

土木工程力学手册

Tumu Gongcheng Lixue
Shouce

湖南大学《土木工程力学手册》编写组

人民交通出版社

目 录

第一章	质点与刚体的力学	1
§1-1	初等静力学.....	1
§1-2	质点运动学.....	33
§1-3	刚体运动学.....	40
§1-4	质点动力学.....	49
§1-5	惯量张量与惯量主轴.....	55
§1-6	动力学特征量.....	67
§1-7	质点系动力学的一般定理.....	74
§1-8	刚体动力学.....	77
§1-9	分析静力学.....	80
§1-10	分析动力学.....	83
第二章	构件在基本变形下的强度和刚度计算	89
§2-1	构件强度和刚度计算的基本概念.....	89
§2-2	材料的力学性能（机械性能）.....	97
§2-3	杆件在基本变形中的强度和刚度计算基本公式.....	111
§2-4	计算等直梁平面弯曲变形的的方法.....	137
§2-5	梁的弯曲中若干问题的进一步讨论.....	179
第三章	平面图形的几何性质	198
§3-1	静矩与形心、惯矩、惯积、极惯矩、截面模量、 惯性半径.....	198
§3-2	惯矩和惯积的平行移轴与转轴公式.....	200
§3-3	惯性椭圆与惯性半径的图解法.....	201
§3-4	惯矩的近似计算法和图解法.....	202
§3-5	常用截面几何性质的计算公式.....	203
第四章	应力状态与应变状态、强度理论	254

§4-1	应力状态	254
§4-2	梁的主应力、主应力迹线	263
§4-3	三向(空间)应力状态下的应力计算	264
§4-4	平面应力状态下的一点应变分析	268
§4-5	应力与应变的关系	270
§4-6	平面应力状态下的一点处的应变分析在电测 实验中的应用	273
§4-7	简单和复杂应力状态下的弹性应变能	275
§4-8	强度理论	277
第五章	杆件在组合变形下的强度和刚度计算	280
§5-1	杆件在组合变形下的强度、刚度计算的基本 方法及步骤	280
§5-2	杆件在组合变形下的强度和刚度的计算公式	281
§5-3	截面核心的概念	290
第六章	交变应力下的常规疲劳强度计算	294
§6-1	疲劳破坏的概念	294
§6-2	材料的疲劳极限与构件的疲劳极限	298
§6-3	交变应力下构件的常规疲劳计算方法	309
§6-4	提高构件疲劳强度的措施	311
第七章	结构的能量原理和位移计算	313
§7-1	功和余功 应变能和应变余能	313
§7-2	虚位移原理及由它导出的能量原理	323
§7-3	虚力原理及由它导出的能量原理	327
§7-4	混合能量原理	332
§7-5	线弹性结构的一般原理	335
§7-6	线弹性结构的位移计算	337
附注:	变形直杆的平衡条件和变形谐调条件	343
第八章	简单超静定问题	345
§8-1	超静定问题的基本概念	345
§8-2	求解简单超静定问题的方法	345

§8-3	一般拉压超静定问题	347
§8-4	扭转超静定问题	362
§8-5	弯曲超静定问题——简单超静定梁	365
§8-6	温度变化、制造不准、支座沉陷等对简单超静定结构的影响	386
第九章	力法	404
§9-1	平面体系的几何组成和结构的超静定次数	404
§9-2	力法的典型方程	405
§9-3	三弯矩方程和五弯矩方程	407
§9-4	弹性中心法	418
§9-5	柱比法	422
§9-6	拱、刚架和圆管	428
§9-7	矩阵力法	462
第十章	位移法 渐近法 近似法	466
§10-1	转角位移方程	466
§10-2	位移法和其它计算方法	491
§10-3	D 值法 (广义反弯点法)	503
§10-4	多层多跨刚架的近似计算	516
§10-5	矩阵位移法	518
第十一章	结构的影响线	525
§11-1	静定梁和三铰拱的影响线	525
§11-2	牟勒尔-贝里斯劳 (Muller-Breslau) 原理 超静定梁和刚架的影响线	528
§11-3	无铰拱的影响线	536
§11-4	间接荷载 影响线的应用 最不利荷载位置 简支梁的绝对最大弯矩	541
第十二章	悬索结构	544
§12-1	单索计算	544
§12-2	悬索桥	553
第十三章	弹性力学的基本量与基本方程	561

