Kaolü Suxing Bianxing De Gangqiao Sheji

考虑塑性变形的钢桥设计

〔苏〕A.A. 波塔普金 著

赵嘉行 文德云 译

程翔云 校

人民交通出版社

保证它们的稳定具有很重要的意义。这个问题放在第六章里讨论。在这一章里介绍了在弹塑性阶段板和杆件稳定的一些十分复杂的情况。描述了在计算中考虑塑性变形时钢结构的稳定和强度之间的关系。书中所阐述的一些有关计算方法，构成了钢结构的设计原则之一——弹塑性阶段的稳定强度准则。第七章也是阐述公路钢桥和铁路钢桥的构造和计算特点，其中利用了作者在设计大量钢桥后提出来的一些研究成果。

通过理论研究可以建立某些重要的设计原则。实现这些原则又为在新的基础上找到更先进的结构方案提供了可能性。

作者对工程师П.И弗列克利（П.И.Френкель）在准备出版本书时提出的一系列有益的建议表示谢意。

作　者

内 容 提 要

本书在研究钢桥设计原理时考虑了它的空间作用和塑性变形，提出了极限状态的设计准则和弹塑性阶段结构强度与稳定的计算方法，阐述了公路桥、铁路桥以及公路铁路两用桥等结构的设计特点。

本书可作为桥梁设计工程师以及科学研究人员的参考书。

本书第一章至第六章由赵嘉行翻译，第七章由文德云翻译，全书由程翔云审校。在翻译中得到曾庆元教授、曹治杰副教授热心支持和帮助，特此致谢。

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТАЛЬНЫХ МОСТОВ
С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ
ДЕФОРМАЦИЙ
А.А.ПОТАПКИН
ТРАНСПОРТ 1984

考虑塑性变形的钢桥设计
〔苏〕А.А.波塔普金 著
赵嘉行 文德云 译
程翔云 校
人民交通出版社出版发行
（北京和平里东街10号）
各 地 新 华 书 店 经 销
人民交通出版社印刷厂印刷
开本：850×1168 1/32 印张：7.5 字数：197千
1990年9月 第1版
1990年9月 第1版 第1次印刷
印数：0001—1250册 定价：7.95元

ISBN 7-114-00918-6
U·00584

前 言

在苏联的各个地区，交通建设的发展，桥梁修建数量的增加，都要求建造经济的桥梁结构。提高材料的利用率和采用先进的结构方案就能够达到这一点。因此，在这一领域中，采用以最新理论研究为基础的计算方法和设计原理就具有很大的意义。

在推荐给读者的本书里，涉及到一系列与考虑钢的塑性和结构空间工作有关的重要问题。塑性是钢（结构材料）的一种基本特性。钢在各种条件下的工作能力和强度被充分利用的可能性，都是由塑性特征来确定的。在钢桥设计中考虑塑性时，要求对钢材标号的选择和桥跨结构的计算采取专门的办法。本书对钢构件的破坏机理；塑性变形理论；在有限塑性变形时强度和稳定的计算方法以及桥梁空间结构的设计和计算特点等问题作了系统地阐述。

第一章是介绍当代的钢桥设计计算方法的理论特点和物理特点。简述钢结构计算的能量法和断裂力学；桥梁的塑性变形和空间工作的计算；塑性变形理论在结构计算中的应用以及从依留申(А.А.Ильюшин)的弹性解法中发展出来的混合法。这些资料都是制定钢桥设计计算实用原则的理论基础。

明确桥梁结构极限状态的准则是具有很大实际意义的。经互会标准СТ СЭВ384-76《计算的基本原则》虽然规定了一些准则的形式，但没有给出它的质和量的特征。因此，本书在第四章中给出了钢桥运营能力的三级变形准则，即：整个体系的变形准则、单个构件的变形准则和截面的变形准则。在第五章中介绍了考虑有限塑性变形时桥跨结构的计算方法，旨在提高钢材承载能力的利用率。

