

高等学校教材

现代控制理论

(第2版)

第三届机械部优秀教材二等奖

天津大学 刘豹 主编

机械工业出版社

高等学校教材

现代控制理论

(第 2 版)

天津大学 刘 豹 主编

ND32/25



机械工业出版社

本书是根据原国家机械委员会“工业自动化仪表”专业教学指导委员会1987年9月北戴河会议确定的教学计划和大纲而编写的。

本书作为高等工科院校工业自动化仪表及其相邻专业学生的一门必修课教材，包括现代控制理论中的最基础的内容——状态空间方法。

状态空间方法不仅是控制理论的基础，而且也是现代网络分析和线性系统理论的基础，自动化专业的学生应该熟悉这种基本方法。状态空间分析方法的数学基础是线性代数和矩阵论，这部分数学在工程数学课程中已讲授过，为了复习，有些部分还在本书中作少量重复。能控性和能观性是状态分析方法的根本问题，在本书中作了适当说明。李雅普诺夫稳定性理论无论对线性或非线性系统的分析和综合都有用处，这是控制理论中若干再生的古老理论之一，本书对此作了最基本的阐明。

确定性最优控制理论涉及泛函概念，考虑到部分学生可能欠缺这方面的知识，本书对泛函的基本概念和规律作了通俗的说明。本书介绍了最优控制的三种基本方法，即变分法、极大值理论和动态规划。具体讨论了状态反馈和输出反馈控制问题。对于观测器问题也作了简述。当然，由于学时限制，对模型简化和最小实现问题，或未能提及或只作了一般介绍，有兴趣的读者可查阅有关文献。

本书论述清楚，语气通顺、精炼，内容全面，基本概念和定理、定义等叙述准确、易懂。

本书可供工业自动化仪表、工业电气自动化专业以及其它有关专业的师生选用。

现代控制理论

(第2版)

天津大学 刘豹 主编

责任编辑：李卫东 韩雪清 版式设计：乔玲

封面设计：郭景云 责任校对：熊天荣

责任印制：王国光

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

四川省金堂新华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092 1/16·印张 19 1/4·字数 471千字

1998年5月第2版第11次印刷

印数：65 861—70 860·定价：24.00元

ISBN 7-111-03103-2/TP·153(课)

前 言

本书由原国家机械工业委员会“工业自动化仪表”专业教学指导委员会于1987年9月北戴河会议上决定编写,是在已出版的第一轮教材《现代控制理论》的基础上修订而成的。原书包括状态空间分析法、最优控制、随机最优控制和系统辨识四大部分,共50多万字。本书仅包括状态空间分析法和最优控制两部分,共20万字。

原书已出版了39810册,在相当多的工科院校中得到应用。在过去5年中,我们收到了教师和学生70多封来信,提出了许多宝贵意见,对原书中在编写、印刷、基本内容等方面存在的问题,作了中肯的批评和详尽的指正,还有的老师,为本书的习题作了详细的解答,在此表示衷心的感谢。

在这次修订中,我们按读者的意见,总结了讲课的经验,对本书作了充分的修正和改编。并尽可能地对一些难理解的部分多作物理意义的阐明和解释。为了用实例说明问题,我们大量地增加了例题和习题。对于最基础的问题,如能控性和能观性、输出反馈问题、最优控制的几种形式等都作了较详细的描述。

原书中这部分内容是已故的卞继仁同志和我编写的,这次修订则由位于讲课第一线的田树苞教授和林俊琦副教授主笔,而我只作了组稿、审稿和重写绪论的工作。本书由哈尔滨工业大学邱化元教授主审。

