赵平亚　余道蓉　著

多维系统辨识

MultidimenSional
System Identifcation

Ping－Ya Zhao and Dao－Rong Yu

上海科学技术出版社

多维系统辨识

赵平亚　余道蓉　著

上海科学技术出版社

多维系统辨识
赵平亚　余道蓉　著
上海科学技术出版社出版、发行
(上海瑞金二路 450 号)
新华书店上海发行所经销　上海商务印刷厂印刷
开本 850×1168 1/32 印张 9.25 插页 4 字数 243,000
1994 年 8 月第 1 版　1994 年 8 月第 1 次印刷
印数 1—2,000
ISBN 7-5323-3385-X/TP·41
定价：12 元

(沪)新登字 108 号

内 容 提 要

本书是论述多维系统辨识理论的首部专著，其中大部分内容是作者近年来在这一领域的研究成果。全书包括引言、多维非参数系统辨识、多维参数估计方法、确定模型邻域集的方法、阶数递归快速算法、空域递归快速算法和结束语共七章，并在书末附有大量参考文献。本书概念清楚，图文并茂，理论性强，并注重实际应用前景介绍，可供自控、电子和光学等有关专业的科技工作者和工程技术人员参考，也可作为上述各专业高年级本科生和研究生的教材。

Multidimensional System Identification

Ping-Ya Zhao and Dao-Rong Yu

Abstract—Being the first monograph on multidimensional system identification, this book includes the latest research achievements of the authors and consists of seven chapters: introduction, multidimensional non-parametric system identification, multidimensional parameter estimation methods, choice of neighbor-sets, recursive in order fast algorithms, spatially recursive fast algorithms and conclusion-application perspective. This book can be read by experts, researchers, practitioners and students in automatic control, electronics, optics, *etc*.

序 言

起源于图象处理技术的多维系统理论研究具有多个独立自变量的信号和系统。目前，它的应用领域已从单纯的图象处理扩大到包括计量经济学、生物医学工程、地质资源勘探等在内的众多科学领域，多维系统的理论研究也在不断深入。然而，正如在一维系统理论研究中一样，确定多维系统的传递函数或点扩展函数或估计多维系统模型参数是进行多维系统最优控制和自适应控制的前提。多维系统辨识就是这样一门根据多维系统输出信号测量值去确定相应多维系统函数的新兴学科分支。

本书作者根据所从事的机械电子工业部科研发展基金项目的研究工作，将项目理论研究成果的精华部分提取出来结合作者其他研究成果著成此书。由于在国内外尚未见有同一专题的著作出版，故本书是第一部多维系统辨识理论的学术专著，填补了这一领域的空白。因此，本书的出版必将推动国内外在这一领域研究工作的发展。

本书在写作手法上十分强调理论分析，但也重视应用前景介绍，既适用于专家参阅，也能用作同类课程的教材。

东南大学教授、副校长

何立权博士

目　录

第一章 引 言

多维系统理论在图象处理、遥测遥感、地质地震信号处理、生物医学工程乃至社会经济系统等研究中有十分重要的应用价值。因为现实世界中的许多系统实际上是多维的，许多一维问题如时变问题、非线性问题等也能用增加独立自变量个数的办法转化为多维系统问题,从而变得容易研究。与一维系统辨识一样,多维系统辨识是从系统输入输出信号测量值推断系统结构及其参数的一个科学分支，它是多维系统理论的重要组成部分。多维系统辨识起源于对图象模型和图象退化机理的研究，但作为一个完整的科学分支,它也能用于设计多维自适应和最优控制系统等。

本书致力于向读者介绍多维系统辨识这一新兴科学分支以及作者在这一领域内的一些研究工作。

§1.1 多维系统的描述

一、点扩展函数

一个系统定义为一个算子。如图 1-1 所示，这个算子将输入信号 e 转化为输出信号 y,即

$$y = S\{e\} \tag{1-1}$$

如果输入信号 e 和输出信号 y 均为多个独立自变量的函数，则称该系统为多维系统。在多维系统中，自变量个数为 2 的二维系统人们研究得最多,原因是二维系统应用较广泛,而且从二维系统得出的结论可以方便地推广至三维或更高维系统。在本书中，将主要研究二维系统。

