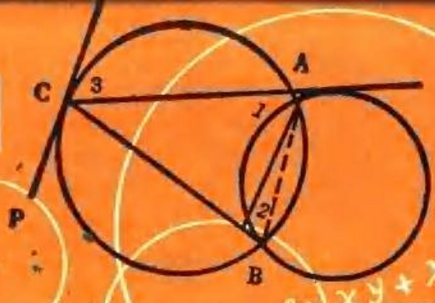


数理化基础知识

M

+

-



$$\begin{cases} x^2 + xy + x = 14 \\ y^2 + xy + y = 28 \end{cases}$$

x

÷

几何

山东科学技术出版社

数理化基础知识

几 何

烟台师专 编写

山东科学技术出版社

一九八一年·济南

内 容 提 要

本书是《数理化基础知识》中的一本。

几何学，是研究空间物体的形状、大小和相互关系的一门基础学科。本书分“平面几何”和“立体几何”两大部分。“平面几何”在介绍了几何的一些基本概念的基础上，讨论最常见的平面图形——三角形和圆——的基本性质。“立体几何”主要介绍空间几何的一些基本概念以及几何形体之间的关系，着重讨论了空间直线和平面的位置关系、空间立体的体积、表面积的计算公式。书中附有较多的例题和习题，通过这些练习以提高读者的逻辑思维和空间想象能力。

本书可供中等业余学校作教材用，也可作为知识青年和干部的自学用书，还可供在校师生学习参考。

数理化基础知识

几 何

烟台师专 编写

*

山东科学技术出版社出版

山东省新华书店发行

山东新华印刷厂潍坊厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 17.125印张 35千字

1981年7月第1版 1981年7月第1次印刷

印数：1—22,300

书号 13195·48 定价 1.45元

编 者 的 话

数学、物理、化学是重要的基础学科。它已经渗透到人们的全部实践活动。纵览宇宙，运算天体，探索粒子之微，揭示生命之谜，从高深抽象的科学理论，到人们丰富繁杂的日常生活无处不用数理化。今天，在向四化进军中，越来越显示出学好数学、物理、化学的重要作用。

从提高整个中华民族的科学文化水平出发，为配合职工教育的全面开展，满足广大读者业余自学的迫切需要，特别是为了帮助考大学的青年和在校学生加深对课本知识的理解，提高分析问题和解决问题的能力，我们编写了这套《数理化基础知识》。其中，《代数》3册，《几何》、《三角》、《解析几何》、《微积分》各一册；《物理》4册；《化学》2册。

在编写过程中，我们根据成人和速成的特点，参照教育部现行中学教学大纲的内容，由浅入深，循序渐进，着重讲清数学、物理、化学的基本概念和基本知识，对每一章中的关键性问题都做了重点介绍，并重视了运算技巧的训练和分析总结解题规律。每册书都选有一定数量的综合性习题，在选习题时还注意了习题的典型性，以培养读者举一反三的能力。每章后有小结，难度大的习题有提示，每册书末有答案备查。

这套基础知识丛书，可供中等业余学校作教材用，也可作为知识青年和干部的自学用书，还可供考大学的青年和在校学生学习参考。

目 录

平面几何部分

第一章 基本概念	1
§ 1.1 直线、射线、线段	1
§ 1.2 圆和弧	8
§ 1.3 角	10
§ 1.4 定义、命题、公理、定理	25
小结	30
复习题一	31
第二章 平行线	35
§ 2.1 平行线	35
§ 2.2 平行线的判定	37
§ 2.3 平行线的画法和平行公理	42
§ 2.4 平行线的性质	43
小结	49
复习题二	51
第三章 三角形	54
§ 3.1 三角形	54
§ 3.2 全等三角形	60
§ 3.3 等腰三角形	73
§ 3.4 线段的垂直平分线的性质和角的平分线 的性质	80
§ 3.5 三角形的边角不等关系	84

小结	91
复习题三	94
第四章 四边形	98
§ 4.1 多边形和它的内角和	98
§ 4.2 平行四边形	101
§ 4.3 几种特殊的平行四边形	106
§ 4.4 两组对应边平行的两角和两组对应边 垂直的两角	110
§ 4.5 平行线等分线段定理及三角形中位线 定理与其逆定理	113
§ 4.6 梯形	118
§ 4.7 多边形的面积	124
小结	129
复习题四	132
第五章 相似形	135
§ 5.1 成比例的线段	135
§ 5.2 相似三角形	149
§ 5.3 相似多边形	169
小结	180
复习题五	180
第六章 圆	185
§ 6.1 圆的一些重要性质	185
§ 6.2 直线和圆的位置关系	192
§ 6.3 与圆有关的角	199
§ 6.4 关于圆的比例线段	211
§ 6.5 正多边形和等分圆周	214
§ 6.6 两圆的位置关系	223
§ 6.7 轨迹	231