§13-1	应力分析	561
§13-2	应变分析	568
§13-3	应力-应变关系 (广义胡克定律)	581
§13-4	各向同性弹性体静 (动) 力基本方程组	585
§13-5	位移解法, 以位移表示的弹性力学基本方程	587
§13-6	应力解法, 以应力表示的弹性力学基本方程	587
§13-7	曲线正交坐标	589
第十四章	弹性力学的平面问题	598
§14-1	在直角坐标系中平面应力问题的基本方程	598
§14-2	在直角坐标系中平面应变问题的基本方程	601
§14-3	在极坐标系中平面问题的基本方程	605
第十五章	弹性力学三维问题	616
§15-1	轴对称问题的基本方程 (柱坐标形式)	616
§15-2	轴对称情形下拉梅方程的解法	617
§15-3	一般三维问题拉梅方程的解法	619
§15-4	凯尔文 (Kelvin) 解	631
§15-5	若干三维问题的解	632
第十六章	弹性直杆的扭转	636
§16-1	非圆等截面柱体自由扭转 (均匀扭转, 纯扭转) 的圣维南 (Saint-Venant) 理论	636
§16-2	自由扭转问题的薄膜比拟 (Prandtl, L)	651
§16-3	单连通截面柱体自由扭转问题的 复变函数方法	653
§16-4	开口薄壁杆自由扭转的近似计算	654
§16-5	闭口截面薄壁杆自由扭转的近似计算	656
§16-6	开口薄壁杆件的约束扭转 (B.З.Власов理论)	658
§16-7	闭口薄壁杆件的约束扭转 (Уманский А.А.理论)	675
第十七章	接触问题	679
§17-1	赫芝 (Hertz) 弹性接触理论	679

§17-2	刚性压头的接触应力	690
§17-3	接触面下的应力	692
§17-4	应用举例	697
第十八章	应力集中	702
§18-1	应力集中系数	702
第十九章	弹性薄板的弯曲	722
§19-1	横向荷载下薄板小挠度弯曲的基本关系式	722
§19-2	圆板的轴对称弯曲	731
§19-3	圆板的非对称弯曲	779
§19-4	板条的弯曲	794
§19-5	矩形板与杂形板的弯曲	800
§19-6	薄板大挠度理论的基本方程	882
第二十章	弹性地基梁	889
§20-1	地基模型分类	889
§20-2	温克尔 (Winkler) 地基梁	891
§20-3	半无限体弹性地基梁	912
第二十一章	构件的动力计算和结构的振动	934
§21-1	构件在动荷作用下的应力及变形计算	934
§21-2	单自由度体系的振动	969
§21-3	多自由度体系的振动	985
§21-4	无限自由度体系的自由振动 (无阻尼)	1009
§21-5	无限自由度体系的受迫振动	1040
§21-6	结构自振频率和振型的其它分析方法	1052
§21-7	单自由度弹塑性体系的振动	1056
§21-8	结构抗震计算概述	1059
第二十二章	弹性构件和结构的稳定计算	1066
§22-1	压杆的稳定计算	1066
§22-2	曲杆的稳定	1113
§22-3	刚架的稳定	1121
§22-4	开口薄壁杆件的稳定	1138