刘 豹

1989年4月 天津

目 录

绪论	1	§ 3-10 传递函数中零极点对消与状态 能控性和能观性之间的关系	136
§ 0-1 控制理论的性质	1	习题	138
§ 0-2 控制理论的发展	2	第四章 稳定性与李雅普诺夫方法	141
§ 0-3 控制理论的应用	4	§ 4-1 李雅普诺夫关于稳定性的定义	141
§ 0-4 控制一个动态系统的几个基本 步骤	5	§ 4-2 李雅普诺夫第一法	144
第一章 控制系统的状态空间表达式	8	§ 4-3 李雅普诺夫第二法	146
§ 1-1 状态变量及状态空间表达式	8	§ 4-4 李雅普诺夫方法在线性系统中的 应用	153
§ 1-2 状态空间表达式的模拟结构图	12	§ 4-5 李雅普诺夫方法在非线性系统中的 应用	158
§ 1-3 状态空间表达式的建立 (一)	14	习题	166
§ 1-4 状态空间表达式的建立 (二)	20	第五章 线性定常系统的综合	168
§ 1-5 状态向量的线性变换 (坐标变换)	28	§ 5-1 线性反馈控制系统的基本结构及其 特性	168
§ 1-6 从状态空间表达式求传递函数阵	39	§ 5-2 极点配置问题	173
§ 1-7 离散时间系统的状态空间表达式	42	§ 5-3 系统镇定问题	179
§ 1-8 时变系统和非线性系统的状态空间 表达式	44	§ 5-4 系统解耦问题	182
习题	48	§ 5-5 状态观测器	189
第二章 控制系统状态空间表达式的 解	51	§ 5-6 利用状态观测器实现状态反馈的 系统	199
§ 2-1 线性定常齐次状态方程的解 (自由解)	51	习题	206
§ 2-2 矩阵指数函数——状态转移矩阵	52	第六章 最优控制	209
§ 2-3 线性定常系统非齐次方程的解	60	§ 6-1 概述	209
§ 2-4 线性时变系统的解	62	§ 6-2 研究最优控制的前提条件	210
§ 2-5 离散时间系统状态方程的解	68	§ 6-3 静态最优化问题的解	212
§ 2-6 连续时间状态空间表达式的 离散化	73	§ 6-4 离散时间系统的最优控制	216
习题	77	§ 6-5 连续时间系统最优控制的离散化 处理	219
第三章 线性控制系统的能控性和 能观性	79	§ 6-6 泛函及其极值——变分法	221
§ 3-1 能控性的定义	79	§ 6-7 用变分法求解连续系统最优控制 问题——有约束条件的泛函极值	235
§ 3-2 线性定常系统的能控性判别	80	§ 6-8 极小值原理	244
§ 3-3 线性连续定常系统的能观性	89	§ 6-9 Bang-Bang控制	251
§ 3-4 离散时间系统的能控性与能观性	93	§ 6-10 双积分系统的时间最优控制	253
§ 3-5 时变系统的能控性与能观性	97	§ 6-11 动态规划法	257
§ 3-6 能控性与能观性的对偶关系	105	§ 6-12 线性二次型最优控制问题	272
§ 3-7 状态空间表达式的能控标准型与能 观标准型	108	§ 6-13 线性二次型次优控制问题	293
§ 3-8 线性系统的结构分解	118	习题	296
§ 3-9 传递函数矩阵的实现问题	127	参考文献	300

绪 论

§ 0-1 控制理论的性质

控制理论研究如何改进动态系统的性能以达到所需目标，这个广义定义包含了人类活动的许多方面。控制理论试图以定量方式描绘这些问题，并集中于寻求一些精确的数学描述方法。控制理论有两个目标：了解基本控制原理；以数学表达它们，使它们最终能用以计算进入系统的控制输入，或用以设计自动控制系统。更进一步说，控制科学不仅用以处理单个动态系统，还用以处理在观察输出和系统本身带有不确定性条件下的复杂动态系统。

自动控制领域中有两个不同的但又相互联系的主题。

第一个主题是反馈的概念。这时，系统的输入由同时观察到的系统的各种输出确定，输入输出都是时间的函数。反馈概念的精髓是可以得到各种输出和它们的各个所需值的实时比较的度量——各种误差，再由以此测量到的误差来减少误差。这样形成的因果链是输入、动态系统、输出、测量、比较、误差、输入构成的一个环路，因而也构成一个包含原动态系统在内的一个新的动态闭环系统。这种构成的关键问题是新闭环系统的稳定性和动态特性。以上这种简练的描述包含着采用上百个变量以高速度反馈到控制计算机的现代反馈方案的极大的复杂性。

第二个主题是最优控制的概念。这时控制的目标是使以数字量表示的显示在一段时间上的所需性能和系统实际性能间的差异的性能指标为最小，要寻找一个使性能指标最小的时间函数的控制。这种问题的解形成了在整个控制时段中一个预先规划好的输入控制。这常称为轨迹最优化问题。

这两个主题在很多地方复杂地交织在一起。对于控制理论的一种说法是在某些条件下最优控制可以构成一个反馈来解决。相反，在另一些条件下已知的反馈系统有相应的最优控制问题，可以用已知的反馈来求解。在线性理论中，我们可以用代数矩阵方程求解变分问题来设计一个反馈系统。这种方法引出了精确的数字算法。控制理论中的其它问题则混合使用这两个主题来求解。

采用反馈的基本原因是要在不确定性存在的条件下达到性能目标。许多情况下，对于系统的了解是不全面的，或者，可用的模型是基于许多简化的假设而使它们变得不确切。系统也可能承受外界干扰，输出的观测常受噪声污染。有效的反馈可以减少这些不确定性的影响，因为它们可以补偿任何原因引起的误差。

反馈概括了很广泛的概念，包括当前系统中的多回路、非线性和自适应反馈，以及将来的智能反馈。广义地说，反馈可以作为描述和理解许多复杂物理系统中发生的循环交互作用的方式。实际上目前研究的非线性动态系统中常见到的复杂交互作用可以解释为内反馈。生命组织和计算机算法中也有内反馈，因而，理解反馈动力学的目标也超出控制理论的范畴。

§ 0-2 控制理论的发展

理论归根结底是从实践发展而来的，它来之于实践，但又反过来指导实践。控制理论的发展又一次说明了这一真理。远在控制理论形成之前，就有蒸汽机的飞轮调速器、鱼雷的航向控制系统、航海罗经的稳定器、放大电路的镇定器等自动化系统和装置。这些都是不自觉地应用了反馈控制概念而构成的自动控制器件和系统的成功的例子。但我们何尝知道在控制理论形成之前的漫长岁月中，由于缺乏理论指导而失败了的无数次的实践和尝试呢？本世纪20年代到40年代，马克斯威尔对装有调速器的蒸汽机系统动态特性的分析、马诺斯基对船舶驾驶控制的研究都是控制理论的开拓性工作。奈奎斯特、伯德等人对单回路反馈系统的研究结果显示反馈控制即使在系统情况知之不多的条件下也可以得到较好的性能。40年代至50年代，维纳对控制理论作出了创造性的贡献。他的控制论概念提供了一个可以把控制问题和通讯问题统一考虑的框架。他同时也发展了在有噪声的情况下信号的滤波、预报和平滑的方法。其后研究又利用了当时刚提出的平稳随机过程，最后建立了信息的伯德-申农概念。