在设计钢结构时，无论是对单独的板，还是整个杆件(梁)，

目　　录

第一章　桥梁设计方法的理论特点与物理特点

第一节　改善设计方法的途径

结构物的设计，包括它的构造和计算，均以规范及其相应的理论作基础。规范包含了极限状态的质与量的准则，而且是根据结构的功能和它的运营经验建立起来的。设计方法的理论基础促使建立一些以结构力学为基础的相应准则，并揭示出体系在各种荷载作用下的特性。桥跨结构的杆件和节点构造实质上也立足在计算方法上。规范的条文是用来保证结构在使用期间的合理性和可靠性。

当用近似方法计算时，其误差将由确定容许应力时的一个总安全系数来弥补，一般地说，可以做到充分保证结构的可靠性，但往往是不够经济的。

拟定的新计算方法虽能确定出应力的大小和分布特征。然而，如果这时的计算强度仍然不改变，认为它就等于容许应力值的话，那么，其结果将会使结构不适当地增加重量。这也是从强度计算的基本不等式中所得出的结论。例如，利用容许应力法时，桁架受拉杆件截面的选择，就是按下列基本不等式进行的：

$$\sigma = N_{\text{H}}/F \leqslant [\sigma]$$

式中：N_{H}——杆件内力；

F——杆件的截面面积；

$[\sigma]$——容许抗拉应力。

杆件内力 N_{H} 是用标准荷载确定的，它没有考虑铰接图式中可能的超载；而且，在大多数情况下，也没有计入因节点刚性引

起的弯矩和应力。至于结构的强度和可靠性，则由比屈服极限低很多的容许应力来保证。

同样地，按照极限状态和简化计算图式的计算，是以下列的基本不等式为基础的：

$$\sigma = N_P/F < R = (\sigma_T)_{min}$$

式中：N_P——由计算荷载并考虑可能的超载后所引起的杆件内力；

R——计算强度；

$(\sigma_T)_{min}$——屈服极限的可能（具有给定的概率）最小值。

这样做是合理的，因为一方面用N_P代替N_H，使作用力更准确了；另一方面，用R代替[σ]，又使计算强度更准确了。在这种情况下，不但不会引起结构重量不适当地增加，相反地，由于分别计算每一根杆件的超载，还可能会达到减轻重量和提高等强度性。

从简化的计算图式转变到精确的空间计算，基本不等式的两边也应随之变化。此时，它可以简单地写成：

$$\sigma = f(N_P, M_P, W) \leqslant R_{np}$$

式中：M_P——杆件中由计算荷载引起的弯矩；

W——杆件的截面模量；

R_{np}——杆件承受复合作用力时的计算强度。

显然，把R值提高到R_{np}是考虑了在简化计算图式中塑性变形的有限发展。

新方法的先进性决定于下述两方面的可能性：1)由于采用空间计算，故可以分别确定结构每一杆件的复杂应力状态；2)由于考虑了材料特性和每一杆件的截面形式，故可以分别拟定其R_{np}值。由此可见，对新计算方法的进一步探讨，必将使极限状态准则更加准确。因此，验算承载力的基本不等式两边也应加以修改。

极限状态法的现状反映在建筑法规CHиПII-A.10-71的《设计的基本原则》和经互会标准CЭB384-76的《计算的基本原则》

中。现在是以两类极限状态来代替原来的三类极限状态，即：第Ⅰ类——按丧失承载能力或者完全不适合运营的极限状态（在建筑法规 II-43《桥梁与涵洞》中，这一类又分为两个亚类ⅠA和ⅠB）；第II类——不适合于正常运营的极限状态。自然，这些规范都没有按照结构类型来规定极限状态的质与量的准则，而只包含它的一般形式。因此，计算的目的旨在使结构物在全部工作期限内不容许达到它的极限状态。

在桥梁设计规范CH-200-62中，也缺少强度极限状态的质与量的确切准则，这也是它的一个明显缺陷。除此以外，这些规范还没有包含用于设计新型桥跨结构，例如箱形截面桥跨结构的条文。

因此，要在结构力学的基础上合理地定义出极限状态的准则，且应使它们满足以下要求：1)能说明结构物的使用质量；2)能考虑结构材料的损坏程度和反映它的承载能力；3)能促使结构的材料消耗最小。除此以外，准则必须建立在一定的强度理论基础上。