§ 6·8 直线和圆弧及圆弧和圆弧的连接	239
§ 6·9 弧长及扇形和弓形的面积	243
小结	252
复习题六	258
附录	264
总复习题一	270

立体几何部分

第七章 直线和平面	291
§ 7·1 平面	291
§ 7·2 直线和直线的位置关系	302
§ 7·3 直线和平面的位置关系	309
§ 7·4 平面和平面的位置关系	329
小结	352
复习题七	356
第八章 多面体和旋转体及有关计算	361
§ 8·1 多面体和旋转体	361
§ 8·2 柱	363
§ 8·3 锥	372
§ 8·4 台	381
§ 8·5 球	389
§ 8·6 直观图的画法	394
§ 8·7 柱、锥、台、球的表面积	403
§ 8·8 柱、锥、台、球的体积	433
小结	464
复习题八	469
总复习题二	474
习题答案	479

平面几何部分

初等几何学研究的对象是物体的形状、大小和相互位置关系；研究方法是推理论证；目的是培养读者的计算能力、绘图技能以及逻辑思维和空间想象能力。几何学分为平面几何和立体几何。平面几何的研究对象是具有特殊形式的某些平面图形。

第一章 基本概念

§ 1.1 直线、射线、线段

1. 直线、射线、线段

挖地基用的灰线、锯木板用的墨线及水泥杆上的电线等，都给我们直线的形象。我们把直线看成是可以向两方无限伸长。直线通常用两个大写字母或者一个小写字母表示，如“直线 AB ”(图 1.1①)，“直线 a ”(图 1.1②)。

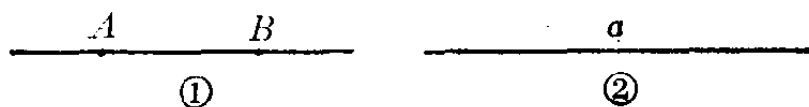


图 1.1

人们在规划地块时，在两根木桩上拉一直线就能决定地

界线；要将一木条固定在墙上，钉两根钉子就能确定它的位置。由此可以得到直线的性质：经过两点可以作一条直线，并且只能作一条直线。

直线上任一点将直线分成两部分，每部分都叫做射线；这个点叫做射线的端点。射线通常用表示它的端点和射线上另外一点的两个大写字母来表示，并且把表示端点的字母写在前面，如“射线 OC ”(图 1.2)。



图 1.2

直线上两点间的部分叫做线段。通常用表示它的两个端点的大写字母或者一个小写字母来表示，如“线段 AB ”(图 1.3①)，“线段 b ”(图 1.3②)。

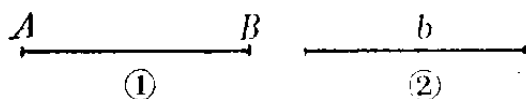


图 1.3

注 1° 直线、射线和线段，它们的形象都是直的，射线和线段都是直线的一部分。但线段有两个端点，射线有一个端点，而直线是向两方无限伸长的，没有端点。

2° 平面几何中的线段规定只有长度，没有方向，所以 AB 和 BA 表示同一条线段。

线段和射线都可以延长，延长部分用虚线表示。如延长线段 AB (图 1.4①)；延长线段 BA (图 1.4②)（此时不能说延长线段 AB ）；反向延长射线 OA (图 1.4③)。线段和射线的延长部分叫做延长线。