50年代后期到60年代初期是控制理论发展的转折时期。第二次世界大战后华尔德的贯序分析和贝尔曼的动态规划是转折时期的开端。这些理论受到最优统计决策和资源分配中的贯序规划问题研究的激发。它们在概念上的贡献是考虑了一大类以初始状态参数化了的动态优化问题。这个理论的中心问题是建立最优性能的动态规划方程，从它的解就可以确定最优反馈控制规律。与此同时，优化领域中另一个长期被忽视的强调不等式约束的线性和非线性规划也开始得到发展。这个领域的研究人员首先设计了便于计算机计算的数值方法，这种方法后来在控制中变得十分有用。

苏联学者在50年代对包含非线性特性、饱和作用和受到限制的控制等因素的系统的最优瞬态的研究表现出很大的兴趣。这些学者的研究讨论导致了庞特里亚金发展系统最优轨迹的“极大值原理”。这个原理打开了系统地研究受到状态与控制两方面的约束而使用不连续控制函数的最优轨迹的大道。这些又紧密地和变分法联系，又进一步刺激了与非线性函数分析相关的更抽象的优化问题的理论的研究。极大值原理的最大贡献可说是50年代和60年代对于大量轨迹优化数值计算方法的研究的冲力。这种研究最后导致许多空间载运器的成功的设计，其中包括阿波罗计划和宇航飞行计划。

显示控制理论转折时期的另一个里程碑是50年代后期卡尔曼（卡尔曼-布西）滤波器的发现。早期滤波器设计的维纳理论受到关于平稳随机过程的假设和要求解积分方程或分解傅氏变换的限制。卡尔曼滤波器则不受这些限制，而且可以在小型计算机上当作贯序算法来实现。它的设计在于求解矩阵黎卡提方程。用对偶理论可以得到以同样方程表达的线性反馈控制。这些思想在世界上有巨大影响，它推动了有关反馈控制和滤波的大量研究工作，导致了控制理论的许多实际应用成果。

最近25年线性系统理论的研究非常活跃。自从引入了能控性、能观性、状态实现、线性二次型高斯调节问题的概念之后，这一领域已成为整个控制理论发展的概念基础，而且还成为将成果普遍化到非线性和分布参数系统上去的标准典范和对所有新的控制规范的试验基础。同时，它本身还在继续发展，不断提出新概念、精确的结果和算法。线性系统的几何方程已引出了超不变性、能控性子空间、干扰去耦、非关联控制等重要新概念和对高放大反馈系统

的渐近分析方法。与此相关的是线性控制问题的数值分析方面的重要工作。近年来，许多先进线性理论的计算算法已形成商品软件，可以在各种型号计算机（包括个人计算机）上使用。

现在已在以非线性常微分方程描述的反馈控制系统的研究中引入了微分几何、李代数、非线性动力学等方法，得到了很大进展，解决了反馈线性化和非线性去耦问题，也在能控性研究上得到更精确的结果。采用非线性动力学的方法已将反馈镇定作用推广到反馈不能线性化的非线性系统上去。

60年代后期和70年代早期，将线性二次型理论推广到无穷维系统（即以偏微分方程、函数微分方程、积分微分方程和在巴那空间的一般微分方程描述的系统）的工作得到很大进展。这一类研究工作是沿着好几条路分别进行的。有人试图得到能为一大类无穷维系统应用的普遍的算子形式；而另一些人则从一些特殊方程开始做起，如用波浪公式或延时微分方程，企图在进行更普遍的形式的研究之前能从具体问题的结构中得到一些启发。经过一段时间的研究已弄清不可能找到一种解求所有无穷维问题的普遍形式，而只能是具体问题具体求解，由此引出了诸如解的常规性、各种无穷维的近似方案的有效性、变分形式等细节研究。目前研究的是以线性偏微分方程或相对简单的迟延方程描述的只能在空间的边界上加以观察和控制的系统。至于对非线性无穷维系统的控制问题的研究，只有在出现了概念上的突破后才谈得到。

偏微分方程的另一方面工作是用包含连续时间和空间变量的动态规划方法推导出来的最优化方程。这一方程也叫哈密尔顿-雅可比-贝尔曼方程，已成为先驱分析家的激励的源泉。这些分析家已提出了“粘性方程”。如果他们的方法最终能解决哈密尔顿-雅可比-贝尔曼方程的求解，那么就会有另一种设计非线性反馈控制的工具。

凸分析反控制理论和变分法提供了新方法，也为它们通向数学规划和运筹学的数值分析架起了桥梁。在70年代早期，凸分析就扩展到“非光滑分析”中去，形成了解决长期未解决的最优控制问题的一个新基础。60年代发展起来的变分不等式理论在自由边界问题的研究中显示了功效。