§22-5	梁的側向稳定	1141
§22-6	薄板的稳定	1148
第二十三章 结构的塑性分析		1153
§23-1	概述	1153
§23-2	杆件的极限内力	1154
§23-3	塑性铰	1156
§23-4	屈服条件	1157
§23-5	极限定理	1158
§23-6	梁的极限荷载	1159
§23-7	刚架的极限荷载	1161
§23-8	薄圆板的极限荷载	1164
§23-9	非圆形薄板的极限荷载	1167
第二十四章 土力学		1171
§24-1	地基土的物理、力学指标及其分类	1171
§24-2	地基中应力的计算	1183
§24-3	建筑物基础的沉降计算	1224
§24-4	土的抗剪强度及地基承载力	1244
§24-5	土压力和土坡稳定	1268
第二十五章 断裂力学基础		1337
§25-1	线弹性断裂力学的基础知识	1337
§25-2	塑性区的影响及其修正	1372
§25-3	在交变应力下裂纹的亚临界扩展规律和疲劳 寿命的估算	1373
§25-4	弹塑性断裂力学的基本概念	1376
第二十六章 工程数学		1381
§26-1	常微分方程	1381
§26-2	偏微分方程	1399
§26-3	傅立叶变换	1414
§26-4	拉普拉斯变换	1421
§26-5	复变函数	1428

§26-6	变分法	1443
§26-7	线性代数	1456
§26-8	概率论与数理统计	1479
	附注 各种函数	1514
§26-9	力学中常用的数值方法	1528
附录	《土木工程力学手册》中物理量的法定计量单位及 其非法定计量单位的换算	1561
参考文献	1565

第一章 质点与刚体的力学

§1-1 初等静力学

一、质点，刚体，力，刚体力学的基本公理

质点是指这样的一种物体，它上面各点的运动相差甚微，以致这些差别在所研究的范畴内可以忽略不计，因此可以认为物体的全部质量都集中在一点上。刚体是在任何机械作用下任何两点间的距离保持不变的物体。质点与刚体是对实际物体、结构和杆件的抽象与简化的理论模型。

力是度量一个物体对另一物体的机械作用的效果的量。

力是矢量。力矢量用粗体字 F 、 P 、 R 、 N 或带箭头的细体字 \vec{F} 、 \vec{P} 、 \vec{R} 、 \vec{N} 等表示，力的大小（模）则用相应的细体字 F 、 P 、 R 、 N 等表示。

如果有几个力同时作用在同一个物体上，则作用在这个物体上的这些力，称为一个力系。如果两个力系，对于同一个物体产生同样的效果，则此两力系互为等效力系。如果一个力系作用在处于静止状态的物体上，并不改变物体的运动状态，则此力系称为平衡力系。

刚体力学的基本公理有四条，它们是力的合成，分解与平衡规律研究的理论基础。

公理1 二力平衡公理——只受两个力作用的物体（二力构件），其平衡的必要和充分条件是：这两力大小相等，方向相反，且作用在同一条直线上。

公理2 加减平衡力系公理——在受任何力系作用的刚体上，加上或减去一个平衡力系不改变刚体的运动状态。

公理3 作用与反作用定律——两个相互作用的物体 A 和 B ，当物体 A 对物体 B 有一作用力时，则同时物体 B 对物体 A 必有一反作用力。作用力与反作用力大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。

