

中等专业学校教材

水力机组测试技术

武汉电力学校 杜文忠 主编



N1127/09
中等专业学校教材

水力机组测试技术

武汉电力学校 杜文忠 主编

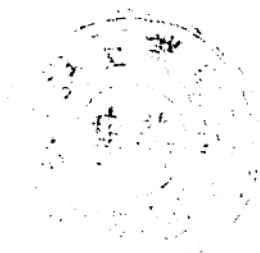


中国水利水电出版社

内 容 提 要

本书共十章,较详细的介绍了误差分析与数据处理、常用的传感器、常用的测量仪器及显示与记录仪器、水力机组主要力特性试验、水力机组现场效率试验、水力机组的汽蚀试验、水力机组稳定性试验、水力机组轴承试验和水力机组启动试验等。本书力求从现场实际试验过程进行编写,把理论与实际密切联系起来,读者学完全书(或某项试验)之后,能较快的上岗应用。

本书可作为中等专业学校水电站动力设备专业的教材及有关专业的教学参考书,也可供从事测试工作的技术人员使用。



中等专业学校教材

水力机组测试技术

武汉电力学校 杜文忠 主编

中国水利水电出版社 出版
(原水利电力出版社)

(北京市三里河路6号 100044)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售
北京市朝阳区小红门印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 10.75印张 241千字

1995年9月第一版 1998年10月北京第二次印刷

印数 2121—4120册

ISBN 7-80124-235-1/TV·114

(原 ISBN 7-120-02220-2/TV·880)

定价 10.70元

前 言

本书是根据 1989 年 1 月 30 日水利部水科教 [1989] 4 号文件的决定组织编写的。

《水力机组测试技术》课程的编写大纲，是按原水电部教育司在 1988 年 4 月正式颁布的水电站动力设备专业教学大纲（四年制）基础上，经过主、参编讨论修改后进行编写的。本书力求从现场实际试验过程进行编写，既满足各校教学用，又能供从事测试工作的技术人员用。各校在使用本书时，可按实施性教学计划及所在地区的实际情况，对有关章节作适当取舍。由于练习题资料篇幅很大，本书未能编入，各校可自行另编练习题内容。

本书第一、二、六、九章由武汉电力学校杜文忠同志编写；第五、八、十章由成都水力发电学校聂卫东同志编写；第三、四、七章由武汉电力学校何新洲同志编写。全书由杜文忠同志主编，由东北水电专科学校王义林同志主审。

本书编写过程中，得到葛洲坝水电厂机试班、湖北省中试所水机室和蒲圻陆水试验电站曾树村同志等提供资料和帮助。特别是水力机组轴承试验一章，主要参考了由湖北省中试所刘晓亭同志主编的《水力机组现场测试手册》中有关内容。刘晓亭、苏荣正、田爱民等同志又审阅了有关章节。在编写过程中武汉电力学校水动组老师也给予了大力帮助。王良佑、朱德康老师还审阅了有关章节，在此一并致谢。

由于编者水平所限，加之资料分散，时间仓促，疏漏及不当之处恐难避免，深望广大读者批评指正。以便将来修订时参用。

编 者

1994 年 2 月

目 录

前 言

第一章 概论	1
第一节 水力机组现场试验的目的和意义	1
第二节 现场试验的内容和分类	1
第三节 现场试验的主要测试参数	1
第四节 现场试验的测试方法	2
第五节 现场测试技术的发展	4
复习思考题	4
第二章 误差分析与数据处理	5
第一节 现场测试误差	5
第二节 现场测试误差的组成及原因	5
第三节 试验结果的误差估计	7
第四节 实测数据的表示及综合误差计算	10
复习思考题	12
第三章 常用的传感器	13
第一节 常用传感器的分类	13
第二节 电阻式传感器	13
第三节 电感式传感器	28
第四节 电容式传感器	34
第五节 压电式传感器	36
第六节 磁电式传感器	38
第七节 光电式传感器	40
第八节 热电式传感器	42
第九节 传感器的性能及选用原则	45
复习思考题	48
第四章 常用的测量仪器及显示记录仪器	50
第一节 电阻应变仪	50
第二节 光线示波器	57
复习思考题	64
第五章 水力机组主要力特性试验	65
第一节 概述	65
第二节 实验应力分析与应变片群的布设	65
第三节 机组主要固定部件应力测试	72
第四节 机组主轴的力和力矩的测试	75