表象理论（Феноменологические Теории），例如经典弹性理论，是研究没有缺陷的材料。而且强度条件（塑性）具有应力与应变之间的函数关系。在这种情况下，理想塑性材料的极限状态就与整个物体内的塑性发展等同。

事实上，结构都具有工艺的、或构造上的各种限制塑性变形的初始缺陷。破坏也是从这里开始的。因此，塑性变形还来不及分布到物体的全部范围。这一点有力地证明了**有限塑性**变形的准则。对于有强化段的变形图来说，这种限制是一个自然的准则。这时的构件（结构）承载能力称为结构强度或者运营强度。对无缺陷的材料来说，极限平衡是结构强度的上限；当存在相应的缺陷或条件时，脆性强度则是结构强度的下限。因此，有限塑性变形是材料物理状态的表征，它反映了杆件或者整个结构的承载（运营）能力被利用的程度。

对实际研究和结构计算来说，应该合理地把表象理论和按各

种条件（如材料的工作能力、运营要求等）确定的物理准则结合起来。作者提出的按有限塑性变形的计算是符合这些要求的。综上所述，并从强度条件出发，可采用以下几条运营能力的变形准则：1)体系变形的积分准则，用体系的余能表示之；2)结构杆件和节点的位移准则；3)杆件截面或者一点的有限塑性变形的物理准则。这些准则既反映了结构物的整体性质，也反映了单个构件和材料的特性。

因此，建议将计算荷载作用下杆件截面的有限塑性变形（局部准则）或者结构的有限总残余位移（总的准则）作为第I类（由强度条件）极限状态准则。有限的总残余位移是局部塑性变形的函数。如果说局部准则是表征材料损坏的程度和截面承载能力被利用的程度的话，那么，总的残余位移则是表征极限状态时结构物的工作和它丧失运营的可能性。

建议把标准荷载作用下杆件截面上不容许出现塑性变形，也就是保证结构的弹性工作作为第II类（由强度条件）极限状态准则。这一准则是从以下观点来说明结构物工作的，即：在周期荷载或者标准荷载条件下（正常运营时的最大荷载），结构物难以正常使用。在这种情况下，强度验算按其本身特点，应与刚度验算相符；而相应的计算强度和容许变位就可作为定量的标准。

根据所研究的极限状态准则，必须有一些适合于弹性阶段和弹塑性阶段的计算方法，并应把能充分反映结构实际工作的空间计算放在首位。这样才能提出在计算标准方面的建议，才能研究得出钢桥的工作特点，因而也能使设计规范得到补充。如果没有材料（钢）本身的试验研究和钢桥结构试验的成果分析，要想确定出定量的标准和得出精确的计算图式是不可能的。所有上述各点，总的来说，可以促使钢桥的计算方法和结构设计达到一个新的水平，从而设计出更加经济的、等强度的、完善和可靠的结构物。因而在一定程度上解决了一个很重要的课题——**节省钢材的问题**。

第二节 结构计算的能量法

能量法及其原理在结构理论中具有重要的意义，它可以有效地用于各种类型的空间结构[1,3,19,69]。

现在来研究虚功原理，它的定义是：当结构处于平衡时，给它小的（运动上相容的）虚位移，那么，外力虚功的增量δW等于内力虚功的增量δU。外力虚功的增量为（实际力在虚位移上所作的功）：

$$\delta W=\int_V[\Gamma_x\delta u+\Gamma_y\delta v+\Gamma_z\delta w]dV$$

$$+\int_s[F_x\delta u+F_y\delta v+F_z\delta w]ds \qquad (1\text{-}1)$$

式中：Γ_i——体力；

u,v,w——位移分量；

F_i——面力。

当外力为集中力时，虚功的增量：

$$\delta W=\sum_i P_i\delta\Delta_i$$

式中：P_i，Δ_i——分别为广义力和广义位移。

内力虚功的增量可表为：

$$\delta U=\int_V[\sigma_x\delta\varepsilon_x+\cdots+\tau_{xy}\delta\gamma_{xy}+\cdots]dV \qquad (1\text{-}2)$$