公理4 力的平行四边形法则——作用于刚体上相交的两个力等效于一个合力，合力的大小和方向由以这两个力矢为邻边的平行四边形对角线矢量所确定（见图1-1-1）。即

$$R = F_1 + F_2$$

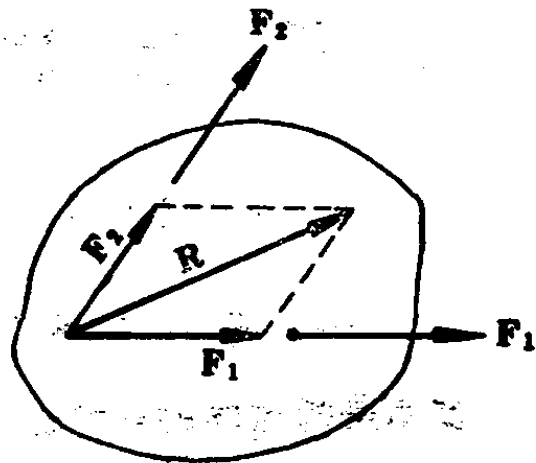


图 1-1-1

二、力的分解

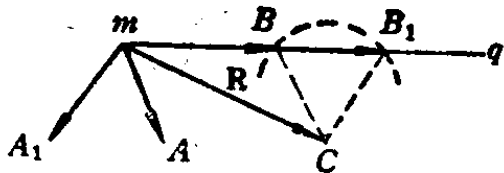
用两个力或几个力的等效力系来代替一个力，称为力的分解。把一个力分解为任意的两个力，可以有无数个解，为了确定所求的分力必须另外补充条件，表1-1-1中分别研究了四种情况。

把一个力分解为两个共点的力 表1-1-1

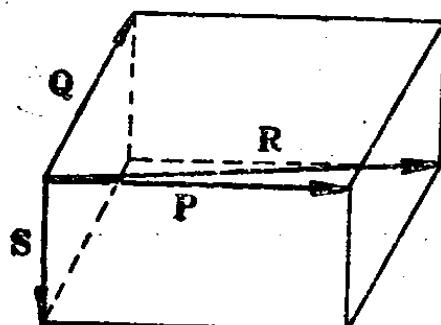
序号	已知条件	解法
1	<p>已知分力 P、Q 的大小</p>	<p>自点 m 及 c 分别以半径 $mA = P$ 及 $CA = Q$ 作圆弧得交点 A，再作矢量 mA 及 $mB // AC$ 即得所求分力</p> <p>只有当 $P + Q > R$，及 $P - Q < R$ 时，可解</p>
2	<p>已知分力的方向 m_x 及 m_y</p>	<p>自矢量 R 的末端 C 作 $CB // m_x$，及 $CA // m_y$</p> <p>若 m_x、m_y 互相垂直，则在相应的轴线上得到力 R 的（直角）投影</p>

续表1-1-1

序号	已知条件	解法
3	已知一分力 P 的大小与方向	连接矢量 P 与 R 的终点 A 及 C , 作矢量 \vec{mB} 等于且平行于 \vec{AC}
4	已知分力 P 的大小及分力 Q 的方向 mq	<p>自点 C 作半径为 P 的圆弧与 mq 相交于 B 及 B_1 点, 作连线 CB, CB_1, 再自点 m 作矢量 \vec{mA} 与 \vec{mA}_1 分别等于且平行于 \vec{BC} 及 $\vec{B_1C}$</p> <p>得出两个解:</p> $P = mA \quad Q = mB$ $P = mA_1 \quad Q = mB_1$ <p>若圆弧与 mq 相切, 则只有一个解, 若圆弧不与直线 mq 相遇, 则无解</p>



把力 R 分解为沿三个已知方向的分力, 则应以力 R 为对角线作平行六面体, 使它的棱边顺着已知方向, 即得分力 P, Q, S (见图1-1-2)。



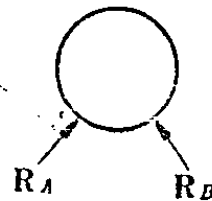
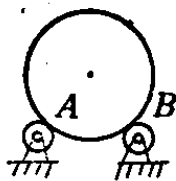
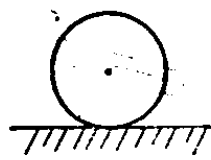
若三已知方向互相正交, 则在相应的方向上, 可得力 R 的三个投影。