第五节 水轮机转轮的应力测试	80
复习思考题	83
第六章 水力机组现场效率试验	84
第一节 水轮机效率试验概述	84
第二节 水轮发电机有功功率的测定	85
第三节 水轮机过流量的测定	86
第四节 水轮机工作水头的测定	103
第五节 效率计算与成果分析	105
第六节 水轮机相对效率的测定	108
第七节 水轮机引、排水系统的监测	110
第八节 水电站上、下游水位和装置水头的测量	115
第九节 水电站水力监测系统图	118
复习思考题	119
第七章 水力机组的气蚀试验	120
第一节 概述	120
第二节 气蚀试验的方法	121
复习思考题	126
第八章 水力机组稳定性试验	127
第一节 概述	127
第二节 振动的评价方法及标准	128
第三节 水力机组的现场稳定性试验方法	130
第四节 试验资料分析及问题处理	132
复习思考题	136
第九章 水力机组轴承试验	137
第一节 轴承试验的目的和意义	137
第二节 轴承的试验项目和基本要求	137
第三节 轴承油膜厚度的测试	138
第四节 轴承温度的测试	147
第五节 轴承油膜压力的测试	151
复习思考题	156
第十章 水力机组启动试验	157
第一节 新机组(或大修后机组)投入运行前的检查与试验	157
第二节 启动和开停机试验	158
第三节 空载扰动试验和带负荷试验	160
第四节 甩负荷试验	162
复习思考题	165
主要参考文献	166

第一章 概 论

第一节 水力机组现场试验的目的和意义

水电站的水轮发电机组、水泵站的水泵—电动机组，以及抽水蓄能电站的可逆式机组（水泵水轮机——发电电动机），一般通称为水力机组。在现场对这些机组进行的各种试验，称为水力机组的原型试验，以区别实验室内对模型机组所进行的模型试验。

模型试验是水力机组试验的一个重要方面。由于模型机组尺寸小，重量轻，装拆方便，测量精度高，试验费用低，工况变更简单易行，且不受生产和自然条件的限制，因此水力机组的设计、制造和科研部门都广泛采用模型试验。但模型试验有一定的局限性，如因模型尺寸小，实验室的试验条件与现场的试验条件很难完全相似，原型机组的制造质量与安装质量也是模型试验时无法考虑的。这样，模型试验结果，便不可能全面的、真实的反映原型机组特性。故原型试验还是很必要的一种方法。

水力机组现场原型试验的目的，是通过这些试验可以准确地了解机组在电气、机械、水力等方面的工作特性，合理地整定各种工作参数，为安全、经济运行提供最可靠的资料，有效地指导水电站和水泵站的生产。同时还是检验水机理论、计算方法、鉴定制造质量和安装质量的最好手段和可靠依据。所以仔细认真地分析研究现场试验所积累的资料，可以更经济更有效地利用我国丰富的水力资源，同时更容易发现新型结构的水力机组。

第二节 现场试验的内容和分类

现场试验的内容丰富，种类繁多。按专业性质可分为电气试验和水力机械试验两大类。根据水动专业培养目标的要求，本书只讲水力机械试验。现场水力机械试验进行较多的有以下几个主要内容：

- 1) 水轮机现场的效率试验；
- 2) 水力机组主要力特性试验；
- 3) 水力机组轴承试验；
- 4) 水轮机的气蚀试验；
- 5) 水力机组的稳定性试验；
- 6) 水力机组启动试验等。

以上这些试验内容，可根据水电站每次试验的目的和要求，有的可单独进行，有的可同时进行。

第三节 现场试验的主要测试参数

原型试验需测试以下几方面的参数。

(1) 电气参数。如机组功率；系统频率等。

(2) 机械参数。如机组转速；位移量（如主配压阀开口、接力器行程、导叶开度、轮叶开度和抬机量等）；振动量（如机组摆度、振幅值和频率等）；轴承的油膜厚度和压力；汽蚀的强度等。