如果叠加原理成立，则我们称该系统为线性系统。在二维系统情况下,叠加原理可表示成

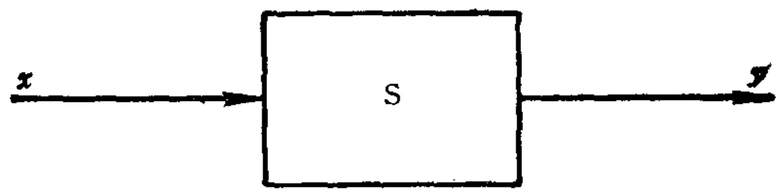

图 1-1 系统

$$S\{fe_1(\alpha,\beta)+ge_2(\alpha,\beta)\}=fS\{e_1(\alpha,\beta)\}+gS\{e_2(\alpha,\beta)\} \tag{1-2}$$

其中 f 和 g 为任意常数。

对系统的任意输入 $x(\alpha,\beta)$，如果

$$y(\alpha-\alpha',\beta-\beta')=S\{x(\alpha-\alpha',\beta-\beta')\} \tag{1-3}$$

则称该系统为移不变系统，其中

$$y(\alpha,\beta)=S\{x(\alpha,\beta)\} \tag{1-4}$$

α' 和 β' 为任意常数。

如果一个二维系统是线性的移不变系统，则其输入——输出关系可以用该系统对单位冲激函数

$$\delta(\alpha,\beta)=\begin{cases}\infty & \alpha=\beta=0\\ 0 & 其他\end{cases} \tag{1-5}$$

的响应来描述。一个二维系统对单位冲激函数的响应称为该系统的单位冲激响应或点扩展函数(PSF)，记作$h(\alpha,\beta)$。

容易证明任何一个二维函数 $x(\alpha,\beta)$ 都可以写成

$$x(\alpha,\beta)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}x(\alpha',\beta')\delta(\alpha-\alpha',\beta-\beta')\mathrm{d}\alpha'\mathrm{d}\beta' \tag{1-6}$$

所以系统的输出为

$$\begin{aligned}y(\alpha,\beta)&=S\{x(\alpha,\beta)\}\\&=S\left\{\iint\limits_{-\infty}^{\infty}x(\alpha',\beta')\delta(\alpha-\alpha',\beta-\beta')\mathrm{d}\alpha'\mathrm{d}\beta'\right\}\end{aligned}$$

当上式积分绝对收敛时，积分算子和系统算子可以交换次序，即

$$y(\alpha,\beta)=\iint_{-\infty}^{\infty}x(\alpha',\beta')S\{\delta(\alpha-\alpha',\beta-\beta')\}d\alpha'd\beta'$$

$$=\iint_{-\infty}^{\infty}x(\alpha',\beta')h(\alpha-\alpha',\beta-\beta')d\alpha'd\beta' \qquad (1\text{-}7)$$

在上式的推导过程中，我们用到了系统的线性和移不变性质。(1-7)式也同样可以写成

$$y(\alpha,\beta)=\iint_{-\infty}^{\infty}h(\alpha',\beta')x(\alpha-\alpha',\beta-\beta')d\alpha'd\beta' \qquad (1\text{-}8)$$

(1-7)式和(1-8)式实际上就是所谓的卷积关系，记作

$$\{y(\alpha,\beta)\}=\{x(\alpha,\beta)\}\otimes\{h(\alpha,\beta)\} \qquad (1\text{-}9)$$

对上式两边取傅里叶变换，根据傅里叶变换的性质，我们有

$$Y(\omega_1,\omega_2)=H(\omega_1,\omega_2)X(\omega_1,\omega_2) \qquad (1\text{-}10)$$

其中 $X(\omega_1,\omega_2)$，$Y(\omega_1,\omega_2)$ 和 $H(\omega_1,\omega_2)$ 分别为 $\{x(\alpha,\beta)\}$，$\{y(\alpha,\beta)\}$ 和 $\{h(\alpha,\beta)\}$ 的傅里叶变换。$H(\omega_1,\omega_2)$ 也称为该系统的频率响应或系统传递函数。

如果所讨论的系统是一个离散系统，即系统输入输出函数的自变量为整数，则对应于(1-9)式，有

$$\{y(m,n)\}=\{x(m,n)\}\otimes\{h(m,n)\} \qquad (1\text{-}11)$$

或

$$y(m,n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}x(k,l)h(m-k,n-l)$$

$$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}h(k,l)x(m-k,n-l) \qquad (1\text{-}12)$$

其中 $\{h(m,n)\}$ 为该离散系统对单位采样函数

$$\delta(m,n)=\begin{cases}1 & m=n=0\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \qquad (1\text{-}13)$$