非线性滤波的研究，继续扩展了卡尔曼滤波器，并向它注入了许多新思想。最优控制问题的随机形式在70年代和80年代吸引了许多学者的兴趣。这一领域是当前最活跃的领域之一。在应用方面，随机控制理论的概念框架已开始对大规模交互关联的动力系统的控制起了影响。

代数在发展更有效的线性控制理论上有多方面的建树。环和模的概念的引入精确地重构了早期获得的有关能控性和能观性的结论。象多项式环上因子分解那样的代数计算方法近来变得很重要。代数几何方法在多变量系统奈奎斯特稳定准则和系统辨识中参数化问题的求解方面起了重要作用。

70年代末80年代初，反馈控制的设计问题经历了一个重新修正的过程。在基于微分方程的状态空间方法普及了多年之后，基于输入输出或频率分析的设计方法又重新抬头。这种方法显得和健壮控制研究有较完善的配合，因为它允许对所有镇定控制器参数化，并可以选择其性能在所有频率范围内都一致符合要求的一个控制器。健壮控制中的 H_∞ 方法采用了播入理论和复值函数理论（即所谓 H_∞ 空间），其理论深度和实用重要性使此理论成为80年代重要成果之一。

随着人工智能的发展和引入了新的计算机结构，控制理论和计算机科学的联系愈来愈密切。近来已有一些专家系统可以自动寻求最优随机控制和滤波问题的理论解和数值解。在控制框架上将符号运算和数值运算相结合的研究工作正在开展。智能控制的概念也在发展，其目标之一是将当前的控制理论与尚未成形的人工智能成功地合成一体。离散事件系统理论架起了一座通向扩展了的状态机器理论的桥梁，在将来可能为评价计算机系统的性能提供一个建模工具。

§ 0-3 控制理论的应用

控制理论中各种方法对现代技术的发展有很大影响。基于经典理论的单回路控制系统，以及最近出现的第一代自适应控制器已在许多工业生产中得到应用，这些控制器也充满于我们的日常生活设施中。控制系统之所以能得到如此普遍的应用，不但要归功于现代仪表化（完备的传感器和执行机构）与便宜的电子硬件，还由于控制理论有处理其模型和输出信号所具有的不确定性动态系统的能力。

在控制理论中已完善的各种方法愈来愈得到普遍应用的同时，先进的理论概念的应用却仍集中在象空间工程那样的高技术方面。当然，由于计算机技术的飞速发展和世界性的激烈的工业竞争，这种情况将会改变。新的计算机技术提供了实现更精巧的控制算法的工具，而要在工业界竞争中保持领先地位的愿望促进了更精细的、高效的和可靠的控制。此外，愈来愈多的具有较强的数学背景的工程技术人员也是造成这种情况改变的因素。

一般来说，新理论新概念的发现和建立与它们成功地在实际控制问题中得到应用之间都有一定的时延。在有些情况下，今天的应用往往基于10年或20年前所创造的理论概念。但是，在今天也有一些较新的理论成果已得到应用。下面举一些应用的例子。

航天飞机装备着包括两部不同的数字自动驾驶仪的精密控制系统，其中一部驾驶仪专用以控制飞机在轨道上的上升和下降动作，另一部则控制飞机在轨道上的正常飞行。控制和数控处理功能由五部相同的 IBMAP-101 计算机完成。轨道飞行控制系统用状态估计和开关控制等各种现代控制原理构成控制规律。例如，反应控制系统依靠在每个转轴上的相平面中预先规划好的切换曲线来控制推进器的正负点火指令。这一设计需要广泛研究飞行体和变动负载间所有可能的不利的动态反应。作为预防故障的手段，要设计能对转动率的极值、推进器的冲击力给予限制的装备。除此之外，还备有一个更新试验驾驶仪，它具有一个用以选择发动机喷射器的与线性规划算法相结合的三维相空间控制规律。这个自动驾驶仪经飞行试验证明，它对飞机动态变化有很强的适应性。

一种新的治疗脑水肿和恶性脑瘤的方法是同时使用加压素和皮质酮两种药。由于人体系统调节这些激素的高度非线性特性，引用这些药的相对速率是非常重要的。法国研究人员把这一问题当作是一个 2×2 非线性多变量控制问题，并基于李代数方法采用了非线性去耦和反馈线性化手段，成功地解决了给药速率控制问题。

许多先进的控制技术都是针对某个确定的需要而研究得到的成果。但也有一些却是先进理论发展的意外收获。后者的一个例子是 ASA 爱密斯实验室研制成的 Feitenins 直升飞机自动驾驶仪控制系统。这种直升飞机的飞行动力学由 12 个非线性常微分方程描绘。NASA 研究了一段时间没有很好地解决问题。到 80 年代早期几何控制理论数学家们建立了非线性反

馈存在的充分和必要条件，由此形成了一个与典型型线性系统微分同胚的闭环系统，NASA 研究人员利用这一发展，以一定精度实现了直升飞机系统满足线性化反馈的条件，因而可以用一个恰当的非线性控制规律进行控制，得到成功。