图 1-1-2

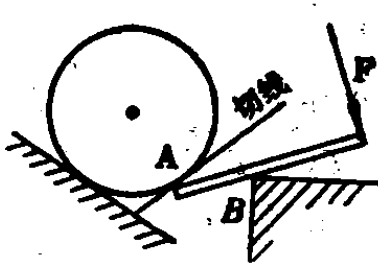
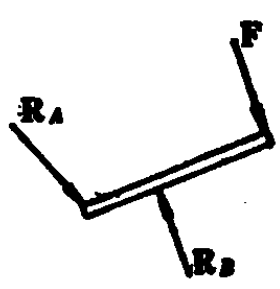
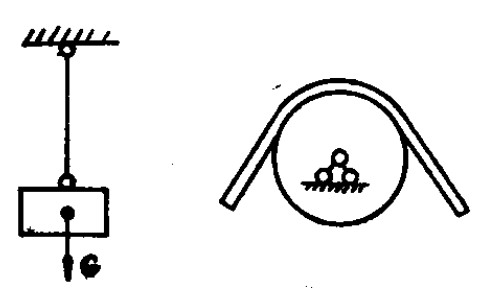
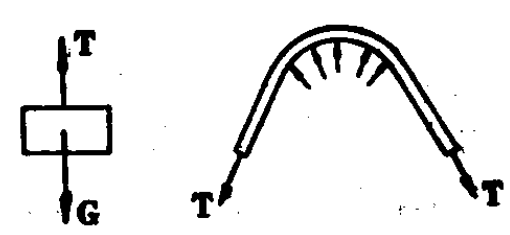
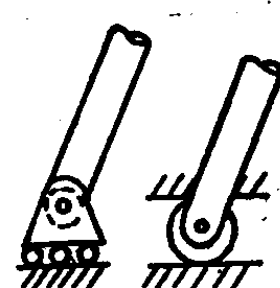
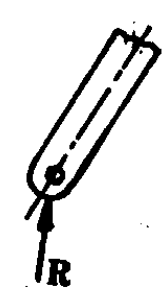
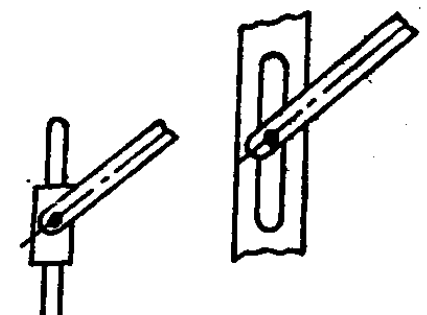
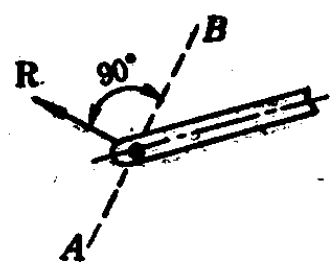
常见的约束与约束力

表1-1-2

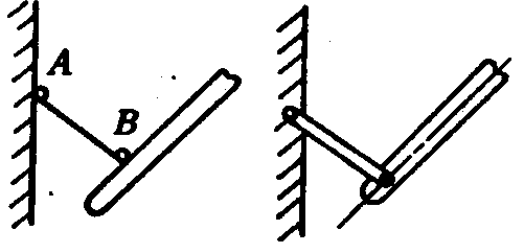
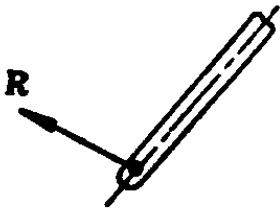
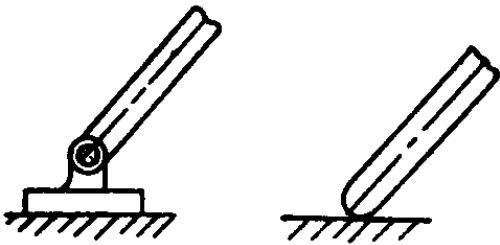
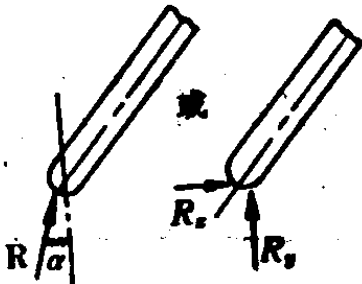
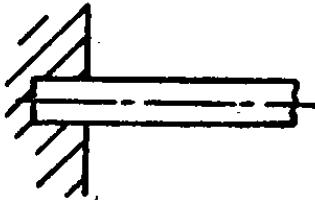
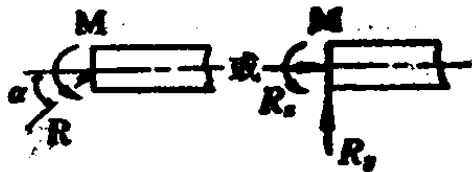

