移轴距为 s ，超顶距为 c ，考虑到分析钻头运动的目的在于研究牙齿与地层的相互作用，因此，可以主要分析牙齿吃入地层部分牙轮的运动规律。如图 1—10 所示，设牙齿吃入地层最大深度为 δ ，吃入角为 φ_0 ，在吃入段上任一点M的转角为 φ ，M点处牙轮的半径为 r_e ，则M点在随钻头旋转的动坐

标系 $oxyz$ 中的位置,可由几何关系求得

$$x=s+r_c \sin(\varphi_0-\varphi) \quad (1-9)$$

$$y=l+r_c \cos\beta \cos(\varphi_0-\varphi) \quad (1-10)$$

$$z=r_c \sin\beta[1-\cos(\varphi_0-\varphi)] \quad (1-11)$$

为了便于进一步分析,我们引用广义坐标的概念,由刚体力学可知,凡能确定一个力学系统的任意彼此独立的参数称为广义坐标,一个系统的广义坐标数也就是该系统的自由度。在本节开始所假设的条件下,如把钻头由于牙齿交替着地所引起的纵向运动另作考虑(即先设牙轮牙齿为无限多),则钻头牙轮上任一点的空间位置,都可以用圆柱坐标系中的向径 ρ 、向径转角 θ 和向径高度 z 三个独立的参数来确定。如图1—10所示, ρ 为M点的向径,以离心方向为正; θ 为向径的转角,以顺钻头转向为正; z 为向径距原点 o (井底)的高度,以向上为正。由图1—10,钻头旋转到任一位置时,都有

$$\rho=\sqrt{x^2+y^2} \quad (1-12)$$

在牙轮吃入地层的小段内,可以近似认为 $\frac{d\rho}{dt}$ 即为钻头牙轮相对于地层的径向滑移速度,设以 v_r 表示,则由(1—12)、(1—9)、(1—10)式可得

$$\begin{aligned} v_r &= \frac{d\rho}{dt} \\ &= \frac{r_c}{\rho} \left[x \cos(\varphi_0-\varphi) - y \cos\beta \sin(\varphi_0-\varphi) \right] \frac{d\varphi}{dt} \end{aligned} \quad (1-13)$$

上式中 $\frac{d\varphi}{dt}=\omega_0$,即为牙轮的瞬时角速度。同时应该指出,上式括号中第一项反映了移轴距 s 对径向滑移速度的影响,而第二项则是反映M点在圆锥斜面上旋转时的径向投影的变化,也就是说,它并不是牙轮与地层相对径向滑移速度的变化。因此,只有当 $\varphi=\varphi_0$ 时,(1—13)式才真正表达牙轮在井底的径向滑移情况,如图中牙轮大端M点, $\varphi=\varphi_0$,此时: $x=s$, $r_c=R_c$, $\rho \approx R_B$ 代入(1—13)式可得

$$v_r = \frac{R_c \omega_0}{R_B} s$$

如近似认为: $\frac{R_c}{R_B} \approx \frac{\omega_B}{\omega_0}$ 则由上式可得

$$v_r \approx \omega_B s \quad (1-14)$$

由(1—14)式可知:在一般情况下,钻头牙轮的径向滑移主要取决于移轴距 s 的变化,同时在同样的 s 条件下,钻头转速 ω_B 愈大,径向滑移速度愈大。

在实际工作中, ω_0 和 ω_B 都是随时间而不断变化的。为便于分析对比,可用 $\rho \omega_B$ 除(1—13)式各项,并设 i 表示牙轮与钻头的角速度比, v_{r0} 表示牙轮的无因次径向滑移速度,则由(1—13)式得

$$v_{r0} = \frac{r_c i}{\rho^2} \left[x \cos(\varphi_0-\varphi) - y \cos\beta \sin(\varphi_0-\varphi) \right] \quad (1-15)$$