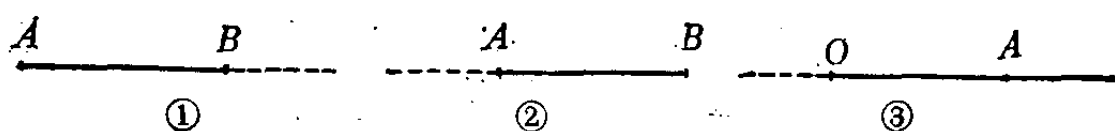


图 1.4

2. 线段的比较和度量

要比较线段 AB 和 CD 的长短，可以先把 AB 移到 CD 上，让点 A 和点 C 重合，并且使 AB 顺着 CD 放下去。

如果点 B 又和点 D 重合，则称线段 AB 和 CD 相等（图 1.5），记作 $AB = CD$ 。



图 1.5

如果点 B 落在 C 、 D 两点之间，则称线段 AB 比线段 CD 短（图 1.6），记作 $AB < CD$ 或 $CD > AB$ 。

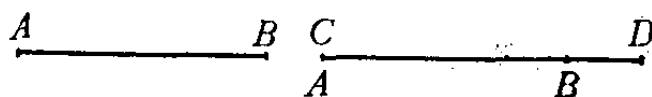


图 1.6

如果点 B 落在 CD 的延长线上，则称线段 AB 比线段 CD 长（图 1.7），记作 $AB > CD$ 或 $CD < AB$ 。

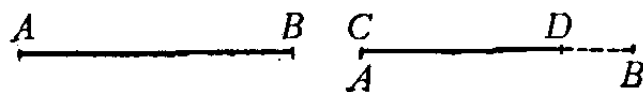


图 1.7

一条线段可以用有刻度的直尺量出它的长度。为了使量得的结果精确些，常用分割规（两脚都是针尖的圆规）去量。

量时,先把分割规的两个针尖分别放在线段的两个端点上(图 1·8①),再使两个针尖的位置不动把分割规移到有刻度的直尺上,使一个针尖落在直尺的 0 刻度线上,则另一个针尖所指的刻度数,就是所量线段的长度(图 1·8②)。

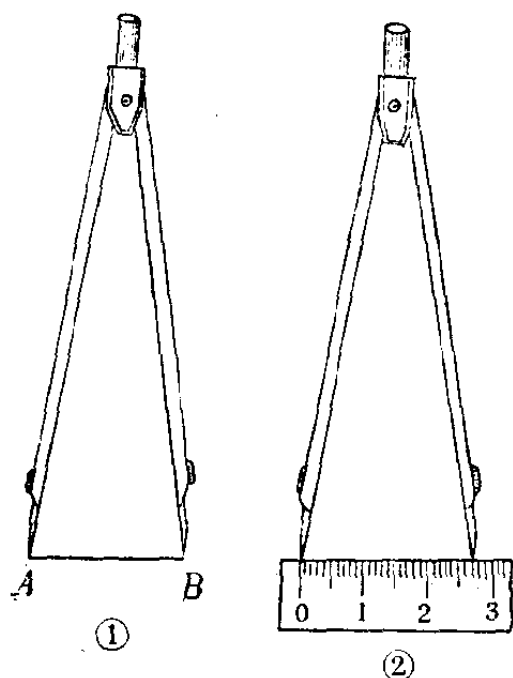


图 1·8

可以用细铁丝验证,连接 A、B 两点间的所有连线中(图 1·9),以线段为最短。两点间线段的长,叫做这两点间的距离。



图 1·9

3. 线段的作法

(1) 作出已知长度的线段

作法: 1° 作一直线 AB(图 1·10);

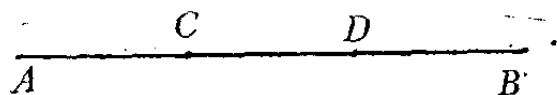


图 1·10

2° 用圆规在刻度尺上量出已知的长度;

3° 使针尖位置不动,把圆规的两脚尖同时落在直线 AB 上,则两脚间的线段 CD 即为要作的线段。

(2) 作线段等于已知线段 a 、 b 、 c 的和

作法：1° 作一直线 l (图 1.11);

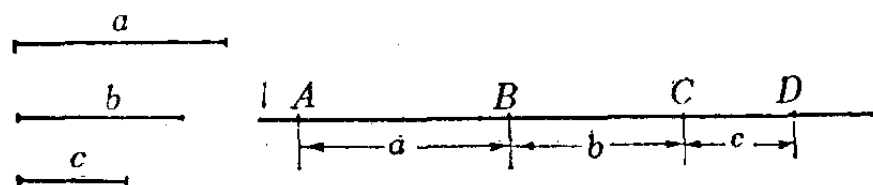


图 1.11

2° 在 l 上任取一点 A , 从点 A 起, 用圆规向一方依次截取 $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, 则 AD 即为要作的线段.