电力生产常受到许多不确定性现象的影响，如电力负荷的不确定性和电厂的可能停歇。在水电生产中，有效水量决定于降雨量的波动。法国计算机科学与自动化研究所 INRIA 研究了许多电力生产管理控制问题，其中有一项是新喀利多尼亚的具有八个热电厂和一个水坝的发电系统。研究目标是选择一套可行的生产方案（相当于反馈控制）以可能的最小代价去满足电力需求。模型辨识工作包括一个随机微分方程的漂移和扩散系数的估计。最优反馈的控制是用数字求解微分方程和动态规划中不等式而得到的。大型电厂的控制困难在于维数。而从上述研究可以得到一个概念性的框架使工程师们可以入手解决电力生产控制问题。

目前许多轻型高飞行性能的飞机的最主要的部件是数字飞行控制系统。F-16 和削掠翼 X-29 飞机中的机械联动机构已被数字计算机和电线代替，所以，又称“以线飞行”系统。为了增强飞行性能，这些飞机被设计得静态（开环）不稳定。数字式的线飞行系统可以被设计得能改变飞机的飞行特性，控制系统全时间工作以镇定飞机，并支持驾驶发出的各种指令。这种设计由于采用了快到足以反应流体动力学的波动和镇定一个不稳定动态系统的数字控制系统而得到实现。用控制理论去设计这些飞机的是一个重大的成功。很明显，将来“超性能”飞机的出现将取决于快速健壮控制器的设计研究的进展。

在设计中的夏威夷的 Keck 观察站的 10m 望远镜由 36 块六角形镜片组成，每片镜面由其后面的一部执行机构推动。各执行机构由一台计算机控制，采用反馈算法使其对目标聚焦。望远镜的整体框架由许多相互联结的梁和柱构成，它们承受风力而抖动。控制器必须在框架和镜子抖动的条件下很好地聚焦。控制系统是采用高维有限元法逼近显示主要振动模态的结构动力学方法来设计的。

建筑工程界现在流行对结构进行主动控制。在世界上几座最高建筑物的设计中采用了主动阻尼系统。结构工程师们的理论研究说明：一个设计完善的主动控制和谐调整质量阻尼系统可以减少建筑物承受强风时的动态移动。

工业应用自动控制的范围更广，举不胜举，为简化起见，可以用两个例子说明。

控制概念得到主要应用的一个领域是石油化工生产过程。化工厂中每一个生产单元都包括有几百个控制器，最常见的是单回路比例—积分—微分调节器，近年来也逐渐采用新型控制器，如延迟补偿器、状态估计器、不相关多变量控制器。许多自动化仪表厂家已供应自校正调节器和适应控制器。

钢铁行业中热轧厂是最早成功地采用计算机控制的工厂。高产量、高质量的生产要求，使它们早在 1961 年就采用计算机自动化，从那时起，热轧厂控制技术发展很快，已达到多层次、多变量的适应控制。

§ 0-4 控制一个动态系统的几个基本步骤

简单地说，控制一个动态系统有下列四个基本步骤：

建模 基于物理规律建立数学模型；

系统辨识 基于输入输出实测数据建立数学模型；

信号处理 用滤波、预报、状态估计等方法处理输出；
综合控制输入 用各种控制规律综合输入。

一、建模

为一个系统选择一个数学模型是控制工程中最重要的工作。当系统是不完全清楚的时候，为此系统建立一个数学模型是特别困难的。有些情况，可以写出一个系统的精确的动力学数学公式，但是它可能是如此复杂以致无法在它基础上设计一套控制规律。所幸的是对于不完全清楚的模型还能较好地处理，因为从无数实践中我们已经学到：一个复杂的系统可以在十分简化的模型上用反馈控制得到成功。因而，控制工程中的模型问题和物理学中的模型问题是完全不同的。在控制理论中，问题的关键是寻找一个健壮的在数学上精练的模型，它在有效数据基础上可以用系统辨识方法求得。

应当认识到：在控制系统设计中如果无法找到简单的数学模型，控制理论就不能得到成功的应用。这种特点一方面使控制得到了实际应用，而另一方面却使无控制领域内部引起了争议，许多控制的数学方法是否是确实有用的？而且，还使控制领域以外的许多科学家对控制的研究性质发生了误解。这种争议可以追溯到两个极端。

一种极端看法是在控制中模型的不完善无关紧要，因为反馈可以减少包括模型误差在内的不确定性的作用。而真正需要的是一个强有力的反馈的设计方法，用以构成一个健壮的、适应的有容许误差能力的控制系统。因而，牺牲了模型而把重点放在控制器上。这种观点使得为一大类通用模型设计控制器的先进理论产生了，从而形成了一种看法，认为控制理论用不到去关心象用偏微分方程构成的那种精致的模型。所以有些控制专家认为：重要的是健壮的控制理论，而不是好的模型。

另一个极端则十分重视从物理规则推演出来的精确的模型，而控制设计是容易的，至少在得到模型后是计算上可以实现的。对模型所强调的看法对于象物理学家和流体动力学家那些科学家们来说，是能接受并有吸引力的。模型是精确的假设并用以支持许多基于这种模型所作的抽象的数学控制规律的研究工作。这一极端观点完全忽视了模型的不确定性问题及其对控制设计的影响。它使人相信设计一个控制系统的唯一通路是首先要有一个十分精确的微观模型，这种想法代表了一种对控制研究的完全误解。