的响应，也可称其为单位采样响应或点扩展函数（PSF）。对(1-11)式两边取 z 变换，可得

$$Y(z_1,z_2)=H(z_1,z_2)X(z_1,z_2) \qquad (1\text{-}14)$$

其中 $X(z_1,z_2)$, $Y(z_1,z_2)$ 和 $H(z_1,z_2)$ 分别为 $\{x(m,n)\}$, $\{y(m,n)\}$ 和 $\{h(m,n)\}$ 的 z 变换。$H(z_1,z_2)$ 为该离散系统的传递函数或系统传递函数。令

$$z_1 = e^{j\omega_1} \tag{1-15}$$

$$z_2 = e^{j\omega_2} \tag{1-16}$$

可得相应的系统频率响应函数 $H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2})$。

从(1-9)和(1-11)可以得出结论，一个二维线性移不变连续系统可以用 $h(\alpha,\beta)$ 或 $H(\omega_1,\omega_2)$ 来充分描述，而一个二维线性移不变离散系统则可用 $h(m,n)$ 或 $H(z_1,z_2)$ 来充分描述。

二、差分方程模型

除了点扩展函数以外，相当大一部分多维线性移不变离散系统还可以用输入输出函数之间的差分方程关系来描述。这个差分方程可以一般地表示为

$$y(m,n) = -\sum_{(k,l)\in N} g_{k,l}\,y(m-k,n-l) + \sum_{(k,l)\in N} f_{k,l}\,x(m-k,n-l) + x(m,n) \tag{1-17}$$

其中 N 为一个二维（在高于三维的多维系统情况下为相应维数）格点集，称为邻域集。(1-17)式的物理意义是输出图象在 (m,n) 处的灰度值与其邻近点处输入与输出图象灰度值有关。从理论上讲 $y(m,n)$ 应与所有 $y(m-k,n-l)$ 及 $x(m-k,n-l)$ 有关，即 N 应该无穷大，但在实际应用中 N 只可能取为有限大小的一个点集，通常有三种形式的 N，因果模型邻域集

$$N = \{(k,l): 1\leqslant k\leqslant p,\ -q\leqslant l\leqslant q;\ k=0,\ 1\leqslant l\leqslant q\} \tag{1-18}$$

半因果模型邻域集

$$N = \{(k,l): 0\leqslant k\leqslant p,\ -q\leqslant l\leqslant q\}\backslash\{(0,0)\} \tag{1-19}$$

和非因果模型邻域集

$$N = \{(k,l): -p\leqslant k\leqslant p,\ -q\leqslant l\leqslant q\}\backslash\{(0,0)\} \tag{1-20}$$

如图 1-2 所示。

如果输入信号 $x(m,n)$ 为一独立同分布噪声场，则我们称差

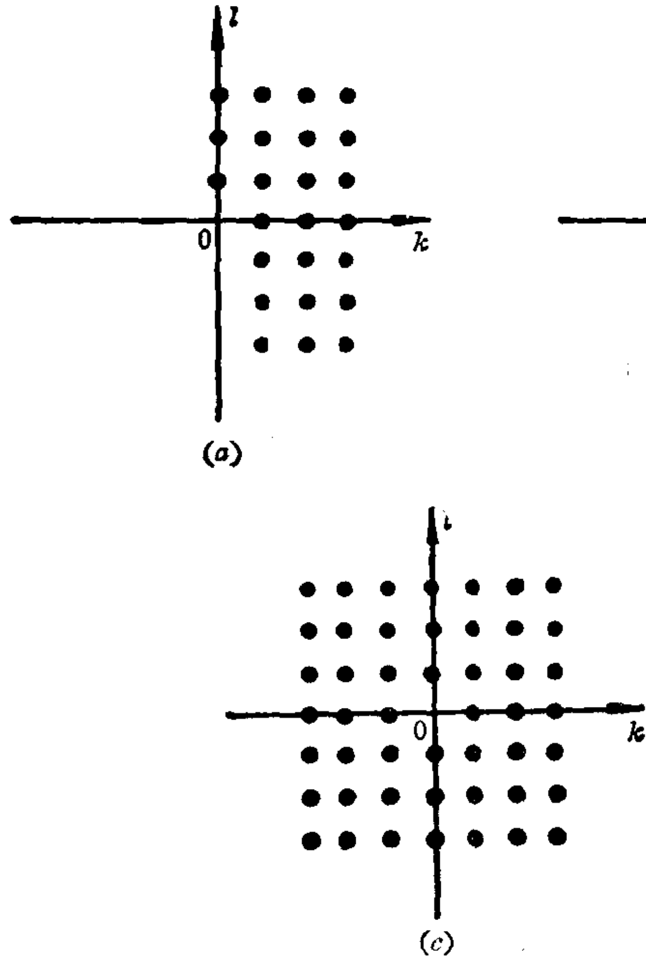

图 1-2　差分方程模型邻域集 N

(*a*) 因果；(*b*) 半因果；(*c*) 非因果

分方程(1-1)所表示的模型为自回归滑动平均(ARMA)模型。如果已知其系数$\{f_{k,l}\}$和$\{g_{k,l}\}$，则可以十分容易地根据z变换的移位性质求出相应的系统传递函数为