(3) 水力参数。如机组过流部件的压力（如压力管道的压力、蜗壳压力、顶盖或支持盖压力、尾水管真空、尾水管压力脉冲和迷宫环压力等）；机组的水位和水头；机组的过流量和流速等。

(4) 力学参数。如大部件（包括固定部件和过水部件）的应力或应变；主轴的轴向水推力和扭矩；导水叶力矩；轴承负荷和支撑部件受力等。

(5) 调节参数。如调速系统静、动态特性品质指标（详见《水轮机调节》教材）等。

(6) 热力参数。如轴承瓦温、油温；机组冷却水温和发电机定子温度等。

第四节 现场试验的测试方法

现场测试方法的分类详见表 1-1。水力机组现场测试主要的、大量的采用非电量电测法。

非电量的电测法原理是：首先将被测非电量通过传感元件变换成电量，然后利用电量测试技术，通过适当的测量电路，最后由显示记录仪表将此电量测量出来。此电量与被测非电量之间存在着一定的函数关系，如果事先确定了此函数关系，非电量就可据显示记录仪表的指示值得求。

非电量电测法具有如下优点：

1) 测量范围很广。采用电子技术，用放大或衰减的办法很容易改变仪器的灵敏度，使测量仪器有较宽的幅域；

2) 电测装置惯性较小，也就是有比较宽的频率范围，不仅能测量变化速度慢的物理量，也能测量变化速度快的物理量；

3) 可进行遥控和遥测；

4) 有利于对结果实行数字显示并进行数据处理，便于自动控制和分析。若配有微处理机将能实现智能化测量。

非电量电测系统通常由传感器、测量电路、显示记录装置及电源装置组成。它们的相互关系可用图 1-1 所示的原理方框图表示。图中各部分有如下作用。

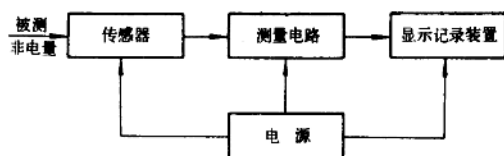


图 1-1 非电量电测系统原理方框图

1. 传感器

传感器将被测非电量变换成与它有一定关系的电信号。它是电测系统的核心元件，它获得信息正确与否，关系到整个测量系统的精度。由于非电量参数很多，所以与之相适应的传感器的种类也很多，在具体测量时要认

表 1-1

水力机组现场测试方法分类

序号	测试方法 分类依据	测试方法	主要特征	优缺点
1	按 测试 原理 分	机械测试方法	用简单测量工具或机械式仪表由观测者对被测参数直接读数。如水尺测量水位,压力表测量水压,千分表测量位移和振幅	1. 只能读被测参数的稳定值,而不能测读瞬时的变化值。 2. 测读数值不能自动记录,不能遥控和遥测。 3. 测读精度差,误差较大
		电气测试方法	电量的电测法 被测参数的本身是电量,用相应的仪器直接测试和显示或经电量转换器(如电压—电流转换器,频率—电流转换器)测量和显示	1. 灵敏度高。 2. 动态性能好,能测试各种参数随时间的变化过程。 3. 能自动显示和记录,便于与计算机联用。 4. 精度较高,误差较小
		非电量的电测法 被测参数均为非电量,即将被测非电量参数通过各种传感器转成电量信号,经放大器放大传送到显示仪器和记录仪表		
2	按 测试 内容 要求 分	静态测量	机组在稳定工况下,精确地测量被测参数的稳定值,即所测参数为机组稳定工况下的运行平均值	1. 要求仪表有较高的等级。 2. 测量仪器只能选用静态的,如静应力的测量只能适用于静态电阻应变仪
		动态测量	机组在工况过程中,测量被测参数值随时间的变化过程。即测出各个参数值随时间变化过程、某一时间出现的特征值的大小以及各个参数在过渡过程中的相互关系	1. 测量精度较次静态测量。 2. 测量仪器应有良好的动态性能。 3. 动态测量是了解运行机组性能和特点的重要手段
3	按 现场 测试 系统 分	目测系统	我国当前水力机组现场测试方法所形成的测试系统(由机械测试方法和电测法所组成的测试系统)	1. 测试精度和误差,与自动测试系统相比次。 2. 人工进行数据处理和分析,效率比较低
		半自动测试系统	测试数据的获得,数据处理以及结果显示记录均由计算机自动完成,但测量仪器的操作和调正仍需测试人员完成	1. 误差小(主要是系统误差),精度高。 2. 节省劳力工时,成果快,效率高。 3. 所测数据计算、图表曲线准确可靠。
		自动测试系统	在测试过程中,从测试仪器设备的接入,数据获得、数据处理,一直到试验结果的显示和通报,均由测试系统自动地完成,测试人员不需介入	4. 属国内外先进测试技术