对于杆系结构，式(1-2)可写成：

$$\delta U=\sum_k\int_{l_k}[M_y\delta\kappa_y+M_z\delta\kappa_z+M_x\delta\theta$$

$$+Q_y\delta\gamma_y+Q_z\delta\gamma_z+N\delta\varepsilon_x]dx$$

式中：$\delta\kappa,\delta\theta,\delta\gamma,\delta\varepsilon$——分别为弯曲、扭转、剪切和拉伸(压缩)变形。

当结构中与力r_i平衡的实际应力σ、τ为已知时，则利用虚功

原理，可以确定出 i 方向上的反力 r。在一般情况下，结构可能是物理非线性的。若把力r_i看作实际的力，使位移发生 u_i 值的变化，则有：

$$r_i\delta u_i = \int_V [\sigma_x \delta\varepsilon_x + \cdots + \tau_{xy}\delta\gamma_{xy} + \cdots]dV$$

设$\delta u_i = 1$时，就可得到确定反力的单位位移法的公式：

$$r_i \cdot 1 = \int_V [\sigma_x \bar{\varepsilon}_x + \cdots + \tau_{xy}\bar{\gamma}_{xy} + \cdots]dV \qquad (1\text{-}3)$$

式中： $\bar{\varepsilon}_x, \cdots, \bar{\gamma}_{xy}, \cdots$——由已知点在已知方向上的单位位移所引起的体系的变形。

变形的单位状态一定要满足机动的相容条件，也就是说，被研究的应该是动定体系。

现用跨度为l，弯矩图（实际状态）用方程式 $M(x) = Px$（x 是从自由端到任意截面的距离）表示的悬臂梁作为例子，试求该梁固定端在竖直方向上的反力。首先建立两端嵌固梁的变形单位状态，也就是给一端以垂直的单位位移。在单位状态时，梁的曲率：

$$\bar{\kappa} = -6/l^2 + 12x/l^3$$

由式(1-3)得反力：

$$r = \int_l M\bar{\kappa}dx = \int_0^l Px(-6/l^2 + 12x/l^3)dx = P$$

当利用虚功概念时，就要先使位移发生某个变化，然后考察实际力在位移增量上所做的功。除了这个概念以外，在非线性体系的计算中，若要使力发生变化，就要引入虚余功的概念。余功可以相应地理解为：力的增量在实际位移上所做的功。对作用在结构上的荷载，其余功的增量为：

$$\delta W^* = \int_V [u\delta\Gamma_x + v\delta\Gamma_y + w\delta\Gamma_z]dV$$

$$+\int_{S}[u\delta F_x+v\delta F_y+w\delta F_z]dS \tag{1-4}$$

当为集中荷载的情况时，虚余功的增量：

$$\delta W^*=\sum_{j}\Delta_j\delta P_j$$

内力的虚余功的增量：

$$\delta U^*=\int_{V}[\varepsilon_x\delta\sigma_x+\cdots+\gamma_{xy}\delta\tau_{xy}+\cdots]dV \tag{1-5}$$

对于杆系结构相应为：

$$\delta U^*=\sum_{S}\int[\kappa_y\delta M_y+\kappa_z\delta M_z+\theta\delta M_x+\gamma_y\delta Q_y$$
$$+\gamma_z\delta Q_z+\varepsilon_x\delta N]dx$$

对处于平衡的结构，虚余功原理可用下式表示：

$$\delta W^*=\delta U^*$$

利用这个原理可以确定不服从虎克定律的材料构成的物体中的位移u_i。在外力作用下，物体中将发生变形$\varepsilon_x,\cdots,\gamma_{xy},\cdots$，它们被认为是已知的。现在来考察余荷载体系，确切地说就是加在未知位移Δ_i方向上的那个荷载P_i。使荷载P_i发生变化，而取实际位移为Δ_i。这时，利用条件$\delta W^*=\delta U^*$，得：

$$\delta P_i u_i=\int_{V}[\varepsilon_x\delta\sigma_x+\cdots+\gamma_{xy}\delta\tau_{xy}+\cdots]dV$$