(3) 作线段等于已知线段 a 、 b ($a > b$) 的差

作法：1° 作直线 l (图 1.12);

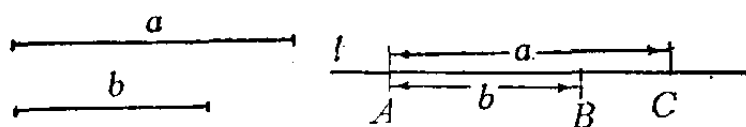


图 1.12

2° 在 l 上任取一点 A , 并截取 $AC = a$;

3° 在 AC 上截取 $AB = b$, 则 BC 即为要作的线段.

(4) 作线段等于已知线段 a 的 5 倍

作法：同(2), AB 即为要作的线段(图 1.13)

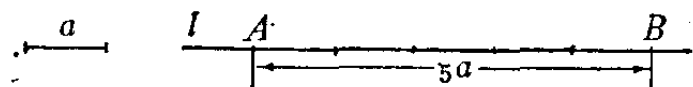


图 1.13

注 平面几何中的几何作图, 如果不特别指明用何种工具, 就只能用圆规和直尺。

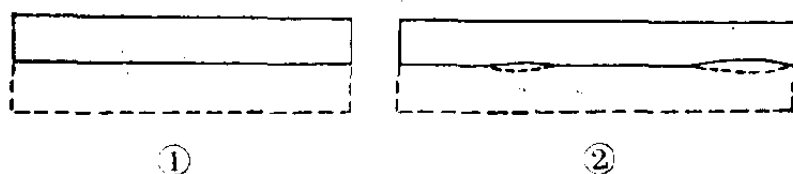
习 题 1

1. (口答)过纸面上一点,能作几条直线?过 A 、 B 两点能作几条呢?为什么?

2. (口答)射击瞄准时,怎样才能命中目标?为什么?

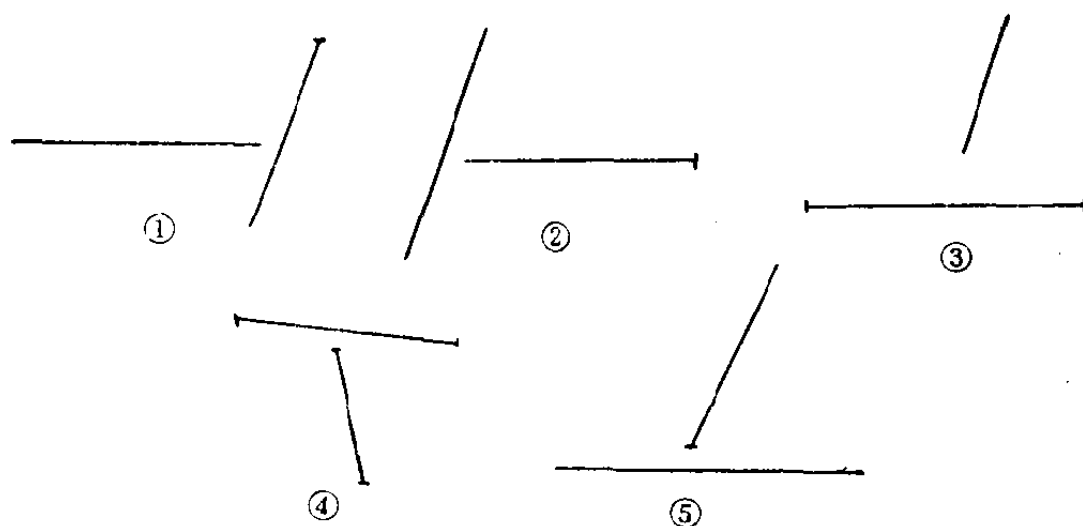
3. (口答)工人在垒墙时,先在两端固定两根木桩,中间拉紧一条细线,然后沿着细线砌砖,墙垒得很直,为什么?

4. 使一尺边经过选定的两点,并经过该尺边作一条线,然后把尺子翻转过来,还让这个尺边经过选定的两点,再沿着尺边作一条线.如果两次所作的线重合,说明尺边是直的,否则就不直,为什么?