真的选用。

2. 测量电路

测量电路将传感器的输出电信号进行调整(如放大、衰减)、处理(如运算、调制、调解)和变换(如模 $\leftrightarrow$ 数),使其输出电信号便于显示和记录。

3. 显示记录装置

显示记录装置将测量电路输出的电信号显示成被测的、具体的非电量数值。常用的显示方式有三类：

(1) 模拟显示。利用指针对标尺的相对位置来表示被测量的数值，常用的有毫伏表、毫安表及微安表等指示仪表。

(2) 数字显示。用数字形式来显示被测量的数值，如数字电压表、数字电流表或数字频率计等。

(3) 图象显示。利用屏幕显示被测量的数值或者是显示被测参数的变化曲线等。常用的自动记录仪有笔式记录仪（如电平记录仪、 $x-y$ 函数记录仪、电子电位差计等）、光线示波器、磁带记录仪和电传打字机等。

4. 电源装置

电源装置给非电量电测系统提供能源，保证有关传感器、测量电路和各种显示装置所需的外加电源。

非电量电测系统如与电子计算机联用，匹配好各种被测参数转换元件的接口或输入通道，就形成了自动测试系统，其测试手段更为先进，更为完善。

第五节 现场测试技术的发展

过去水电站一般只采用液柱式压力表或弹簧式压力表对各种压力进行监测；采用一般温度计进行温度监测；用百分表监测振动，用水尺监测水位等。它们均属于目测方法。随着现代科学技术和水电事业的迅速发展，水电厂生产过程自动化水平的提高，对测试的精度、速度都提出了更高更新的要求，迫使人们想出更先进更合理的测试方法来。特别是近几年各种先进的转换元件（传感器）的出现，加上计算机（微型计算机和微处理机）已被广泛应用到现场测试方法中去，大大的提高了测试精度和速度。使过去常用的目测系统逐步转化为半自动测试系统或全自动测试系统。这就缩短了测试时间，减轻了测试时的劳动强度和停机带来的电能损失。

从接触式的测试技术转化为无接触式测试技术，又为水力机械运动部件的测试方法找到了一个新的方向。

国内已应用超声波测试技术测量水轮机过流量、探测水轮机汽蚀现象和对水力机组设备进行探伤等先进技术；应用激光测试技术测量水轮机的流速。这些先进技术和方法，将来会被我国水电事业更广泛的使用。但是，由于本教材篇幅所限，未能编入，有兴趣的读者可参阅有关专著。

复 习 思 考 题

1. 为什么要对水力机组进行现场原型试验？其目的何在？
2. 现场试验有哪些主要内容？
3. 现场试验一般要测哪些主要参数？
4. 现场试验一般有哪些主要方法？非电量电测法的原理如何？并背画出它的原理方框图。

第二章 误差分析与数据处理

第一节 现场测试误差

在现场试验中,水力机组的测试由于各种因素的影响。例如测试方法、测试仪器、测试条件(温度、湿度、电磁等)和测试人员的测试水平,以及偶然过失等,造成了测试结果的不可避免的误差,称为水力机组现场测试误差。它分为绝对误差和相对误差两种。

(1) 绝对误差。即观测值与真值之差。若以 X 表示观测值, X_0 表示真值,则绝对误差为 $\Delta X = X - X_0$, 其单位与被测量的单位同。