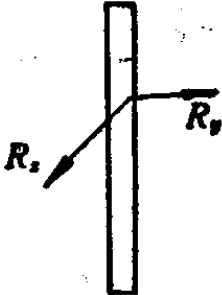
序号	约束及其性质	约束力	未知数
1	理想光滑接触	约束力沿接触面的法线方向, 作用线已知	1

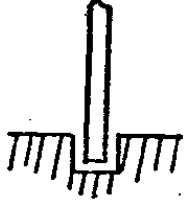
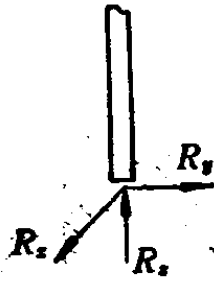
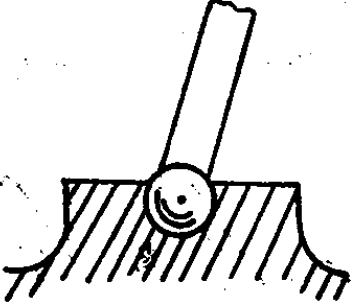
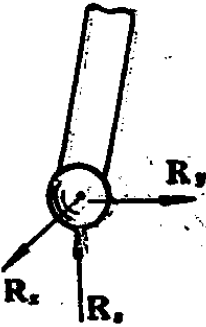


续表1-1-2

序号	约束及其性质	约 束 力	未个知 数数
2	<p>其中一物体具尖点的光滑接触</p> 	<p>约束力垂直于物体之切线，作用线已知</p> 	1
3	<p>无重的柔索（包括绳子、链条，缆，皮带等）</p> 	<p>约束力沿柔索伸长的方向，拉力</p> 	1
4	<p>滚 轴</p> 	<p>约束力沿接触面的法线方向，作用线已知</p> 	1
5	<p>无摩擦的滑块 无摩擦的滑槽</p> 	<p>约束力垂直于滑杆或滑槽的方向，作用线已知</p> 	1

续表1-1-2

序号	约束及其性质	约束力	未知数
6	柔索与无重连杆 	约束力沿索与连杆方向, 作用线已知 	1
7	无摩擦的固定铰支座 粗糙表面 	约束力的大小, 方向均未知 	2
8	插入端 		3
9	滑套及轴承 	约束反力处在导向轴线的法面中 	2

序号	约束及其性质	约 束 力	未知数
10	止推轴承 	约束力通过一点，但其方向未知 	3
11	球铰 	约束反力通过球窝中心，但其方向未知 	3

三、力系的合成

1. 两汇交力合成的几何法

可根据力的平行四边形法则或力的三角形法则(图1-1-3)求得合力 R

$$R = P + Q$$

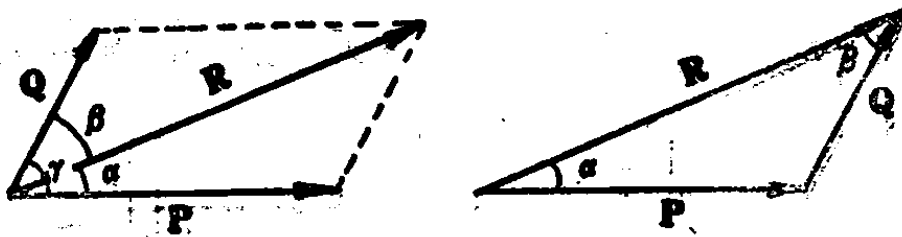


图 1-1-3

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \gamma} \quad (1-1-1)$$

$$\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\gamma} \quad (1-1-2)$$

特殊情形

$$1) \quad \gamma = \alpha + \beta = 90^\circ \quad R = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{P}{R} \quad \cos\beta = \frac{Q}{R}$$

$$2) \quad \gamma = 0 \quad R = P + Q \quad \alpha = 0 \quad \beta = 0$$

即沿着同一直线作用的两个同向力 P , Q 的合力的大小等于两力大小之和, 并且朝着同一方向。

$$3) \quad \gamma = 180^\circ \quad R = P - Q \quad \alpha = 0 \quad \beta = 180^\circ$$