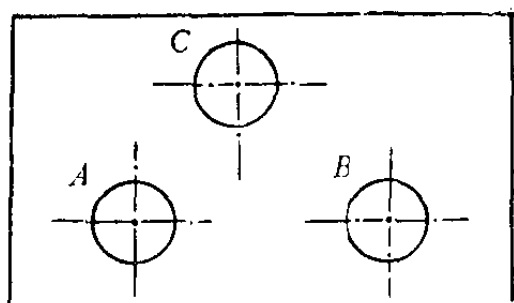
(第 4 题)

5. 图中的直线、射线和线段中,哪种情况相交?哪种情况不相交?为什么?



(第 5 题)

6. 量出图中每对圆孔的圆心间的距离(精确到 1 mm)。



(第6题)

7. 图中共存在几条线段? 分别把它们表示出来.



(第7题)

8. 根据上图填写下面的括号

- (1) $AC = () + BC$; (2) $CD = () - BC$;
 (3) $BC = AD - () - ()$; (4) $AC + CD = AB + ()$.

9. 已知线段 $AE = 12\text{cm}$, 点 D 在线段 AE 上, B 和 C 分别是 AD 和 DE 的中点, 求 BC 的长.



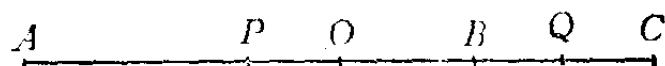
(第9题)

10. 作线段 AB , 使 $AB = 2.5\text{cm}$, 延长 AB 到 C , 使 $BC = 1.5\text{cm}$.

11. 已知线段 a 和 b ($a > b$), 作出一条线段, 使它等于
 (1) $3a + 2b$; (2) $4a - 3b$.

12. 先作一条长为 2cm 的线段 AB , 再作出线段 CD , 使 $CD = \frac{3}{2}AB$.

13. 图中 P 是 AB 的中点, Q 是 BC 的中点, O 是 AC 的中点, 则 $PQ = OC$, 为什么?



(第 13 题)

§ 1.2 圆 和 弧

1. 圆

我们通常看到的太阳、车轮、硬币等,都是圆形的物体.木工师傅做锅盖时,常用两端各钉一小钉的木条,将它一端 O 插入木板中间.当木条旋转一周时,另一端的小钉在木板上画出一条首尾相接的线,这条线叫做圆(图 1.14),端点 O 叫做该圆的圆心.连接圆心与圆上任一点的线段叫做圆的半径,如图 1.14 中的 OA 、 OB 、 OC 等.

由上例知,木条在旋转的过程中,两钉间的长度不变,由此可知,同圆中的半径都相等.

若两圆的半径相等,则称这两圆为等圆;反之,若两圆为等圆,则这两圆的半径必相等.

圆心是 O 的圆(图 1.15),记作 $\odot O$,读作“圆 O ”.

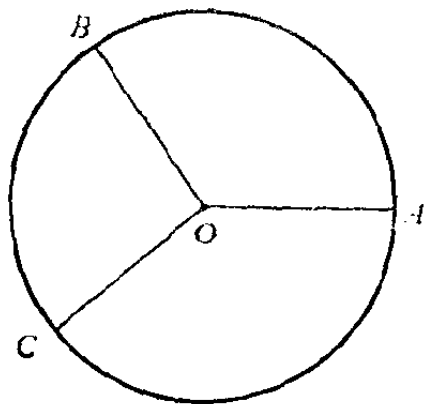


图 1.14

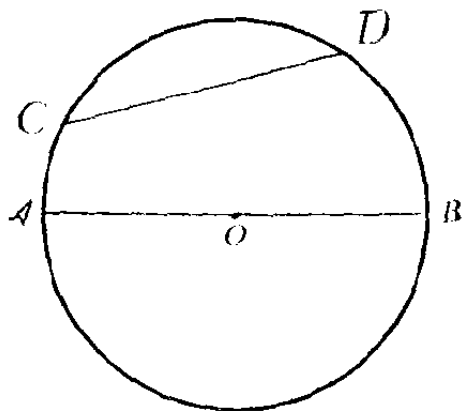


图 1.15

连接圆上任意两点的线段 CD 叫做弦。经过圆心的弦 AB 叫做直径，并且直径等于半径的两倍。由等圆与半径的关系知，同圆或等圆中，直径都相等。

2. 弧

圆上任意两点 C 、 D 间的部分叫做弧（图 1·15）。 C 、 D 叫做弧的端点。弧用符号“ $\frown$ ”表示，如弧 CD 记作“ $\widehat{CD}$ ”。任一条直径的两个端点把圆分成两条弧，每一条弧叫做半圆。小于半圆的弧叫做劣弧，大于半圆的弧叫做优弧。以后若不特别说明，凡谈到的弧，都是指劣弧。