(2) 相对误差。即绝对误差 ΔX 与真值 X_0 的比值。通常以百分数表示,即

$$\beta = \frac{\Delta X}{X_0} \times 100\%$$

相对误差没有单位,利用它可以很方便地对不同测量结果的误差进行比较。

第二节 现场测试误差的组成及原因

一、测试误差的组成

根据误差的性质和产生原因,一般分为三类。

1. 系统误差

系统误差即已选定的测量系统对测试结果产生的误差。其误差大小和方向是恒定的,或按一定的函数规律变化。其产生原因可归结为:测量仪器不良;环境条件变化;测量方法本身近似;观测人员的习惯和偏向等。

2. 偶然误差(又称随机误差)

偶然误差时大时小,其符号时正时负。它的出现完全是偶然的,无任何确定的函数规律。但在一定条件下对同一物理量进行多次重复观测时可以发现,偶然误差的算术平均值将逐渐趋于零,而测量值接近于真值。偶然误差具有统计规律,它的出现完全由概率所确定。

关于系统误差和偶然误差的异同点,详见表 2-1。

3. 过失误差(又称疏失误差)

过失误差是一种明显歪曲了的测量结果,显然与事实不符的误差。它是由于测试人员的疏忽造成的,如读错标尺,记录错误和测量中误操作等造成的。此类误差毫无规律,但是容易判别,在处理观测数据时应该剔除。

二、测试误差产生的原因及要求

1. 传感器部件引起的误差

某些传感器由于性能差,如存在非线性、重复性、迟滞性等误差,一般要求这些误差

表 2-1

系统误差和偶然误差的异同点

异同点	比较项目	系 统 误 差	偶然误差 (随机误差)
不同点	本 性	具有确定性, 在相同的条件下, 多次测量同一量时, 误差的绝对值和符号保持恒定; 改变条件时, 误差亦按确定的规律变化	具有随机性, 在相同条件下, 多次测量同一量时, 误差的绝对值和符号以不可预定的方式变化, 即某一个误差的出现是随机的, 但就总体而言, 明显地遵从统计规律
	误差源	单项系统误差多与单个因素或少数几个因素有关	多由大量均匀小的因素, 共同影响所造成
	抵偿性	无	有
	与试验条件的关系	影响系统误差的条件一经确定, 误差也随之确定; 即使重复测量, 误差保持不变 (包括绝对值和符号)	与试验条件的关系不如系统误差那样紧密有关; 同条件下重复测量可减少随机误差
	发现方法	需要通过改变试验条件, 才能发现	在确定的现场条件下, 通过多次重复测量, 即能发现
	减弱方法	需要采用特殊的方法, 为引入修正值、消除误差因素, 选择适当的测量方法等	可以通过在同条件下测量而减少, n 次测量平均值的随机误差的标准差为单次测量随机误差的标准差的 $1/\sqrt{n}$
	分布类型	多种, 但未知分布时可按均匀分布处理	一般为正态分布
相同点	实质反映	反映测量均值的极限与真值之间的偏离	主要反映测量值自身之间的离散程度
	本 性	都是误差, 它们始终存在于一切科学实验中	
	减弱程度	都只能减弱到一定程度 (往往与科学水平有关), 而无法彻底消除之	
	有界性	都有确定的界限	
	表示方法	可以用绝对误差、相对误差, 不确定度等表示	
	传递方法	可按类似的规律进行传递	
	合成方法	可采用概率分布的方式进行合成 独立的偶然误差有抵偿性, 强正相关的随机误差对和的影响具有累积的特性; 若干独立系统误差对和的影响也具有一定强度的抵偿性, 故而对未定系统误差的研究, 类似于研究偶然误差一样, 也可以应用概率论进行解决	

应在 1% 范围内。目前国产传感器系列误差已达 0.5%~0.1% 范围。另外, 传感器的量程选择不当, 也将产生测试误差, 一般要求其量程范围应大于被测量的 20%, 个别情况 (如用负荷) 还可选择更大些。还有传感器安装时未能满足安装条件要求而导致产生误差。