事实上，走一个极端而不考虑到另一方面是不恰当的。控制界必须认识到控制技术新应用的成功完全靠新模型和这些模型对新理论的发展，同时也依靠反馈设计技术的不断创新。尽管上述两种极端是控制界固有的，它始终在一定程度上存在着，而重要的突破性的成果恰恰是结合两方面的长处而得到的。在某些特殊应用场合，可能某一种观点更实际，例如在过程控制中常常用基于线性模型的健壮控制器设计，而在先进的空间应用中，则模型精确性更重要。

二、系统辨识

系统辨识可以定义为用在一个动态系统上观察到的输入与输出数据来确定它的模型的过程。如果模型结构已给定，只是其参数尚未知道，则系统辨识就变成参数估计。辨识是控制理论中不可分割的重要组成部分，它属于应用数学中的求逆问题。进行系统辨识常需作下列实验：发生输入信号和记录输出信号。有许多统计方法和计算技术可用以处理数据和得到模型。当前系统辨识方面的研究集中在下列诸基本问题上：辨识问题的可解性和问题提出的恰当性、对各类模型的参数估计方法。

三、信号处理

信号处理是控制理论外面的独立的一门学科，但这两学科之间有许多重叠之处，而控制界曾对信号处理作出了重要贡献，特别是在滤波和平滑的领域。这一领域是研究如何从被噪声污染的观察信号中重构原信息的问题。它们有广泛的应用场合，如通讯、从卫星追索数据、语音处理、图象再现等。如果没有这种计算机化了的图象再现能力，那么从水手号和先锋号等航天飞船探测器传送回来的外层行星图象就毫无用处。

四、控制的综合

控制的综合就是为控制系统生成控制规律，它与模型、辨识、信号处理、控制目标以及所用综合方法有关。这些过程的复杂性导致了各种控制研究课题，主要有：

健壮控制理论——研究能使闭环系统保持良好的性能而不受模型与信号中不确定性影响的反馈作用。例如，一个健壮的反馈不但可以镇定用它们设计的系统，而且在系统参数变化时，也能镇定它。

适应控制——研究如何在控制过程中自动调整控制规律。这种控制主要被应用于系统会随时间改变而这种改变却在不能事先预知的情况下。一个自适应反馈控制规律是在系统自动辨识的基础上来自动调整的。

多变量控制——研究具有相关解的多输入多输出系统的控制问题。反馈的作用应当包括对关联的去耦以形成不关联控制。

非线性控制理论——研究非线性动态系统的控制问题。当前许多研究集中在把几何方法作为研究的主要方法上。

随机控制——应用于系统或其摄动能以概率表达的地方。随机输出信号的滤波和预报是随机控制的自然组成内容。

分布参数控制——应用于系统内部变量的空间分布对控制目标来说是极为重要的情况。例如，对弹性板材震动的控制、对热传导、对内部有延迟的系统的控制以及对流体流动的控制等等。

其它控制——由于计算机技术的不断发展，其它许多控制问题也日趋重要了，例如自学习与自组织系统、递阶控制系统、智能控制系统和离散事件控制系统等等。

第一章 控制系统的状态空间表达式

在经典控制理论中，对一个线性定常系统，可用常微分方程或传递函数加以描述，可将某个单变量作为输出，直接和输入联系起来。实际上系统除了输出量这个变量之外，还包含有其它相互独立的变量，而微分方程或传递函数对这些内部的中间变量是不便描述的，因而不能包含系统的所有信息。显然，从能否完全揭示系统的全部运动状态来说，用微分方程或传递函数来描述一个线性定常系统有其不足之处。

在用状态空间法分析系统时，系统的动态特性是用由状态变量构成的一阶微分方程组来描述的。它能反映系统的全部独立变量的变化，从而能同时确定系统的全部内部运动状态，而且还可以方便地处理初始条件。这样，在设计控制系统时，不再只局限于输入量、输出量、误差量，为提高系统性能提供了有力的工具。加之可利用计算机进行分析设计及实时控制，因而可以应用于非线性系统、时变系统、多输入—多输出系统以及随机过程等。

§ 1-1 状态变量及状态空间表达式

一、状态变量

足以完全表征系统运动状态的最小个数的一组变量为状态变量。一个用 n 阶微分方程描述的系统，就有 n 个独立变量，当这 n 个独立变量的时间响应都求得时，系统的运动状态也就被揭示无遗了。因此，可以说该系统的状态变量就是 n 阶系统的 n 个独立变量。

同一个系统，究竟选取哪些变量作为独立变量，这不是唯一的，重要的是这些变量应该是相互独立的，且其个数应等于微分方程的阶数；又由于微分方程的阶数唯一地取决于系统中独立储能元件的个数，因此状态变量的个数就应等于系统独立储能元件的个数[⊖]。