式中：$\delta\sigma_x,\cdots,\delta\tau_{xy},\cdots$——由作用力$\delta P_i$引起的微小应力虚变量。

令$\delta P_i=1$，就可以得到**单位荷载法**求位移的公式：

$$1\cdot u_i=\int_{V}[\varepsilon_x\bar{\sigma}_x+\cdots+\gamma_{xy}\bar{\tau}_{xy}+\cdots]dV \tag{1-6}$$

式中：$\bar{\sigma}_x,\cdots,\bar{\tau}_{xy}\cdots$——由单位力引起的内部应力。

这些应力必须满足平衡方程，也就是要与力$\delta P_i=1$平衡。因

此，这些应力，即$\sigma_x,\cdots,\tau_{xy},\cdots$在简单的静定体系中是很容易确定的。应该记住：必须要按照物理非线性体系，通常为超静定体系将变形$\varepsilon_x,\cdots,\gamma_{xy},\cdots$预先求出来。至于按已知变形计算位移的过程纯属几何计算。因此，这个程序无论对线性的，还是物理非线性的问题都是适用的。

假如材料服从虎克定律。那么，对于杆系结构，式(1-6)就变为莫尔公式。

试用单位荷载法求算悬臂梁在自由端的挠度。已知悬臂梁的跨长为l，矩形截面的宽为b、高为h，集中力P作用于它的自由端，非线性材料应力和应变之间的关系为$\sigma=\alpha\varepsilon^{\frac{1}{2}}$，其中的$\alpha$为系数。

首先确定梁在任意截面处的曲率。根据平截面假定$\chi=\varepsilon_{\text{пв}}/h$，其中$\varepsilon_{\text{пв}}$为梁上边缘纤维应变的两倍。这时，梁在任意横截面上的弯矩表达式为：

$$M=\frac{2bh^2}{\varepsilon_{\text{пв}}^2}\int_0^{\varepsilon_{\text{пв}}/2}\sigma\varepsilon d\varepsilon$$

考虑材料变形的非线性规律后，积分之便得：

$$M=abh^2\varepsilon_{\text{пв}}^{1/2}/(5\sqrt{2})$$

由此

$$\varepsilon_{\text{пв}}=50M^2/(a^2b^2h^4)$$

在离悬臂梁自由端距离为x的截面处，其曲率：

$$\kappa=50P^2x^2/(a^2b^2h^5)$$

由于采用了单位荷载法，所以必须有单位力$P=1$引起的弯矩的表达式，即$M=1\cdot x$。利用式(1-6)，便得到位移：

$$\Delta=\int_0^l(1)(x)\left(\frac{50P^2x^2}{a^2b^2h^5}\right)dx=\frac{25P^2l^4}{2a^2b^2h^5}$$

现在改用结构计算的能量法。首先研究**应变能**和**余能**（应力能）的概念。对于受拉杆件，假设在力P和位移Δ之间具有非线性关系。因而，对于保守体系，应变能U等于外力做的功W。于是得到：

$$U = W = \int_0^{\Delta} P d\Delta \tag{1-7}$$

单位体积应变能为 $u = \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon$。

当材料服从虎克定律时，对于受拉杆件，便可写成：

$$U = EF\Delta^2/(2l)\text{；}\quad u = 0.5E\varepsilon^2$$

应力能(余功)：

$$U^* = W^* = \int_0^{P} \Delta dP \tag{1-8}$$

单位应力能 $u^* = \int_0^{\sigma} \varepsilon d\sigma$。通常，当材料服从虎克定律时，对受拉杆件便有：

$$U^* = P^2 l/(2EF)\text{；}\quad u^* = \sigma^2/(2E)$$

对具有线性性能的结构来说，其应变能等于应力能，其值将表达为位移或者荷载的二次幂形式。

试研究具有非线性性能的结构，它的 $\Delta = \alpha P^2$，其中 α 为系数。非线性性能可能是几何的，也可能是物理的。相应的应变能和应力能表达式为：

$$U = \int_0 \left(\frac{\Delta}{a}\right)^{1/2} d\Delta = \frac{2\Delta^{3/2}}{3a^{1/2}}$$