2. 标定系统引起的误差

传感器标定时, 如果标定系统所选择的传感器 (或试件)、材料、引线、仪器以及比例尺等未能完全与现场测试要求“对号入座”而引起的误差。一般应采用带线式标定系统, 其标定误差小于 1.5%。

3. 测量仪器引起的误差

测量仪器如应变仪、示波器等在测试中所带来的系统误差约占整个测试中综合误差的

1/2 多。所以,测试现场对仪器使用时温度、湿度、强振和强磁等影响,要做好防护措施。

4. 现场试验引起的误差

现场观测时如读数不准,测量次数太少和仪器操作不当等均有误差产生。故应严格按试验规程和技术要求执行,不能有半点疏忽。

5. 资料整理与计算引起的误差

资料整理时如波形曲线取值不当,经验公式使用不当和绘图比例选取不当都会产生误差。

总之,现场测试引起误差的原因很多,且又很复杂,须待实践中进一步研究与探讨。

三、测量结果的准确度和精密度

观测结果的精度(或精确度),它反映观测结果的准确程度。亦即表示观测结果的数值与被测的“真值”的符合(靠近)程度。它取决于所有误差成分总的作用,只有系统误差和偶然误差都小,观测值的准确度才高。精度一般是在校验或标定的过程中来确定的。精度一般用“范围误差”来表示,或者用范围误差与满量值之比按百分数给出。

精密度是在同一条件下,用同一方法对某一观测值或物质中某一成分含量测定多次时,所测得各数值间互相接近的程度。它反映观测值的偶然误差大小。例如,某一次现场观测结果的数值相互间都很接近,重复性大,偏离平均值小,偶然误差也小,则这组观测值的精密度高。精密度的表示方法可用偶然误差($\pm 0.6745\sigma$)、标准偏差 $\pm\sigma$,以及 $\pm 2\sigma$ 、 $\pm 3\sigma$ 等来表示。

第三节 试验结果的误差估计

一、平均值和误差的表示方法

1. 平均值

平均值的计算,常用的有以下几种方法。

(1) 算术平均值。它是最常用的一种计算平均值的方法。在一组等精度测量中,其值接近于真值。即

$$\bar{X}_{01} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2-1)$$

式中 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ ——各次测量值;

n ——测量次数。

(2) 均方根平均值。常用于计算振动质点的动能。其定义为:

$$\bar{X}_{02} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (2-2)$$

(3) 加权平均值。在计算平均值时,对比较可靠的数据给以加重平均,即乘以一定的倍数后再平均,称为加权平均。即

$$\bar{X}_{03} = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + \cdots + k_n x_n}{k_1 + k_2 + \cdots + k_n} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i X_i}{\sum_{i=1}^n k_i} \quad (2-3)$$

式中 $k_1, k_2, \dots, k_n$ ——各测点值对应的权数。

(4) 中立值。即将一组测试数据按一定的大小次序排列起来的中间值。若测试次数为偶数时，取中间两个值的平均值为中立值。中立值是从统计观点为基础的，只有在观测值为正态分布时，才能代表一组数的真值。

(5) 几何平均值。即将一组 n 个测试值连乘再开 n 次方根求得的值。即

$$X_{05} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} \quad (2-4)$$

或以对数表示有

$$\log X_{05} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log X_i \quad (2-5)$$

上述各平均值都必须建立在正态分布（有兴趣者可参阅有关专著）的前提下，即测试值是在真值左右两侧对称分布，并趋向于真值。最常用的还是算术平均值。

2. 误差的表示方法

误差的表示方法，通常有以下三种形式。

(1) 范围误差。即指一组测试数据中，最高值与最低值之差。常用相对值表示，即

$$k = \frac{l}{\bar{X}_{01}} \times 100\% \quad (2-6)$$

式中 k ——最大范围误差系数；

l ——最大范围误差，即

$$l = l_{\max} - l_{\min}$$

$\bar{X}_{01}$ ——测试数据的算术平均值。

(2) 算术平均误差，其定义为：

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n} \quad (2-7)$$

式中 δ_i ——每个测试值与平均值之差，即

$$\delta_i = X_i - \bar{X}_{01}$$

(3) 标准误差。又称均方根误差，是误差表示的较好方法，其定义为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} \quad (2-8)$$