$$H(z_1,z_2)=\frac{1+\sum\limits_{(k,l)\in N} f_{k,l} z_1^{-k} z_2^{-l}}{1+\sum\limits_{(k,l)\in N} g_{k,l} z_1^{-k} z_2^{-l}} \tag{1-21}$$

对上式取 z 反变换就可得到 PSF $h(m,n)$。

如果在(1-1)式中第二个邻域集为一空集，则该式变为

$$y(m,n)=-\sum_{(k,l)\in N} g_{k,l} y(m-k,n-l)+x(m,n) \tag{1-22}$$

如果输入场$\{x(m,n)\}$仍为独立同分布噪声场，则我们称(1-22)式为联立自回归(SAR)模型，相应的系统传递函数为

$$H(z_1,z_2)=\frac{1}{1+\sum\limits_{(k,l)\in N} g_{k,l} z_1^{-k} z_2^{-l}} \tag{1-23}$$

如果输入场$\{x(m,n)\}$满足

$$\mathrm{E}\{x(m,n)\mid 所有\ y(k,l),(k,l)\neq(m,n)\}=0 \tag{1-24}$$

$$\mathrm{E}\{x(m,n)\}=0 \tag{1-25}$$

$$\mathrm{E}\{x^2(m,n)\}=\sigma_x^2 \tag{1-26}$$

则我们称(1-22)为条件马尔可夫(CM)模型。在上述条件下，

$$\mathrm{E}\{x(m,n)x(k,l)\}=\begin{cases}\sigma_x^2 & (m,n)=(k,l)\\ g_{m-k,n-l}\sigma_x^2 & (m-k,n-l)\in N\\ 0 & 其他\end{cases} \tag{1-27}$$

CM 模型与 SAR 模型的区别在于前者满足马尔可夫条件

$$\begin{aligned}&p\{y(m,n)\mid 所有\ y(k,l),(k,l)\neq(m,n)\}\\ &\quad=p\{y(m,n)\mid 所有\ y(m-k,n-l),(k,l)\in N\}\end{aligned} \tag{1-28}$$

而后者则不满足这个条件。对于任何一个 SAR 模型，总存在唯一具有相同谱密度函数的 CM 模型与之相对应，反之不然。但是对于具有相同谱密度函数的 SAR 模型和 CM 模型而言，后者所需的参数个数多于前者；另外，对 SAR 模型的研究可推广至 ARMA 模型的研究，而并不是每一个 ARMA 模型都存在相同谱密度函数的 CM 模型。在第三章中我们还将看到这两种模型参数的最小二乘(LS)估计量具有不同的统计性质。

除了上面介绍的几种模型外，还有许多其他模型，即使在上述几种模型中，也还可再细分成更多种类的模型，有兴趣的读者可参阅[15,16]及其中的参考文献。

§1.2 多维系统辨识概述

系统辨识问题通常是指根据系统的输入输出观察值确定该系统的数学模型，图 1-3 是这个系统辨识问题框图。我们所要寻求

的系统数学模型可以是上节中讨论的任何一种。为了得到这个数学模型，有时我们可以对系统加上一种特定的输入，然后观察其相应的输出值，再根据观察到的输入、输出数据确定模型。然而，在大多数情况下，特别是在多维系统情况下，这种输入我们很难观察到，唯一可以利用的数据就是系统的输出测量值。必须只根据系统输出测量值去推断系统结构及其相应参数。