众所周知， n 阶微分方程式要有唯一确定的解，必须知道 n 个独立的初始条件。很明显，这 n 个独立的初始条件就是一组状态变量在初始时刻 t_0 的值。

综上所述，状态变量是既足以完全确定系统运动状态而个数又是最小的一组变量，当其在 $t = t_0$ 时刻的值已知时，则在给定 $t \geq t_0$ 时间的输入作用下，便能完全确定系统在任何 $t \geq t_0$ 时间的行为。

二、状态矢量

如果 n 个状态变量用 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 \dots 、 $x_n(t)$ 表示，并把这些状态变量看作是矢量 $\mathbf{x}(t)$ 的分量，则 $\mathbf{x}(t)$ 就称为状态矢量。记作：

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \mathbf{x}^T(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$$

[⊖] 对于一般物理系统可以这样说，但由于状态方程可以描述比物理系统广泛得多的各类系统，如社会经济系统，所以对更广泛的一般系统就不一定这样说。

三、状态空间

以状态变量 x_1, x_2, \dots, x_n 为坐标轴所构成的 n 维空间, 称为状态空间。在特定时刻 t , 状态矢量 $x(t)$ 在状态空间中是一点。已知初始时刻 t_0 的状态 $x(t_0)$, 就得到状态空间中的一个初始点。随着时间的推移, $x(t)$ 将在状态空间中描绘出一条轨迹, 称为状态轨线。状态矢量的状态空间表示将矢量的代数表示和几何概念联系起来。

四、状态方程

由系统的状态变量构成的一阶微分方程组称为系统的状态方程。

用图 1-1 所示的 $R-L-C$ 网络, 说明如何用状态变量描述这一系统。

此系统有两个独立储能元件, 即电容 C 和电感 L , 所以应有两个状态变量。状态变量的选取, 原则上是任意的, 但考虑到电容的储能与其两端的电压 u_c 和电感的储能与流经它的电流 i 均直接相关, 故通常就以 u_c 和 i 作为此系统的两个状态变量。

根据电学原理, 容易写出两个含有状态变量的一阶微分方程组:

$$C \frac{du_c}{dt} = i$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_c = u$$

亦即

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_c &= \frac{1}{C} i \\ i &= -\frac{1}{L} u_c - \frac{R}{L} i + \frac{1}{L} u \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式(1-1)就是图 1-1 系统的状态方程, 式中若将状态变量用一般符号 x_i 表示, 即令 $x_1 = u_c$, $x_2 = i$; 并写成矢量矩阵形式, 则状态方程变为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u \quad (1-2)$$

或

$$\dot{x} = Ax + bu$$

式中

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

五、输出方程

在指定系统输出的情况下, 该输出与状态变量间的函数关系式, 称为系统的输出方程。如在图 1-1 系统中, 指定 $x_1 = u_c$ 作为输出, 输出一般用 y 表示, 则有

$$y = u_c$$

或

$$y = x_1$$

(1-3)

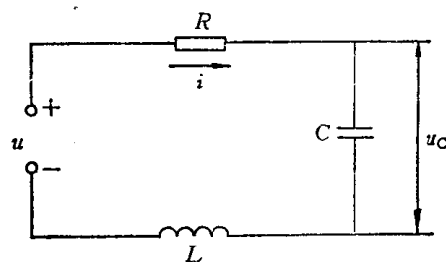


图1-1 R-L-C 电路

式 (1-3) 就是图 1-1 系统的输出方程, 它的矩阵表示式为

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

或

$$y = C^T x \quad (1-4)$$

式中

$$C^T = [1 \quad 0]$$

六、状态空间表达式

状态方程和输出方程总合起来, 构成对一个系统完整的动态描述, 称为系统的状态空间表达式。如式 (1-1) 和式 (1-3) 所示, 而式 (1-2) 和式 (1-4) 就是图 1-1 系统的状态空间表达式。

在经典控制理论中, 用指定某个输出量的高阶微分方程来描述系统的动态过程。如图 1-1 所示的系统, 在以 u_c 作输出时, 从式 (1-1) 消去中间变量 i , 得到二阶微分方程为

$$\ddot{u}_c + \frac{R}{L} \dot{u}_c + \frac{1}{LC} u_c = \frac{1}{LC} u \quad (1-5)$$

其相应的传递函数为:

$$\frac{u_c(s)}{u(s)} = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (1-6)$$

如果要从高阶微分方程或从传递函数变换为状态方程, 即分解为多个一阶微分方程, 那么此时的状态方程可以有无穷多种形式, 这是由于状态变量的选取可以有无穷多种的缘故。这种状态变量的非唯一性, 归根到底, 是由于系统结构的不确定性造成的。关于这个问题, 下面还将论及, 此处暂不多述。

回到式 (1-5) 或式 (1-6) 的二阶系统, 若改选 u_c 和 \dot{u}_c 作为两个状态变量, 即令 $x_1 = u_c$, $x_2 = \dot{u}_c$ 则得一阶微分方程组为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{LC}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{LC}u \end{aligned} \quad (1-7)$$

即

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{bmatrix} u \quad (1-8)$$

比较式 (1-8) 和式 (1-2), 显而易见, 同一系统中, 状态变量选取的不同, 状态方程也不同。

从理论上说, 并不要求状态变量在物理上一定是可以测量的量, 但在工程实践上, 仍以选取那些容易测量的量作为状态变量为宜, 因为在最优控制中, 往往需要将状态变量作为反馈量。