在测试次数较少时，标准误差常用下式表示：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} \quad (2-9)$$

二、多次测量的误差分布及数据取舍

1. 多次测量的误差分布规律

实践证明，绝大多数观测数据的偶然误差服从于“正态分布规律”，见图 2-1 所示。

$$p(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (2-10)$$

式中 $p(\delta)$ —— 为误差 δ 出现的或然率密度；

σ —— 标准误差（均方根误差）。

由分布曲线和方程式可知： σ 越小，测量中接近于真值的观测值（即误差小的观测值）个数愈多，测量结果愈密集，即测量精度愈高； σ 越大，则测量结果愈分散，测量精度愈低。均方根误差单值地描述了测量结果的分散程度。

某误差 δ_i 出现的次数 n_i 被总的测量次数 n 相除得到的商称为该误差出现的或然率（概率）即 $p(\delta_i) = n_i/n$ 。它描述了误差 δ_i 出现的可能性或机会的大小。

科学实验中，一般还需要确定测量误差出现在某误差范围内的或然率。设在有限次测量中其均方根误差为 σ ，求某一观测值误差处于 $-k\sigma \sim +k\sigma$ 范围内的或然率 p ，通常它是与 k 值有关的，不同 k 值对应于不同的或然率 p 。当 k 为已知时，可从表 2-2 中查出或然率 p 值。

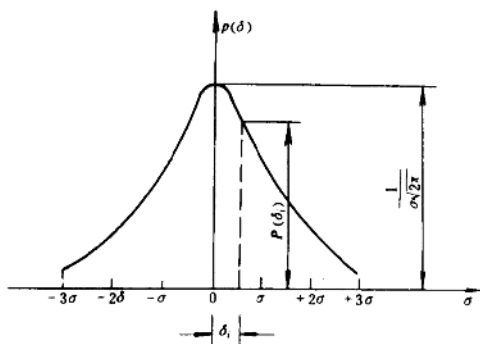


图 2-1 误差概率密度图

表 2-2 不同 k 值的或然率

k	0.00	0.32	1.00	1.15	1.96	2.00	2.58	3.00
p	0.00	0.25	0.68	0.75	0.95	0.96	0.99	0.9973

由表 2-2 可见，在实际工作中，可认为 $\delta \geq 3\sigma$ 的误差几乎是不可能出现的。通常将 $\delta = 3\sigma$ 作为极限误差。

以上所涉及的只是单次观测的误差。用最小二乘法原理可以证明，在一组等精度的观测值中，它们的算术平均值最接近于真值的数值。所以，一般都取观测数据的算术平均值作为被测物理量的数值。但它终究还是一个近似真值，其均方根误差为：

$$\sigma_{x_{01}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2-11)$$

即算术平均值的均方根误差等于单次测量的均方根误差的 $1/\sqrt{n}$ 倍。增加观测次数 n 可以减少平均值的偶然误差，提高平均值的精度。但当 σ 不变时，由图 2-2 可知，起初 $\sigma_{x_{01}}$ 随 n 的增大减小很快。当 $n=5 \sim 6$ 时开始变慢；当 $n > 10$ 时， $\sigma_{x_{01}}$ 的变化已不显著。因此，用增加测量次数来提高测量精度的效果是有限的，通常取 $n=10 \sim 12$ 。

2. 多次测量的数据取舍

多次测量数据出现可疑值，其测试数据的取舍，可以按以下步骤进行：

- 1) 求出测试数据的算术平均值 $\bar{X}_{01} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ；

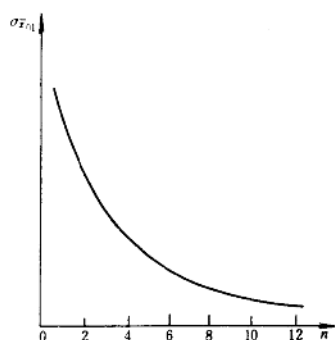


图 2-2 平均值偶然误差与
观测次数 n 的关系图

2) 计算各观测值与平均值之差 $\delta_i = X_i - X_{01}$;