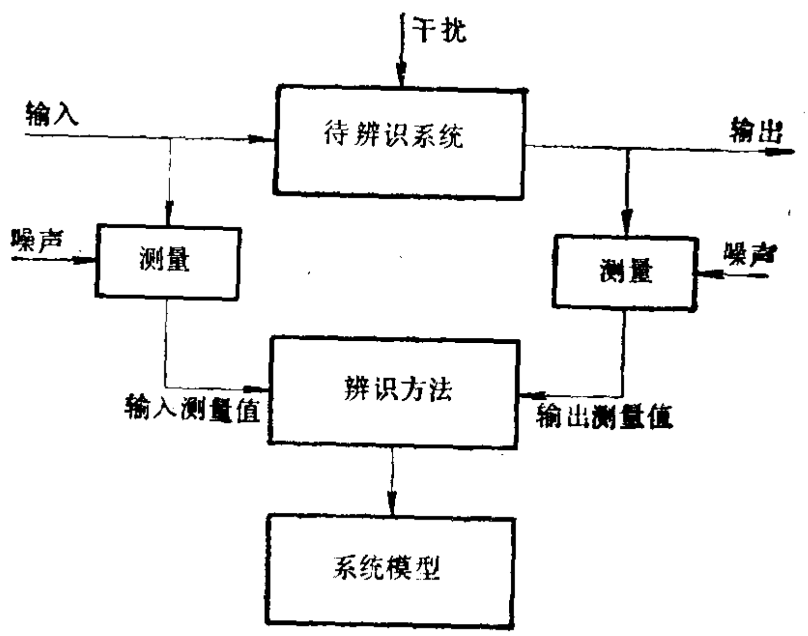

图 1-3 系统辨识问题方框图

基于对系统先验了解程度，可以将系统辨识问题分成两类：

1. 完全辨识问题

这就是说对系统的基本性质一无所知，如是线性还是非线性，有记忆还是无记忆等等。显然，要解决这类辨识问题是十分困难的，通常必须首先作一些假设，然后才能试图去解这样一种问题。这类辨识问题也称为“黑箱”辨识问题。

2. 部分辨识问题

即我们认为系统的某些基本性质，如线性、带宽等是已知的，但不知道模型的阶数或其他参数值。这类辨识问题也称为“灰箱”辨识问题。当然，“灰箱”问题比“黑箱”问题要简单多了。

在许多实际情况中，我们所遇到的问题都是后一类问题，本书将把重点放在这一类辨识问题上。在这种情况下，系统结构已知，

因而，就有可能给出特定的数学模型形式，如上节中讨论的差分方程模型。这样，只需确定模型参数值即可，系统辨识问题简化为参数辨识问题。

从理论上讲，当系统输入输出数据已知，我们能够精确求出系统模型的未知参数值。然而，实际上输入输出信号数据测量值都带有观察噪声，在许多多维系统辨识问题中，输入信号根本无法测量。另外，根据系统先验知识得出的系统模型形式也未必十分准确，系统本身也会有干扰。所以，确定系统模型参数实际上是一个随机估计问题。

系统辨识过程可以分为如下几步：

1. 确定一类代表待辨识系统的数学模型，它们可以是非参数模型如 PSF，也可以是参数模型如 SAR 等。

2. 如果选择了非参数模型，则进行非参数模型辨识，即直接从输入输出信号测量值估计 PSF 等。如果是选择了参数模型，则进行参数辨识，从一类模型中找出一个与输入输出数据测量值最吻合的模型。

3. 根据最终辨识标准检验所得模型是否符合要求。如果检验合格，则系统辨识过程结束，否则重复上述两个步骤，直到检验合格为止。

第二章 多维非参数系统辨识

§2.1 点扩展函数辨识

在第一章中已经指出，任何一个多维系统都可以用一个多维函数来描述，这个函数可以是以多维频率为自变量的系统传递函数，也可以是以空间坐标为自变量的点扩展函数（PSF）。因为系统传递函数和点扩展函数之间存在着傅里叶变换对的关系，所以知道了一个就可以容易地得到另一个。在这一节中，我们讨论两种确定点扩展函数的方法，第一种方法根据对系统物理性质的先验知识来确定 PSF；另一种方法根据对系统输入输出数据的后验知识来确定 PSF。与本书其他章节一样，在这一节中，我们讨论的系统局限于二维系统，但结论可推广至三维系统。从理论上讲，本节结果也可以推广到更高维系统，但这种推广没有什么实际应用价值。

一、几种特定图象退化过程的 PSF

图象退化过程可以看作是无退化理想图象通过一个二维系统的滤波过程。该系统的输入是无退化的原始图象 $x(\alpha,\beta)$，输出为退化了的图象 $y(\alpha,\beta)$，而系统的传递函数 $H(\omega_1,\omega_2)$ 则是 PSF $h(\alpha,\beta)$的傅里叶变换。

首先讨论由于照相机和景物之间的相对运动而造成的退化。假设景物是静止的，照相机快门的开启与关闭所需要的时间为零，那么，在胶片上任何一点的曝光量为快门开启和关闭这段时间间隔内瞬时曝光量的积分，即