即两个反向力的合力之大小等于两力大小之差, 并且朝着较大分力的方向。

2. 不共面的三个汇交力的合成

不在同一平面内的三个力 P , Q 和 S 的合力 R , 由这三个力构成的平行六面体的对角线决定 (图 1-1-2)。这叫力的平行六面体规则。

若三个力互相垂直, 则

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + S^2} \quad (1-1-3)$$

$$\cos(R, P) = \frac{P}{R}$$

$$\cos(R, Q) = \frac{Q}{R} \quad (1-1-4)$$

$$\cos(R, S) = \frac{S}{R}$$

3. 任意平面汇交力系合成的几何法——多边形法

设有任意个平面汇交力 F_1, F_2, \dots, F_n , 依次作 F_1, F_2, \dots, F_n 使首尾依次相接, 最后由 F_1 的始端向 F_n 的终端作一矢量, 即为合力 R 。并且改变各力的排列次序, 合力 R 相同 (见图 1-1-4)。

4. 任意空间汇交力系合成的解析法 (见图 1-1-5)

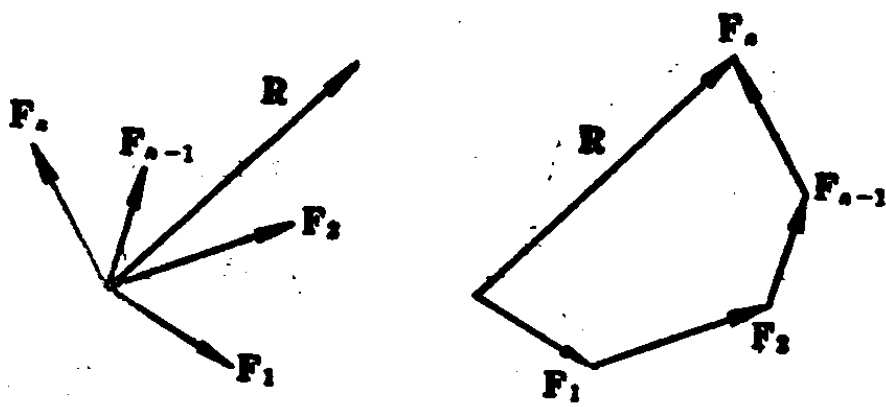


图 1-1-4

设 F_i 在坐标轴上的投影为 X_i, Y_i, Z_i ($i=1, 2, \dots, n$),
合力 R 之投影为 R_x, R_y, R_z 则

$$R_x = X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum X \quad (1-1-5)$$

$$R_y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = \sum Y$$

$$R_z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n = \sum Z$$

合力之大小

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2 + (\sum Z)^2} \quad (1-1-6)$$

合力之方向

$$\cos(R, x) = \frac{R_x}{R} \quad \cos(R, y) = \frac{R_y}{R}$$

$$\cos(R, z) = \frac{R_z}{R} \quad (1-1-7)$$

5. 同向二平行力的合成
(见图1-1-6)