$$U^* = \int_0 aP^2 dP = \frac{1}{3} aP^3$$

其中，应变能是通过位移来表示的，而应力能则通过荷载来表示。然而，在必要的情况下，也可以用荷载来表示应变能，用位移来表示应力能。

利用功、余功的概念以及应变能和应力能（余能）的计算以后，就可以确定出体系的势能。总势能的定义是：体系在从变形

后状态转变到变形前的初始状态的过程中，体系的内力和外力所做的功。势能的概念同样具有两种意义，可以相应地表示为：1）应变的总势能 $\Pi = U - W$；2）应力的总势能或者总余能：

$$\Pi^* = U^* - W^*。$$

与势能概念运用有关的两个结构力学基本原理是：虚位移原理和虚应力原理。

虚位移原理可表述为：如果体系处于平衡状态，那么，所有的外力和内力在各个无限小的虚位移上所做的虚功总和等于零。也就是$\delta\Pi = 0$。与稳定平衡状态相应的条件是：

$$\Pi = \min；\ \delta\Pi = 0，\ \delta^2\Pi > 0$$

由这一原理可导出拉格朗日公式（卡斯提里诺第一定理）：

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta_i} = P_i \tag{1-9}$$

即应变能对广义位移的偏导数等于广义位移所对应的广义力。

这个原理可以应用于任意的荷载，以及物理非线性和几何非线性等方面的课题，并由它推导出结构力学的位移法。当应用虚位移原理时，应变能应该用位移来表示。

虚应力原理可表述为：如果体系满足变形协调条件，那么，所有外力和内力的无限小虚增量在体系的真实位移上所做的虚功总和等于零。也就是$\delta\Pi^* = 0$。变形协调状态的相应条件为：

$$\Pi^* = \min；\ \delta\Pi^* = 0；\ \delta^2\Pi^* > 0$$

由此可以导出克罗第一恩格塞定理：

$$\frac{\partial U^*}{\partial P_i} = \Delta_i \tag{1-10}$$

即应力能对广义力的偏导数等于广义力所对应的广义位移。这个原理对非线性课题也是正确的，并由它推导出结构力学的力法。在运用这一原理时，应力能应该用力来表示。

当结构具有线性性能时，式（1-10）便是熟知的卡斯提里诺第二定理。

试用虚位移原理计算图 1-1a）所示的结构。材料的非线性应力应变关系为$\sigma = b\varepsilon^{1/2}$，其中$b$为系数。

两根杆件（1和2）的横截面积 F 相同。现用位移法和拉格朗日公式来计算非线性弹性桁架。

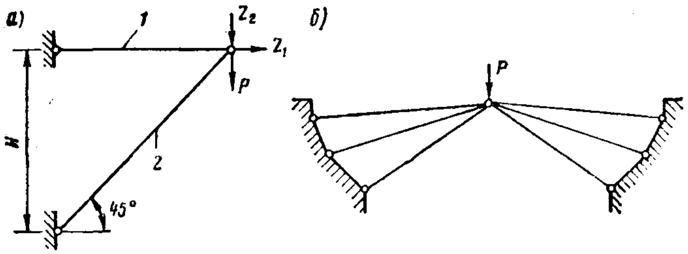

图1-1　按位移法计算的图式

此结构为二次超动定结构，节点位移 Z_1 和 Z_2 为未知量。因此，解题时，必须用Z_1和Z_2来表示应变能。

首先利用几何条件计算杆件的应变：

伸长　　　　　　　　$\varepsilon_1 = Z_1/H$

缩短　　　　　　　　$(Z_2 - Z_1)/(2H)$

其次，计算杆件单位体积的应变能：

$$u_1 = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_1} b\varepsilon^{1/2} d\varepsilon = \frac{2b}{3}\left(\frac{Z_1}{H}\right)^{3/2}$$

$$u_2 = \int_0^{\varepsilon_2} \sigma d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_2} b\varepsilon^{1/2} d\varepsilon = \frac{2b}{3}\left(\frac{Z_2 - Z_1}{2H}\right)^{3/2}$$

以每根杆件的体积乘以相应的单位体积应变能，便得到体系的总应变能：

$$U = \frac{Fb}{3H^{1/2}}[2Z_1^{3/2} + (Z_2 - Z_1)^{3/2}]$$

这样，便得到了用节点未知位移Z_1和Z_2来表示的应变能。根