通常，我们用圆规作圆和弧。

习 题 2

1. (口答) 圆心相同，半径不同的圆有几个？半径相同，圆心不同的圆有几个？二者都相同的圆有几个？

2. (口答) 直径与弦有什么不同？说弦也是直径是否对？为什么？

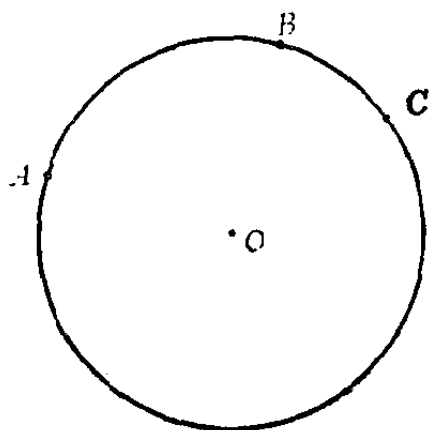
3. 用圆规和刻度尺画出圆心为 O ，半径为 5cm 的圆，并用符号把该圆表示出来。

4. 在纸上任取 O 、 O' 两点，分别以 O 、 O' 为圆心， OO' 为半径画圆，它们的大小怎样？有几个交点？

5. 已知圆 O 上一点 A ，过 A 能作几条直径？能作几条弦？为什么？

6. 有一圆盘，中间钻了一孔，怎样测定孔是否居中？

7. 在圆 O 中有几条弧？用字母和符号表示出来（包括大于半圆的弧）。



(第7题)

§ 1.3 角

1. 角

张开的剪刀口，分开两脚的圆规，都给出角的形象，从一点引出两条射线所组成的图形叫做角。角的各部分名称见图 1.16。

角用符号“ $\angle$ ”表示，可用三个大写字母记它，但必须把顶点的字母写在中间，如 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$ (图 1.17)；也可用顶点的一个大写字母来记它，如 $\angle O$ ；还可用一个数字或一个小写的希腊字母来记它，如 $\angle 1$ ， $\angle 2$ ， $\angle \alpha$ ， $\angle \beta$ (图 1.18)。但要注意，如果几个角有一个公共顶点(图 1.18①)，要想用大写字母来表示其中的某一个角，必须用三个字母，而不能只用一个。如 $\angle 1$ 可写成 $\angle AOB$ ， $\angle 2$ 可写成 $\angle BOC$ ，而 $\angle 1$ 或 $\angle 2$ 均不能写成 $\angle O$ 。

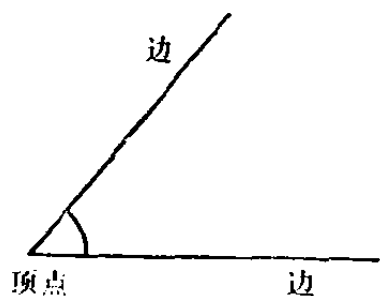


图 1.16

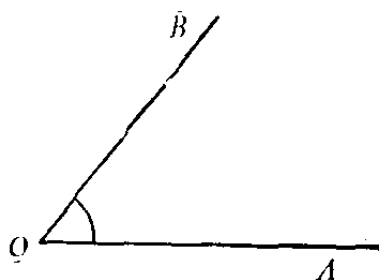
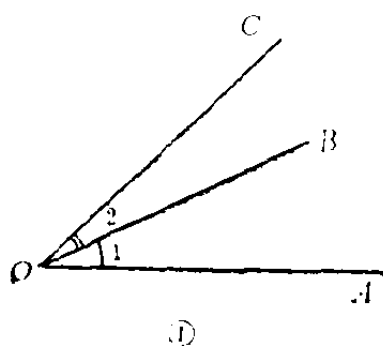
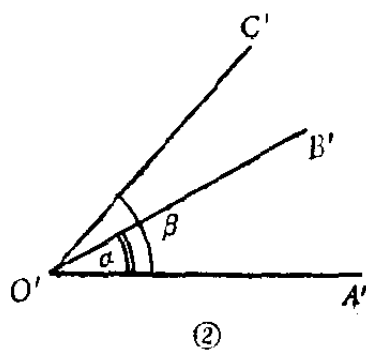


图 1.17



①



②

图 1.18