设单输入—单输出定常系统, 其状态变量为 x_1, x_2, \dots, x_n , 则状态方程的一般形式为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_1 u \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_2 u \\ &\dots\dots \\ \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_n u \end{aligned}$$

输出方程式则有如下形式:

$$y = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

用向量矩阵表示时的状态空间表达式则为

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = C^T x$$

(1-9)

式中 $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ —— n 维状态矢量;

$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$ —— 系统内部状态的联系, 称为系统矩阵, 为 $n \times n$ 方阵;

$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$ —— 输入对状态的作用, 称为输入矩阵或控制矩阵, 这里为 $n \times 1$ 的列

阵。

对于一个复杂系统, 具有 r 个输入, m 个输出, 此时状态方程变为

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + \cdots + b_{1r}u_r$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + \cdots + b_{2r}u_r$$

.....

$$\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + b_{n2}u_2 + \cdots + b_{nr}u_r$$

至于输出方程, 不仅是状态变量的组合, 而且在特殊情况下, 还可能有输入矢量的直接传递, 因而有如下的一般形式:

$$y_1 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \cdots + c_{1n}x_n + d_{11}u_1 + d_{12}u_2 + \cdots + d_{1r}u_r$$

$$y_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \cdots + c_{2n}x_n + d_{21}u_1 + d_{22}u_2 + \cdots + d_{2r}u_r$$

.....

$$y_m = c_{m1}x_1 + c_{m2}x_2 + \cdots + c_{mn}x_n + d_{m1}u_1 + d_{m2}u_2 + \cdots + d_{mr}u_r$$

因而多输入—多输出系统状态空间表达式的矢量矩阵形式为

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

(1-10)

式中 x 和 A —— 同单输入系统, 分别为 n 维状态矢量和 $n \times n$ 系统矩阵,

$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}$ —— r 维输入 (或控制) 矢量;

$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ —— m 维输出矢量;

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \cdots b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} \cdots b_{2r} \\ \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} \cdots b_{nr} \end{bmatrix} \quad \text{--- } n \times r \text{ 输入 (或控制) 矩阵,}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \cdots c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} \cdots c_{2n} \\ \cdots & \cdots \\ c_{m1} & c_{m2} \cdots c_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{--- } m \times n \text{ 输出矩阵,}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \cdots d_{1r} \\ d_{21} & d_{22} \cdots d_{2r} \\ \cdots & \cdots \\ d_{m1} & d_{m2} \cdots d_{mr} \end{bmatrix} \quad \text{--- } m \times r \text{ 直接传递矩阵.}$$

为了简便, 下面除特别申明, 在输出方程中, 均不考虑输入矢量的直接传递, 即令 $D = 0$ 。

七、状态空间表达式的系统方块图

和经典控制理论相类似, 可以用方块图表示系统信号传递的关系。对于式 (1-9) 和式 (1-10) 所描述的系统, 它们的方块图分别如图 1-2 a 和 1-2 b 所示。

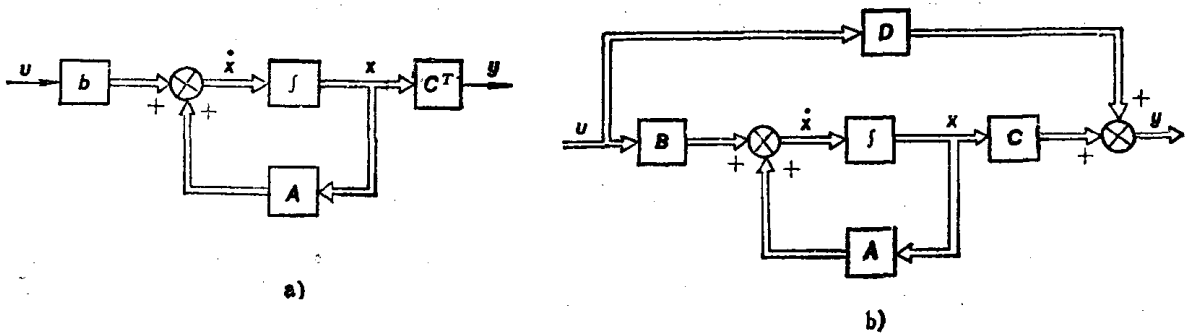


图1-2 系统信号传递方块图

图中用单线箭头表示标量信号, 用双线箭头表示矢量信号。

从状态空间表达式和系统方块图都能清楚地说明: 它们既表征了输入对于系统内部状态的因果关系, 又反映了内部状态对于外部输出的影响, 所以状态空间表达式是对系统的一种完全的描述。

§ 1-2 状态空间表达式的模拟结构图

在状态空间分析中, 采用模拟结构图来反映系统各状态变量之间的信息传递关系, 对建立系统的状态空间表达式很有帮助。

为了简便, 这里用方块结构图代替模拟计算机的详细模拟图。状态空间表达式的结构图可按如下步骤绘制: 积分器的数目应等于状态变量数, 将它们画在适当的位置, 每个积分器的输出表示相应的某个状态变量, 然后根据所给的状态方程和输出方程, 画出相应的加法器和比例器, 最后用箭头将这些元件连接起来。