3) 计算单次测量的均方根误差 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2}$;

4) 计算出各观测值的偏差 δ 与均方根误差 σ 之比 $[\delta/\sigma]$;

5) 根据测量次数 n 从判别表 2-3 中查得对应的判别值 $[\delta/\sigma]$, 若某一观测值的 $[\delta/\sigma]$ 值大于表中的 $[\delta/\sigma]$ 值, 则该观测值为可疑值, 应于舍弃。

若测试次数很多时, 可采用 3σ 准则决定可疑值的取舍。如可疑观测值的偏差 $\delta > 3\sigma$, 则予以舍弃; 而 $\delta \leq 3\sigma$ 的观测值则应录用。

表 2-3

可疑值取舍判别表

n	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	22	24	26	30	40	50	80	90	100
$[\frac{\delta}{\sigma}]$	1.65	1.73	1.80	1.86	1.92	1.96	2.03	2.10	2.15	2.20	2.24	2.28	2.31	2.35	2.39	2.49	2.58	2.74	2.78	2.80

第四节 实测数据的表示及综合误差计算

一、实测数据的表示

(1) 列表表示法。即将试验中自变量和因变量经过整理计算后的数值, 按一定的顺序(试验工况顺序), 用表格式一一对应的列出来。这是本教材用得最多的方法。

(2) 曲线表示法。即将试验中各个参数的变化规律或各参数之间的相互关系用几何图形展示出来。要注意选择好坐标分度; 作曲线要光滑匀整; 由于直线表示清晰简单, 使用方便, 准确性高, 应正确将曲线转化为直线, 如表 2-4 所示。

表 2-4

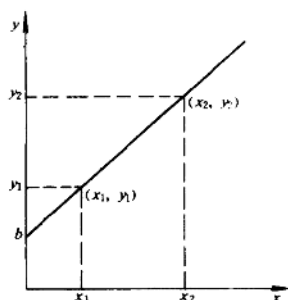
曲线转化为直线的变量代换关系表

曲线方程	$y = a + bx$	$y = ax^b$	$y = ae^{bx}$	$y = \frac{x}{a + bx}$
坐标变量代换				
曲线方程	$y = a + bx + cx^2$	$y = \frac{x}{a + bx + c}$	$y = ae^{bx + cx^2}$	
坐标变量代换				

(3) 方程表示法。即将试验参数随时间变化规律, 以及各参数之间的相互依赖关系, 用简单明确的方程式表示出来, 此方程称之为经验方程式。经验方程式的建立主要包括以下内容: ①经验方程式类型的选择, 一般有图解法法和表差法两种。②确定方程式的常数, 最常用的是直线图解法和最小二乘法。

1) 直线图解法。此法简便易作, 先将测试数据点绘在坐标上, 作直线。然后由坐标求出直线的斜率 m 及在 y 轴上的截矩 b 。这就是线性经验方程中的两个常数, 见图 2-3。其计算公式为:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ b &= \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$



图解法的精度可达 0.5%。

2) 最小二乘法。即以一直线来拟合各测试点, 使测试值和所求的直线之间偏差平方和为最小来确定经验方程的常数。

图 2-3 用图解法确定线性方程中常数图

设拟合于一组测试值的方程为 $y = a + bx$, 根据最小二乘法的基本原理, 其直线方程 $y = a + bx$ 的系数为:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{(\sum_{i=1}^n x_i)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \\ b &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n x_i y_i}{(\sum_{i=1}^n x_i)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \end{aligned} \right\} \quad (2-13)$$

若方程式为二次三项式:

$$y = a + bx + cx^2$$

根据最小二乘法原理求 a 、 b 、 c 的正规方程式为:

$$\left. \begin{aligned} na + b \sum_{i=1}^n x_i + c \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i^3 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^4 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

上两式中, x_i 、 y_i 为已知的一组观测值。

二、综合误差的计算

综合以上误差的分析可知: 现场被测物理量测量结果的最大相对误差应等于测量系统各个环节所引起的最大相对误差平方和的开方, 即

$$\beta_{\max} = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \cdots + \beta_n^2} \times 100\% \quad (2-15)$$