合力之大小为

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1-8)$$

合力 R 的作用线过 AB
上一点 C , C 点的位置由下式
确定

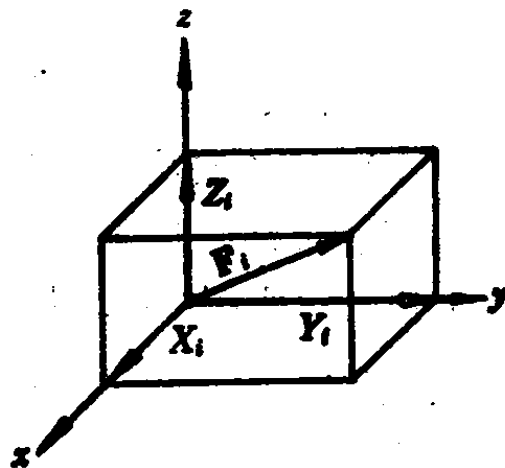


图 1-1-5

$$\frac{F_1}{CB} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB} \quad (1-1-9)$$

6. 反向两平行力的合成 (见图 1-1-7)

合力之大小为

$$R = F_1 - F_2 \quad (1-1-10)$$

合力 R 的方向与较大的力 F_1 同, 其作用线通过 BA 延长线上一点 C , C 点位置在较大力之外侧, 由下式确定:

$$\frac{F_1}{BC} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB} \quad (1-1-11)$$

7. 力偶系的合成 (见图 1-1-8)

大小相等而方向相反的平行力所组成的力系称为力偶。例如二力 F, F' 组成力偶记作 (F, F')

力偶 (F, F') 之力偶矩 $m(F, F')$ 为一自由矢量, 其大小为 $F \cdot d$, d 为力偶臂, 方向按右手螺旋法则确定。

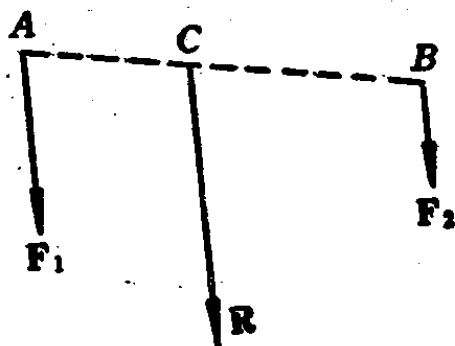


图 1-1-6

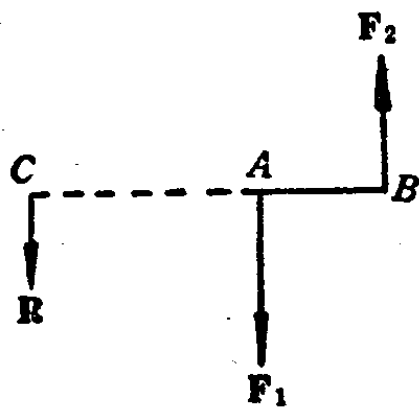


图 1-1-7

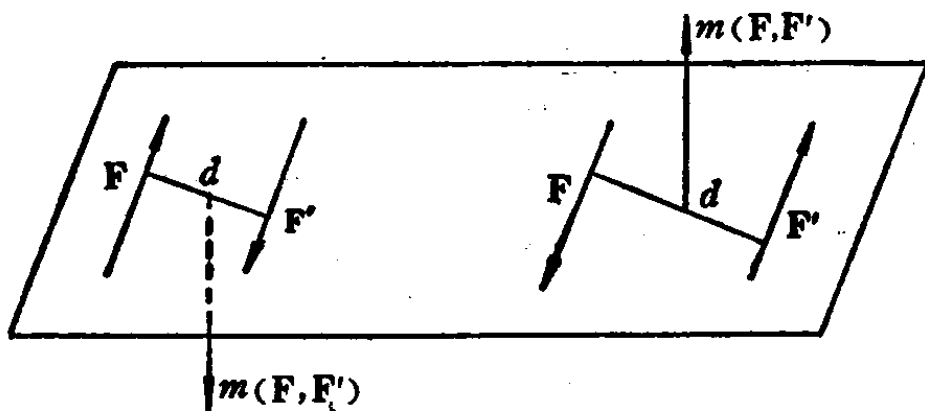


图 1-1-8

定理 1 将力偶在其作用平面内搬移位置, 力偶的作用效果不变。